04

ЭРОЗИЯ ФРОНТА ПЗЧ В ПЛАЗМЕННОМ КАНАЛЕ ВЫСОКОЙ ПРОВОДИМОСТИ

Е.К.Колесников, А.С.Мануйлов

С помощью решения системы уравнений динамики пучка заряженных частиц в высокопроводящей рассеивающей газоплазменной среде получена оценка темпа эрозии фронта пучка. Показано, что в рассматриваемом случае вклад в скорость эрозии в результате рассеяния линейно зависит от проводимости среды и существенно превышает соответствующий вклад из-за омических потерь.

1. В последнее время значительное внимание уделяется исследованию процессов, сопровождающих транспортировку пучков заряженных частиц (ПЗЧ) в газоплазменных средах [1–14]. Среди указанных процессов основное место занимают такие, как развитие резистивных неустойчивостей [1–4], поперечная эволюция пучка в результате пучково-плазменного взаимодействия, эрозия фронтальной части ПЗЧ. В частности, процесс эрозии фронта пучка (рассыпание головной части) в газоплазменных средах рассматривался в работах [9–12] и, как было показано, обусловлен омическими потерями ПЗЧ и его поперечной дисперсией при многократном кулоновском рассеянии частиц пучка на атомах газоплазменного фона. В связи с этим представляется актуальным исследование процесса эрозии ПЗЧ в часто встречающемся на практике случае транспортировки пучка на фоне высокопроводящей рассеивающей газоплазменной среды. В частности, подобные ситуации могут иметь место при осуществлении экспериментов по термоядерному синтезу на пучках тяжелых ионов [13] или при создании плазмохимических реакторонов высокого давления [14].

В литературе, посвященной эрозии ПЗЧ, подробно исследована лишь ситуация, когда проводимость фоновой плазмы в голове пучка низка и имеет место частичная зарядовая и токовая компенсация [9–12]. Однако на практике возможна ситуация, когда пучок на всем протяжении скомпенсирован по заряду и близок к токовой нейтрализации. Определению скорости эрозии ПЗЧ в указанной ситуации и посвящена настоящая работа.

2. Рассмотрим параксиальный моноэнергетический ПЗЧ, распространяющийся по каналу высокой проводимости ($4\pi\sigma_0 R_b/c \gg 1$, R_b —

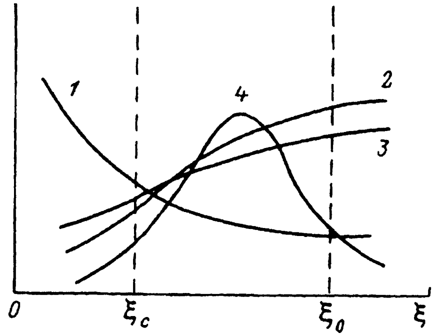

Рис. 1. Качественная зависимость параметров пучково-плазменной системы от расстояния ξ до фронта ПЗЧ.
1 — R, *2* — U, *3* — γ, *4* — $\langle E_z \rangle$ [11,12]

характерный радиус пучка, c — скорость света), созданному в нейтральном газе высокого давления. Ось z цилиндрической системы координат (r, θ, z) выберем вдоль оси канала. В рассматриваемой ситуации пучок полностью компенсирован по заряду и близок к полной магнитной нейтрализации. Будем предполагать, что выполнено условие

$$\sigma_0 \gg \sigma_g \tag{1}$$

где σ_g — проводимость, генерируемая в канале самим пучком; поэтому проводимостью σ_g в дальнейшем будем пренебрегать.

Для определения скорости эрозии головной части ПЗЧ в рассматриваемом случае воспользуемся методикой, предложенной в работах [11,12]. Известно, что пучок может быть разбит на три области: область свободного расширения, переходную зону и область самофокусировки пучка (тело импульса) (рис. 1). Темп эрозии характеризуется скоростью движения точки пересечения двух первых из указанных областей ξ_c (критической точки) относительно фронта ПЗЧ.

Для нахождения указанной скорости обратимся к основным уравнениям динамики пучково-плазменной системы. Уравнение, характеризующее поперечную эволюцию ПЗЧ в результате процесса многократного кулоновского рассеяния частиц пучка на атомах фонового газа (уравнение Нордсика), имеет вид [5,6]

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\ln(\gamma U R^2)\right] = \frac{2}{L_N}, \tag{2}$$

где R — среднеквадратичный радиус пучка, $U = \varkappa I_b/c$ — обобщенный первеанс пучка, I_b — ток пучка, $\varkappa = (1 - f_m)$, f_m — коэффициент токовой нейтрализации, γ — релятивистский фактор, L_N — характерный масштаб макроскопического проявления многократного рассеяния (длина Нордсика).

$$L_N = \frac{2\gamma U}{a}, \quad a = \frac{4\pi m c^2}{\alpha_t q r_d}, \tag{3}$$

где m — масса частицы пучка, q — ее заряд, α_t — постоянная тонкой структуры, r_d — радиационная единица длины.

Уравнение, описывающее омические потери ПЗЧ (в пренебрежении радиационными и ионизационными потерями пучка, вблизи пика E_z (рис. 1)), запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial z}(\gamma mc^2) = q\langle E_z\rangle, \tag{4}$$

где $\langle E_z\rangle$ — среднее по радиальному профилю пучка значение продольной компоненты электрического поля, для которого из закона Фарадея нетрудно получить следующее выражение:

$$\langle E_z\rangle = -\frac{\partial}{\partial\xi}(LU) - \frac{U}{R}\frac{\partial R}{\partial\xi} + b\frac{\partial U}{\partial\xi}, \tag{5}$$

где $\xi = ct - z$, t — временна́я переменная, $L = \ln(R_0/R)$ — индуктивность единицы длины пучка, R_0 удовлетворяет условию

$$\langle E_z\rangle|_{r=R_0} = 0, \tag{6}$$

b — коэффициент, зависящий от радиального профиля ПЗЧ (например, для беннетовского профиля, обрезанного при $r = 2R$, $b \simeq 0.12$).

Согласно экспериментам [11,12], $L \sim 5-8$. Поэтому в дальнейшем в (5) членами $\sim L^{-1}$ будем пренебрегать.

Уравнение для обобщенного первеанса пучка U можно получить из уравнения Ампера. Воспользовавшись предположением о высокой проводимости фоновой плазмы ($(4\pi\sigma_0/c)\partial A_z/\partial\xi \gg \Delta A_z$, где A_z–z-компонента векторного потенциала электромагнитного поля), получим

$$\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{U}{R^2}\right) \simeq \frac{I_b}{4\pi\sigma_0 R^4}. \tag{7}$$

В области, близкой к телу импульса, имеет место условие динамического равновесия

$$\langle Q^2\rangle = \frac{qU}{\gamma mc^2}, \tag{8}$$

где $\langle Q^2\rangle$ — среднеквадратичный угол теплового разброса частиц пучка.

Можно показать, что положение „критической точки" ξ_c определяется из условия

$$\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2\bigg|_{\xi=\xi_c} = \langle Q^2\rangle. \tag{9}$$

Кроме того, согласно [6], в области свободного расширения ($\xi \leqslant \xi_c$) уравнение огибающей имеет вид

$$\frac{\partial^2 R^2}{\partial z^2} = \frac{2V^2}{c^2}, \tag{10}$$

где V — средняя скорость поперечного расширения пучка.

Отметим, что в силу предположения (1) в настоящей работе (в отличие от [11,12]) уравнение генерации проводимости отсутствует. Введем в рассмотрение переменную

$$\eta = \xi - \nu z, \tag{11}$$

где $\nu = \xi_c/z_c$ — скорость эрозии (темп смещения „критической точки" ξ_c от фронта ПЗЧ к хвосту импульса в процессе транспортировки), z_c — текущая z-координата „критической точки".

Тогда, переходя к паре независимых переменных (η, z), имеем

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi}\right)_z = \frac{d}{d\eta}, \quad \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_\xi = -\nu\frac{d}{d\eta}. \tag{12}$$

В этом случае при условии $U_c \ll U_0$ (рис. 1) получим темп эрозии в виде

$$\nu = \frac{qL_0U_0}{\gamma_0 mc^2(1-\gamma_c/\gamma_0)}, \tag{13}$$

где индекс „0" относится к значениям величин в теле пучка.

Из (13) следует, что задача нахождения скорости эрозии фронта ПЗЧ сводится к определению значения релятивистского фактора γ_c частиц пучка, находящихся от фронта на расстоянии ξ_c, через предполагаемые известными параметры в теле ПЗЧ. Указанная задача может быть решена при условии, что известна зависимость среднеквадратичного радиуса пучка R от переменной ξ. Согласно результатам работ [7,11], эту зависимость можно аппроксимировать следующим образом:

$$R(\xi) = R_0\left(\frac{\xi_0}{\xi}\right)^{1/\alpha}, \quad \xi \leqslant \xi_0, \quad \alpha \geqslant 1, \tag{14}$$

где R_0 — значение R в теле пучка, ξ_0 — расстояние от фронта ПЗЧ до пинч-области пучка. Как показывают оценки, в большинстве случаев достаточно хорошая аппроксимация огибающей пучка достигается при $\alpha \sim 2$.

3. Для определения скорости эрозии ν обратимся к рассмотрению системы уравнений (2)–(13). Используя (14) и свойства приведенных на рис. 1 кривых, преобразуем ряд уравнений из указанной системы. Принимая во внимание качественную зависимость обобщенного первеанса U от ξ (рис. 1), из (7) и (14) получим

$$U \simeq \frac{\beta}{R^2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^\alpha, \tag{15}$$

где

$$\beta = \frac{I_b}{4\pi\sigma_0}\frac{\alpha}{(4+\alpha)}\xi_0. \tag{16}$$

Из (2) и (12) имеем

$$\ln\left(\frac{\gamma U R^2}{\gamma_c U_c R_c^2}\right) \simeq -\frac{a}{\nu\gamma_c}R_c^2 A, \tag{17}$$

здесь a определено в (3) и

$$A = \frac{2\pi\sigma_0}{I_b}(4+\alpha). \tag{18}$$

Заметим, что уравнение (17) является приближенным и получено с учетом условий $\gamma_c \ll \gamma$, $R_c \gg R$ для $\xi > \xi_c$ (рис. 1). Дифференцируя (15) по η, получим

$$\frac{d\ln U}{d\eta} = -\frac{(2+\alpha)}{2}\frac{d\ln R^2}{d\eta}. \tag{19}$$

Из уравнения (2) в точке ξ_c имеем

$$\left(\frac{d\ln U}{d\eta}\right)_c + \left(\frac{d\ln R^2}{d\eta}\right)_c = -\frac{a}{\nu\gamma_c U_c}. \tag{20}$$

Для удобства введем далее в рассмотрение параметры

$$S = \frac{qL_0U_0}{\gamma_0 mc^2}, \tag{21}$$

$$W = \left[(k_\beta L_N)^{-1}\right]_{\xi=\xi_0} = \frac{aR_0}{2\gamma_0 U_0}\times$$

$$\times\left(\frac{\gamma_0 mc^2}{qU}\right)^{1/2}, \tag{22}$$

где k_β — бетатронное волновое число частиц пучка, L_N — длина Нордсика.

В итоге имеем следующую систему уравнений:

$$\nu = \frac{S}{1-\tilde{\gamma}_c}, \tag{23}$$

$$\frac{\tilde{U}_c}{\tilde{\gamma}_c}\frac{S}{L_0} = \nu^2\tilde{R}_c^2\left[\frac{R_0}{2}\left(\frac{d\ln R^2}{d\eta}\right)\right]^2, \tag{24}$$

$$\tilde{U}_c = \frac{\beta}{\tilde{R}_c^{2+\alpha}U_0R_0^2}, \tag{25}$$

$$\frac{R_0}{2}\left(\frac{d\ln U}{d\eta}\right)_c = -\frac{(2+\alpha)}{4}R_0\left(\frac{d\ln R^2}{d\eta}\right)_c \tag{26}$$

$$\frac{R_0}{2}\left(\frac{d\ln U}{d\eta}\right)_c + \frac{R_0}{2}\left(\frac{d\ln R^2}{d\eta}\right)_c = -\frac{W}{\nu\tilde{\gamma}_c\tilde{U}_c}\times$$

$$\times\left(\frac{S}{L_0}\right)^{1/2}, \tag{27}$$

$$\ln\left(\tilde{\gamma}_c\tilde{U}_c\tilde{R}_c^2\right) = \frac{2\tilde{R}_c^2}{\nu\tilde{\gamma}_c}AU_0R_0W\left(\frac{S}{L_0}\right)^{1/2}, \tag{28}$$

где $\tilde{\gamma}_c = \gamma_c/\gamma_0$, $\tilde{U}_c = U_c/U_0$, $\tilde{R}_c = R_c/R_0$.

Таким образом, имеем систему из шести уравнений (23)–(28) с шестью неизвестными: ν, $\tilde{\gamma}_c$, $\tilde{U}_c$, $\tilde{R}_c$, $(d\ln R^2/d\eta)_c$, $(d\ln U/d\eta)_c$.

Решение указанной системы уравнений приводит к следующему выражению для скорости эрозии:

$$\nu = \nu_{sc} + \nu_{0h}, \tag{29}$$

где

$$\nu_{0h} = \frac{L_0U_0c}{(I_A)_0} \tag{30}$$

— скорость эрозии за счет омических потерь пучка, $(I_A)_0$ — ток Альфвена при $\xi = \xi_0$ и ν_{sc} — скорость эрозии в результате многократного рассеяния частиц пучка в газе, которая при $\alpha \sim 2$ (что является достаточно хорошей аппроксимацией к рассчетным огибающим ПЗЧ) имеет оценочный вид

$$\nu_{sc} \simeq \frac{\lambda_m}{L_N^*}G, \tag{31}$$

где $\lambda_m = 4\pi\sigma_0R_0^2/c$ — скиновая длина в омической плазме проводимости σ_0,

$$L_N^* = \frac{(L_N)_0I_b}{U_0c} \tag{32}$$

— длина Нордсика при отсутствии токовой компенсации ($f_m = 0$),

$$G = 3\left|\ln\left\{\frac{3R_0}{L_N^*}\left(\frac{I_A}{I_b}\right)^{1/2}\right\}\right|. \tag{33}$$

Заметим, что в отличие от [11,12] в рассматриваемой ситуации пучок близок к токовой нейтрализации ($f_m \to 1$) и вклад в скорость эрозии омических потерь мал по сравнению с соответствующим вкладом из-за рассеяния ($\nu_{0h} \ll \nu_{sc}$).

4. В качестве иллюстрации на рис. 2 для релятивистского электронного пучка (с параметрами $\gamma = 100$, $I_b = 10$ кА, $R_0 = 0.5$ см), распространяющегося в высокопроводящем атмосферном газе при $\bar{\rho} = 0.1,\ 0.5$ и 1 ($\bar{\rho} = \rho/\rho_0$ — плотность газовой среды, отнесенная к плотности воздуха при нормальных условиях), представлена зависимость темпа эрозии ν от проводимости газа σ_0. Нетрудно видеть, что в отличие от [11,12] (где зависимость от σ_0 отсутствует) в рассматриваемом случае имеет место линейное нарастание темпа эрозии с ростом проводимости среды. При этом увеличение σ_0 от 10^{10} до 10^{13} с$^{-1}$ приводит к возрастанию скорости эрозии почти на три порядка.

Полученный результат может быть легко объяснен, поскольку с ростом проводимости σ_0 нарастает степень токовой нейтрализации ($f_m \to \to 1$), что приводит к сильному радиальному расширению пучка и, следовательно, к большей скорости эрозии.

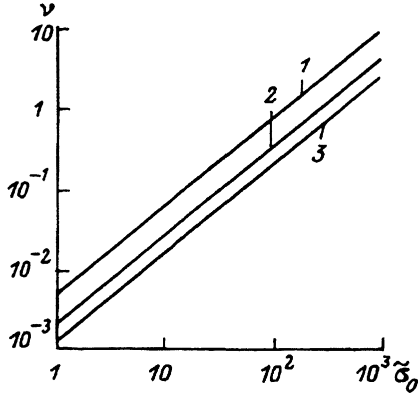

Рис. 2. Зависимость скорости эрозии ν от проводимости плазменного канала $\tilde{\sigma}_0 = \sigma_0/\sigma_1$, $\sigma_1 = 10^{10}$ с$^{-1}$.
$\bar{p}$: *1* — 1, *2* — 0.5, *3* — 0.1.

Таким образом, из (30)–(33) следует, что при транспортировке пучка в высокопроводящей рассеивающей газоплазменной среде эрозия фронта пучка обусловлена в основном рассеянием и является значительной из-за высокой степени токовой компенсации.

Список литературы

[1] *Lee E.P.*// Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327–1343.
[2] *Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А.* // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 5. С. 988–991.
[3] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С 40-44.
[4] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 3. С. 46–50.
[5] *Lee E.P.*// Phys. Fluids. 1976. Vol. 19. N 1. P. 60–69.
[6] *Lee E.P., Cooper R.K.*// Part. Accelerators. 1976. Vol. 7. P. 83–95.
[7] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // РиЭ. 1990. Т. 35. № 1. С. 218–220.
[8] *Власов М.А., Никонов С.В.* // РиЭ. 1983. Т. 28. № 5. С. 965–970.
[9] *Мхеидзе Г.П., Савин А.А., Сорокин Г.А.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 7. С. 1465–1467.
[10] *Глазычев Л.В., Сорокин Г.А.*// Физика плазмы. 1990. Т. 16. Вып. 3. С. 370–375.
[11] *Sharp W.M., Lampe M.* // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 12. P. 2383–2393.
[12] *Lee E.P.* // Livermore Lab. Report. UCID-18768. 1980. P .19.
[13] *Barletta W.A., Lee E.P., Yu S.S.* // Nucl. Fusion. 1981. Vol. 21. N 8. P. 961–972.
[14] *Глазычев Л.В., Сорокин Г.А.* // ТВТ. 1987. Т. 25. № 3. С. 604–607.

С.-Петербургский университет

Поступило в Редакцию
10 октября 1991 г.