1992 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 62, N 9

01;03

ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ В ЭСТУАРИЯХ И ВОПРОСЫ ЭКОЛОГИИ НЕВСКОЙ ГУБЫ

Э.Л.Амромин

Работа посвящена выбору и обоснованию адекватного теоретического аппарата для гидродинамических задач, связанных с экологией эстуариев. В таких задачах основными искомыми характеристиками являются концентрации взвесей и растворенных примесей, а параметры несущей фазы — воды важны постольку, поскольку они входят в коэффициенты уравнений движения примесей, причем среди этих параметров решающее значение приобретают характеристики турбулентности, которые в эстуариях формируются главным образом не придонным (пристенным) сдвиговым слоем, а морским волнением.

Дается оценка последствий перекрытия Невской губы на осредненные и пульсационные характеристики турбулентных течений в ней. Предлагаются постановки и методы решения новых и известных частных задач нелинейной теории волн и массопереноса, позволяющие скомпоновать систему математической экспертизы инженерных мероприятий в эстуариях.

Введение

Настоящая работа посвящена выбору адекватного теоретического аппарата для анализа гидродинамических задач, связанных с экологией эстуариев, и в первую очередь Невской губы. Попытки решения этих задач с помощью физических экспериментов в лабораторных условиях обсуждались специалистами как в популярных [1], так и в научных журналах [2]. В частности, в [2] доказана неадекватность проводившихся экспериментов реальным явлениям в Невской губе, и отмечено, что физическое лабораторное моделирование принципиально не может дать надежных ответов даже на относительно простой вопрос о поле скоростей воды в штилевых условиях. Поскольку же для задач экологии важнейшими окончательными гидродинамическими характеристиками являются поля распространения минеральных и органических примесей, а поля скорости воды являются лишь промежуточным результатом, то прогнозирование загрязнения Невской губы и других эстуариев на основе лабораторных экспериментов практически невозможно.

Нельзя сказать, что не было попыток идти альтернативным путем математического моделирования. Однако пока такие попытки ([3] и т.п.)

оказывались лишь демонстрациями использования известного математического аппарата (теории мелкой воды, например) для решения весьма абстрактных гидродинамических задач, хотя и имеющих некоторое отношение к Невской губе, но слабо связанных с физическими процессами в эстуариях, и не усложнялись стремлением отразить в математическом аппарате известные факты [4,5] об этих процессах.

Настоящая работа посвящена именно выбору теоретического аппарата для анализа экологии эстуариев и формулировке соответствующих задач математической физики. Выбор теоретического аппарата в любой гидродинамической проблеме зависит прежде всего от того, какие характеристики потока требуется вычислять. В рассматриваемом случае такими характеристиками являются концентрации взвесей и растворенных примесей в акватории.

Уравнения движения взвеси

При реальных для задач экологии массовых концентрациях взвесей $C_i \ll 1$ гидродинамическим взаимодействием ее частиц между собой можно пренебречь, указанные уравнения в векторной форме примут (см. систему (1.1.33) в [6], например) вид

$$\frac{d\mathbf{V}_i}{dt} + \mathbf{G}_i + \frac{\mathbf{P}_i}{\rho C_i} = 0; \quad \operatorname{div}(C_i\mathbf{V}_i) = 0. \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность смеси; i — номер примеси (их может быть одновременно несколько); $\mathbf{V}_i = \{u_i, v_i, w_i\}$ — вектор скорости ее распространения; $\mathbf{G}_i$ — вектор массовых сил, действующих на примесь, $\mathbf{P}_i$ — вектор „обменных сил", действующих на нее со стороны воды. Поскольку течения в эстуариях турбулентны, то вместо (1) в расчетах надо пользоваться осреднением Рейнольдса [7] этой системы. Из (1) можно вывести уравнения Рейнольдса для средних значений C_i и V_{ik} — компонент скорости примесей

$$\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_i V_{ik} + \langle C_i' V_{ik}' \rangle\right) = 0;$$

$$\sum_{k=1}^{3} V_{ik} \frac{\partial V_{ij}}{\partial x_k} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k} \langle V_{ik}' V_{ij}' \rangle + G_{ij} + \frac{P_{ij}}{\rho C_i} = \frac{\alpha}{C_i} \langle V_{ij}' C_i' \rangle,$$

$$j = 1, 2, 3. \tag{1a}$$

Координата x_2 направлена вертикально вверх и в дальнейшем обозначается y, α — эмпирический коэффициент. Влиянием же примеси на движение воды можно пренебречь, и уравнения Рейнольдса для нее — это обычные уравнения для однородной несжимаемой жидкости. При таком подходе в паре систем, содержащих по четыре уравнения, имеется восемь неизвестных: по три компоненты скорости воды и примеси, давление в потоке и концентрация примеси C_i. Как и обычно, уравнения Рейнольдса не замкнуты, и для вычисления корреляций необходимо привлекать какие-либо дополнительные соотношения. Итак, во-первых, можно упростить задачу, разделив вычисление $\{C_i, \mathbf{V}_i\}$ и скоростей течения воды

$\mathbf{U}$ и $\mathbf{U}'$, так как наличие примесей на последние практически не влияет. Во-вторых, в рассматриваемых задачах обычно единственная массовая сила — это сила Архимеда на частицах взвеси, а поверхностная сила $\mathbf{P}_i$ состоит из суммы силы трения F_i, отличающейся от Стоксова сопротивления шара, видимо, лишь множителем порядка единицы, разным для разных взвесей, и подъемной силой F_2

$$F_2 = \rho\alpha_2 \frac{\partial}{\partial y}(u^2 + \langle u'u' \rangle), \quad \alpha_2 \sim 1.$$

В этой формуле u и u' — осредненная и пульсационная скорость воды в горизонтальном направлении. Таким образом, очевидно, что на распространение примесей существенным или даже определяющим образом влияет распределение скорости и турбулентных пульсаций по глубине акватории. Привлекательное же своей простотой приближение мелкой воды совершенно не подходит для экологического анализа течений в эстуариях именно потому, что распределения скорости по глубине в них далеки от постоянных [4].

Постановка задачи расчета течения воды в эстуарии в штилевых условиях

Поскольку для расчетов течения в таких протяженных и сложных по очертаниям мелководных акваториях, как Невская губа или другие эстуарии, сведение трехмерной задачи к плоской все же необходимо при использовании даже очень мощных ЭВМ, то рационально воспользоваться при таком сведении более сложным, чем теория мелкой воды, аппаратом, позволяющим учесть неоднородность поля скорости по глубине водоема, — интегральными соотношениями типа уравнений Кармана для пограничного слоя. Они получаются из дифференциальных уравнений движения жидкости их интегрированием по всей глубине акватории. Обращаясь к обычным при их выводе приемам (например, [8]), можно сразу написать эти соотношения для воды в эстуарии в виде

$$\frac{\partial}{\partial x} \int\limits_{-\delta(x,z)}^{0} u(x,y,z)dy \frac{\partial}{\partial z} \int\limits_{-\delta(x,z)}^{0} w(x,y,z)dy = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int\limits_{-\delta}^{0} u^2 dy + \frac{\partial}{\partial z} \int\limits_{-\delta}^{0} uw dy = \int\limits_{-\delta}^{0} \left(\frac{\partial}{\partial y}\langle u'v' \rangle + \frac{\partial}{\partial x}\langle u'u' \rangle \right) dy - \frac{\delta}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int\limits_{-\delta}^{0} uw dy + \frac{\partial}{\partial z} \int\limits_{-\delta}^{0} w^2 dy = \int\limits_{-\delta}^{0} \left(\frac{\partial}{\partial y}\langle w'v' \rangle + \frac{\partial}{\partial x}\langle w'w' \rangle \right) dy - \frac{\delta}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}. \tag{4}$$

При выводе (2)–(4) учтено, что по свободной поверхности проходят линии тока. Здесь приняты следующие обозначения: $P = P_a - g\rho^* y$, атмосферное давление P_a и глубина акватории δ — заданные величины, $y = 0$ — уровень невозмущенной свободной поверхности. Чтобы рассчитать с помощью соотношений (2)–(4) поле течения, надо, во-первых, связать какой-то моделью турбулентности, входящие в правые части (3), (4), рейнольдсовы напряжения и осредненные по времени скорости, а во-вторых, сами эти скорости представить функциями y и каких-либо трех параметров, поскольку число таких параметров, которые в итоге станут неизвестными функциями в (2)–(4), должно быть равно числу интегральных соотношений

$$u(x, y, z) = A(x, z) f_1(\eta) \cos\beta(x, z) + D(x, z) f_2(\eta),$$

$$w(x, y, z) = A(x, z) f_1(\eta) \sin\beta(x, z) + C(x, z) f_2(\eta).$$

Здесь $\eta = 1 + y/\delta$, вид функций f_1 и f_2 задан с учетом экспериментальных сведений о турбулентных течениях, а D и C определяются из условий $u(x, 0, z) = U(x, z)$, $w(x, 0, z) = W(x, z)$. При обычных в теории пограничного слоя предположениях о правых частях (3), (4), $f_2 = 3\eta^2 - 2\eta^3$, весьма распространенном степенном законе изменения скорости около твердой поверхности $f_1 = \eta^m$, $m \simeq 0.14$, при предположении $P_a = \text{const}$ система (2)–(4) приобретает вид

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[A\delta\cos\beta\alpha_1 + \frac{\delta U}{2}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[A\delta\sin\beta\alpha_1 + \frac{\delta W}{2}\right] = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\delta\left(A^2\cos^2\beta\alpha_4 + 2AU\cos\beta\alpha_3 + \frac{13U^2}{35}\right)\right] +$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[\delta\left(A^2\sin 2\beta\frac{\alpha_4}{2} + AW\cos\beta\alpha_3 + AV\sin\beta\alpha_3 + \frac{13UW}{35}\right)\right] = -\frac{C_f}{2}\cos\beta,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\delta\left(A^2\frac{\sin 2\beta}{2}\alpha_4 + AU\sin\beta\alpha_3 + AW\cos\beta\alpha_3 + \frac{13UW}{35}\right)\right] +$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[\delta\left(\frac{13W^2}{35} + A^2\sin^2\beta\alpha_4 + A^2\sin\beta\alpha_4 + 2AW\sin\beta\alpha_3\right)\right] = \frac{C_f}{2}\sin\beta. \quad (5)$$

Здесь

$$\alpha_1 = \frac{1-m}{2(m+1)}, \quad \alpha_4 = \frac{1}{2m+1} - \alpha_3, \quad \alpha_3 = \frac{m+6}{(m+3)(m+4)} - \frac{13}{35},$$

$$A = \varepsilon U, \quad \varepsilon = \text{const}.$$

Коэффициент трения C_f связан с f_1 эмпирическими формулами, причем наиболее согласованной с экспериментами эта связь оказывается для несколько более сложного, чем в (5), профиля скорости с $A = v^*$, $f_1(\eta) = B + 2.5\ln|\eta\delta v^*/\nu|$, $v^* = \sqrt{C_f/2\rho^*}$. Здесь ρ^* и ν — плотность и кинематическая вязкость воды, а не зависящая от η постоянная B зависит от шероховатости (обрастания) дна и т.п. Однако вид системы (2)–(4) при таком профиле будет более громоздким, чем (5), при тех же основных свойствах. В частности, в обоих случаях системы могут описывать течение с $\beta > \pi/2$, т.е. с противоположным направлением поверхностных и придонных течений.

Значения компонент скорости на свободной поверхности V, W и направление трения на дне β являются в системе (5) неизвестными, в то время как B и $\delta(x,z)$ определяются из измерений в акватории, а C_f можно экстраполировать по результатам опытов в трубах (высокие требования к точности вычисления C_f при расчетах турбулентного пограничного слоя, например, в судостроении связаны с тем, что там $\delta \sim C_f^{-1/\mu}$, $\mu \leq 0.25$; здесь же δ заранее известно).

Для рассматриваемого случая, в котором величины δ, C_f полагаются известными и слабо меняющимися, производные неизвестных функций U, W, β, в системе (5) будут иметь также слабо меняющиеся коэффициенты и естественно не ожидать при ее интегрировании существенных математических трудностей. Качественный анализ (5) показывает, что в зависимости от значений своих коэффициентов, система может иметь в разных точках акватории либо гиперболический, либо эллиптический тип. Первому случаю соответствует та часть эстуария, которую обычно называют транзитной струей, второму — зоны замкнутых „застойных" течений. Теория гиперболических систем показывает, что (5) сводятся к трем уравнениям первого порядка вдоль зависящих от δ, B характеристик [9] и их решения, в данном случае U, W, β, а в итоге компоненты скорости $u(x,y,z)$ и $u(x,y,z)$ и т.п., не зависят при штиле от условий вниз по потоку. Преграда, например дамба, начинает ощущаться лишь на расстоянии порядка нескольких δ вверх по потоку: там уже нельзя полагать, что P определяется только силой тяжести, другими окажутся последние слагаемые в левой части (3) и (4), а для определения P нужно будет включить в систему уравнение сохранения вертикальной компоненты импульса воды. Таким образом, утверждение строителей дамбы, будто она мало изменила транзитную струю Невы в губе, правдоподобно. Экспериментально зарегистрированному [10] факту скопления загрязнений перед дамбой надо искать объяснение, а для анализа их перемещений — математическую модель, базирующиеся не только на анализе формы транзитной струи. Прежде всего очевидно, что поскольку аналогичным же образом выведенные из (1) интегральные соотношения для компонент скорости и концентрации примеси все же оказываются иными, чем (2)–(4), то и зона их гиперболичности, т.е. форма струи примеси, может не совпадать с транзитной струей воды. Однако главное не в этом.

Влияние поверхностных волн на движение взвесей в эстуарии

Основная причина роста загрязнения в изменении дамбой режима волновых движений в губе. В этой связи прежде всего надо обратить внимание на вклад поверхности волн в турбулентные пульсации, поскольку пульсации, как видно из выражения для F_2, могут существенно воспрепятствовать осаждению взвесей на дно в обширных областях медленных течений по бокам от транзитной струи, в которых при штиле $u \sim 0.1$ м/с. Эти низкочастотные пульсационные скорости, вызванные поверхностной (например, ветровой) волной малой амплитуды a, для которой справедлива линейная теория прогрессивных волн [11], не так уж малы, для них

$$\langle u'u' \rangle = \frac{ag}{b} \frac{\left(e^{2\alpha\delta+\alpha y} + e^{-2\alpha\delta-\alpha y} - 2\right)}{\left(e^{2\alpha\delta} + e^{-2\alpha\delta} + 2\right)}. \tag{6}$$

Здесь $\alpha = gV_{\text{в}}^{-2}$; $V_{\text{в}}$ — скорость распространения волны. Даже при весьма небольших значениях $a = 0.5$ м, $V_{\text{в}} = 2$ м/с, $\delta = 2$ м, например, $\langle u'u' \rangle \simeq 0.4$ м^2/с^2 при $y \to 0$, в областях медленных течений $u^2 \sim$ ~ 0.01 м^2/с^2. Даже волны малой амплитуды оказывают некоторое влияние и на осредненные скорости. Связано это с тем, что из-за распространяющейся вдоль оси x волны в системе (2)–(4) изменится второе из этих уравнений

$$\frac{\partial}{\partial x}\int\limits_{-\delta}^{0} u^2 dy + \frac{\partial}{\partial z}\int\limits_{-\delta}^{0} uw dy = -\cos\beta\frac{C_f}{2} - \frac{V_{\text{в}}^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(a\frac{\alpha\delta - 2}{e^{\alpha\delta} + e^{-\alpha\delta} + 2}\right)$$

и на участках заметного изменения глубины при волнении будет, таким образом, меняться турбулентное „трение", а как следствие, изменятся и профили средних скоростей. При возрастании амплитуд волны станут периодически опрокидываться с образованием вихрей, выстраивающихся в некое подобие дорожки Кармана, пульсирующую скорость от которой нетрудно вычислить. Дорожка вихрей от разрушающихся волн дает ненулевой вклад и в осредненные скорости. Этот вклад достигает ее погонной интенсивности и имеет разные знаки вблизи свободной поверхности и около дна, где появляются направленные против волны осредненные скорости.

Не выписывая здесь выражения для вклада дорожки в $\langle u'u' \rangle$, важно также отметить более медленный характер его затухания с глубиной, чем имеет чисто волновая составляющая, описываемая (6), т.е. бóльшую подъемную силу для частиц взвеси в придонной части потока. Таким образом, отмеченное еще в [4,5] аномальное высокое значение $\langle u'u' \rangle / u^2$ в части объема эстуария, на три–четыре порядка более высокое, чем обычно наблюдаемое в пограничных слоях тел, и существенно влияющее на распространение и оседание взвесей, связано в первую очередь с влиянием ветровых волн. В качестве экспериментального подтверждения таких рассуждений надо упомянуть результаты [10] наблюдений Невской губы с самолета и спутников: зоны малого волнения и большого загрязнения по большей части пересекаются.

Возвращаясь к вопросу о решении системы (1а) для определения характеристик взвесей $\{C_i, u_i, v_i, w_i\}$, необходимо сформулировать какие-то упрощающие предположения, позволяющие вычислить входящие в нее корреляции турбулентных пульсаций этих характеристик. Усматривая аналогию между движением примеси малой концентрации и сжимаемого газа, можно для этих упрощений использовать рассуждения из [7]. Тогда в первом из уравнений (1а) надо сохранять из корреляций только $\langle C_i' v_i' \rangle$, тот же член сохранится в уравнении сохранения вертикальной компоненты импульса, в котором он опишет пульсации стоксовых сил трения. Если затем предположить, что относительные скорости $\tilde{v}_{ij} =$ $= V_{ij} - u_j$ имеют потенциал φ_v и имеют потенциал φ_v' их пульсации, то вся система четырех уравнений (1а) окажется замкнутой и содержащей только четыре неизвестных — $\{C_i, \varphi_v, \varphi_v', \langle C_i'(\partial\varphi_v'/\partial y)\rangle\}$. Даже не производя подробных выкладок, легко усмотреть из (1а), что, во-первых, эту систему после исключения $\langle C_i'(\partial\varphi_v'/\partial y)\rangle$ также легко свести к аналогичной (2)–(4) системе трех интегральных соотношений. Во-вторых, введя однопараметрический профиль концентрации $C_i(y, C^*)$ и предложив, что $\varphi'_v = \Phi(x, y, z)\cos(\omega t)$, где ω — частота поверхностных волн, указанную систему трех уравнений можно переписать относительно C^* и средних по глубине значений φ_v и Φ. В-третьих же, тип этой системы уравнений в частных производных будет зависеть прежде всего от соотношения

$$\frac{\partial}{\partial x_2}\left(a\frac{\partial \Phi}{\partial x_j}\right) \quad \text{и} \quad u_k\frac{\partial^2 \varphi_v}{\partial x_k \partial x_j}.$$

В частности же, при очень медленных средних по времени течениях воды в застойных зонах тип обсуждаемой системы может быть и параболическим, а интегрирование ее должно производиться от границ этих зон в направлении распространения волн. Это обстоятельство делает ненужной для экологических задач весьма сложную процедуру расчета средних течений воды в застойных зонах, и из решения системы (2)–(4) в форме (5) или аналогичной ей достаточно узнать форму этих зон.

Влияние внутренних волн в эстуарии на распространение взвесей

Еще один механизм образования вихрей, поднимающих взвеси из придонной части акватории, до постройки дамбы был связан с разрушением внутренних волн на границе между слоями разной солености, имеющих вследствие этого отношение плоскостей, равное χ. Следующее из уравнений Бернулли условие на этой границе с ординатой y $Q_1 + \chi Q_2 + 2g(y - y_\infty)(1 - \chi) = Q_{1\infty} - \chi Q_{2\infty}$ допускает на ней существование волн с плавными гребнями и заостренными подошвами, если $\lambda < 1$, $Q_{1\infty} < Q_{2\infty}$, т.е. если верхняя жидкость плотнее и медленнее движется (здесь Q_1 и Q_2 — квадраты модуля скорости первой и второй жидкостей соответственно). Как и обычно, в теории волн естественно начать анализ их формы в рамках теории потенциальных течений [11]. Известно, что существуют поверхностные волны максимальной амплитуды, имеющие заострения гребней, но оказывается, что в рассмотренной выше ситуации могут существовать и внутренние волны с острыми подошвами. Произведенный с помощью конформных отображений угла в плоскости течения на внешность круга в канонической плоскости, т.е. по описанному в [12] шаблону, анализ формы подошв показывает, что угол их заострения со стороны верхней жидкости 120°, однако, чтобы в нижней жидкости скорость $\sqrt{Q_2}$ и давление оставались у вершины угла ограниченными, необходимо существование спаренной с подошвами дорожки вихрей в нижней жидкости. Экспериментально внутренние волны с острыми подошвами регистрировались в измерениях [13] на шельфе. В Невской губе до постройки дамбы такие волны могли возникать на фазе отлива нагонной волны при наводнении.

Поскольку пульсации продольной скорости от вихрей вблизи дна обратно пропорциональны квадрату расстояния до них, а их вклад в подъемную силу взвеси F_2 — четвертой степени этого расстояния, то ясно, что даже при одних и тех же интенсивностях Γ образующиеся при разрушении внутренних волн придонные цепочки вихрей засасывали взвесь гораздо эффективнее поверхностных, образующихся при разрушении ветровых волн.

Влияние поверхностных волн на диффузию растворенных примесей

Волны существенно влияют на распространение не только взвесей, но и растворенных в воде примесей, перемещающихся относительно нее благодаря молекулярной диффузии. Изменение их концентрации в движущейся жидкости описывается обычным транспортным уравнением, в двумерном случае имеющим вид

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + u\frac{\partial C_i}{\partial x} - k\frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} - k\frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} = q. \tag{7}$$

При постоянных коэффициенте диффузии k и скорости потока жидкости u, для равного нулю источникового члена q и акватории глубины δ методом разделения переменных можно получить решения вида

$$C_i(x,y,z) = A_i \sin\frac{\pi y}{2\delta} e^{\frac{Ux}{k} - \frac{\pi^2 kt}{4\delta^2}}, \quad A_i = \text{const}. \tag{8}$$

Если же $u = u_0 - (\partial\varphi/\partial x)$, $u_0 = \text{const}$, $\varphi = B_i e^{k_1(ix+y)}\cos\omega t$, то при тех же остальных предположениях наряду с медленным монотонным процессом (8) имеет место и более быстрый колебательный. Проводя осреднение Рейнольдса уравнения (7) по периоду $2\pi/\omega$, вместо q в правой части (7) имеют

$$-\frac{\partial}{\partial y}\langle C_i' v'\rangle.$$

Очевидно, что это слагаемое пропорционально φ, но можно строить разные гипотезы о его виде. В частности, если, согласно (8), $C_i(x,y,t)$ для однородного уравнения (7) с $q = 0$ представимо в виде $C_i = X(x)Y(y)T(t)$, то при $\langle C_i' v'\rangle = B_i^* TX(e^{2k_1 y} - e^{-4\delta y - 2k_1 y})$, $B_i^* = \text{const}$ имеет место

$$C_i(x,y,t) = \left[A_i \sin\frac{\pi y}{2\delta} - B_i^* e^{-2k_1\delta}\frac{1 - e^{-2k_1(\delta+y)}}{k_1^2 + \frac{\pi^2}{4\delta^2}}\right] e^{\left(\frac{Ux}{k} - \frac{\pi^2 k}{4\delta^2}\right)}. \tag{9}$$

Сопоставляя частные решения (8) и (9) дифференциального уравнения (7) в штилевых условиях и при волнении, даже на этом простом качественном примере легко увидеть, что возможны ситуации, при которых волнение принципиально меняет профили концентрации растворенной примеси, увеличивая ее в приповерхностных слоях жидкости.

Принцип построения расчетной модели для эстуария

Приведенный выше качественный анализ позволяет сделать некоторые практические выводы.

Итак, дамба, существенно ограничив амплитуды нагонных и ветровых волн, как показывает приведенный выше анализ, попутно резко сократила силы, помогавшие примесям при волнении отдрейфовать из Невской губы; именно в этом и состоит главное негативное экологическое воздействие дамбы. Все дальнейшие инженерные мероприятия в эстуариях должны поэтому непременно анализироваться с точки зрения их воздействия на волновой режим. Для распространения примесей оказываются важными не одномерные гидравлические понятия расхода и подпора, а несравненно более тонкие — градиенты турбулентных пульсаций; упомянутый анализ должен базироваться на поочередном решении уравнений трехмерного движения жидкости и уравнений переноса (1) в условиях волнения.

Особенно велика роль в распространении примесей застойных зон, которые оказываются их „аккумуляторами". Эти „аккумуляторы", накапливая примеси, могут служить источниками отравления среды даже при резком снижении их концентрации в городских и промышленных стоках: они могут разряжаться под действием ветра и нагонных волн.

Влияющие на распространение примесей нестационарные волновые процессы имеют характерные масштабы $l \sim 1$ м, в то время как протяженность эстуария порядка 10^4 м, осредненные по времени параметры течения, важные для экологических прогнозов, имеют характерные масштабы много больше l. Поэтому имеет смысл не пытаться решать трехмерные нелинейные волновые задачи непосредственно для эстуария, а закладывать результаты решения плоских модельных волновых задач в коэффициенты уравнений для упомянутых осредненных величин подобно тому, как результаты статической физики используются в коэффициентах переноса для идеальных газов.

Перечисленные обстоятельства позволяют предложить такой план создания системы математического моделирования гидроэкологической обстановки в эстуариях: сначала параллельно разрабатываются алгоритмы решения системы (2)–(4) и решаются модельные плоские волновые задачи, в частности определяются интенсивности вихрей Γ, образующиеся в типичных условиях разрушения волн. Это позволяет очертить форму застойных зон и определить упомянутые коэффициенты переноса. При их определении допустимо идти на существенные упрощения, потому что распределения примесей, как правило, нужно знать с не очень большой относительной точностью — предельно допустимые концентрации обычно определяются с точностью не более одного знака. Затем для характерных условий волнения в присутствии существующих или проектирующихся гидросооружений решается система (1а) или (7) для данных примесей, характеризующихся индивидуальными коэффициентами диффузии и множителями при стоксовых и обменных силах. При этом поле скорости воды в непосредственной близости от сооружений (на расстоянии нескольких δ), по-видимому, может определяться с помощью методов теории струй идеальной жидкости.

Надо, однако, отметить, что если при решении интегральных соотношений (2)–(4), схожих с уже использовавшимися интегральными соотношениями трехмерного пограничного слоя, и аналогичных соотношений для примеси принципиальных математических трудностей не предвидится, то упомянутые здесь нелинейные волновые задачи пока и не решались и только есть надежда на использование метода [12], применявшегося для нелинейных волн. Более того, при анализе воздействия новых гидротехнических сооружений на волновой режим встанет вопрос о связи амплитуд a с P_a и со скоростью ветра. Современные теоретические представления связывают образование ветровых волн с напряжениями трения на границе воздух–вода, что плохо согласуется [14] с опытами в натурных условиях. Надо же, по-видимому, связать его с влиянием импульсов давления в крупных атмосферных вихрях, образующихся при ветре в приповерхностном турбулентном пограничном слое воздуха. Такие импульсы образуют за собой систему волн, схожих с корабельными [11]. В связи со случайным характером их значений в расчетные модели предложенного здесь типа надо включать их статистические характеристики, которые еще предстоит определять.

О физических экспериментах

Определение коэффициентов, связывающих силы $\mathbf{G}_i$ и $\mathbf{P}_i$ в (1) с характеристиками несущего потока и примесей различных сортов, скорее всего придется производить в лабораторных физических экспериментах. Как следует из [15], характерный для натурных условий турбулентный режим при экспериментах в малых установках можно обеспечить увеличением концентрации примеси, и, как следует из [6,16], само значение концентрации при $C_i \ll 1$ не повлияет на измеряемые коэффициенты.

Также из экспериментов следует определять коэффициенты B или корректировать функции f_1 для различных условий обрастания дна, замерзания поверхности воды и т.п. В зимних условиях может из-за этого меняться форма транзитной струи и застойных зон.

Заключительные замечания

Основное назначение описанной математической модели — экспертиза воздействия существующих и предполагаемых инженерных сооружений на эстуарии, в частности мероприятий по улучшению их экологии. Традиционная в отечественных условиях умозрительная экспертиза слишком часто оказывалась ошибочной. Современное состояние вычислительной гидродинамики делает возможным отладку описанной модели в обозримый срок.

Список литературы

[1] *Шило Н.А., Григорян С.С., Монин А.С. и др.* // Знание — сила. 1989. № 11. С. 41–42.
[2] *Любимов Г.А.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 57–56.
[3] *Вольцингер Н.Е., Зольников А.В., Клеванный К.А. и др.* // Метеорология и гидрология. 1990. № 1. С. 70–77.
[4] *Fisher H.* // Ann. Rev. Fl. Mech. 1976. Vol. 8. P. 107–133.
[5] *Hunt J.C.R.* // J. Fl. Mech. 1981. Vol. 106. P. 147–185.
[6] *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
[7] *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.
[8] *Федяевский К.К., Гиневский А.В., Колесников А.В.* Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973.
[9] *Рожественский В.Л., Яненко Н.Н.* Системы квазилинейных уравнений. М.: Наука, 1968.
[10] *Крупенио Н.Н., Пармузин И.Ю., Никольская Ю.В.* Дистанционный контроль загрязнения Невской губы с использованием радио и оптических диапазонов. М., 1990.
[11] *Сретенский Л.Н.* Волновые движения жидкости. М.: Наука, 1975.
[12] *Амромин Э.Л., Басин М.А., Бушковский В.А.* // ПММ. 1990. № 1. С. 162–165.
[13] *Серебряный А.М.* // Изв. АН СССР. ФАО. 1990. № 3. С. 285–293.

[14] *Степанец Ю.А., Фабрикант А.Л.* // УФН. 1989. Т. 159. № 1. С. 83–124.
[15] *Баренблат Г.И., Воропаев С.И., Филиппов И.А. и др.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. Вып. 10. С. 1272–1277.
[16] *Batchelor G.K.* // J. Fl. Mech. 1976. Vol. 74. P. 1–29.

Центральный научно-исследовательский
институт им.А.Н.Крылова
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
25 ноября 1991 г.