01;04;09;10

КАНАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПОПЕРЕЧНО ОГРАНИЧЕННЫМ ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННЫМ СЛОЕМ ПРИ РАЗВИТИИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Н.И.Карбушев, А.Д.Шаткус

Теоретически исследуется развитие неустойчивости в пучково-плазменном слое с открытыми боковыми границами. Показано, что с ростом тока релятивистского электронного пучка неустойчивость приобретает излучательный характер, когда становится существенным излучение электромагнитных волн в поперечном направлении. В таких условиях имеет место концентрация поля излучения вблизи пучково-плазменного слоя, а максимальный инкремент неустойчивости пропорционален плотности пучка в степени 3/4.

1. В теории взаимодействия поперечно ограниченных электронного пучка и плазмы обычно предполагается, что поперечная структура возбуждаемого поля фиксирована и не зависит от плотности пучка. Поток же энергии считается имеющим лишь составляющую в направлении распространения пучка. Однако электронный пучок с ограниченным поперечным сечением в плазме искажает поперечную структуру возмущений [1], а возбуждаемые волны имеют возможность покидать область, занимаемую пучком, излучаясь в поперечном направлении [1,2]. В результате поле возмущений концентрируется вблизи электронного пучка, приводя к эффекту канализации неустойчивых волн. В случае канализации волн зависимость максимального инкремента от параметров пучково-плазменной системы может измениться, качественно отличаясь от аналогичной зависимости в случае классической пучково-плазменной неустойчивости [3,4].

В настоящей работе в линейном приближении исследуется неустойчивость, развивающаяся в замагниченном ленточном плазменно-пучковом слое бесконечной ширины. Показано, что при достаточно малой толщине слоя с ростом плотности ультрарелятивистского электронного пучка начинает проявляться эффект канализации возбуждаемых волн. При этом максимальный инкремент неустойчивости достигается в области частот, где скорость пучка превышает фазовую скорость плазменной волны и пропорционален плотности пучка в степени 3/4. В условиях канализации также существенно возрастает отношение поперечной составляющей вектора Пойнтинга к его продольной составляющей вне слоя, что указывает на рост излучения волн в поперечном направлении.

2. Предполагается, что плазма и пучок с однородными плотностями n_p и n_b заполняют слой $|x| < d$. Скорость моноэнергетичного пучка равна u. Внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси z, является настолько сильным, что движение электронов плазмы и пучка одномерное. Движением ионов тепловыми скоростями частиц пренебрегается.

В таких условиях из уравнений Максвелла следует, что продольная составляющая электрического поля возмущений E_z на частоте ω с волновым вектором k, пропорциональных множителю $\exp(-i\omega t + ikz)$, подчиняется уравнению

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} - \varepsilon\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right) E_z = 0, \tag{1}$$

где $\varepsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2 - \omega_b^2/\gamma^3(\omega - ku)^2$ — диэлектрическая проницаемость слоя, $\omega_{p,b} = (\pi e^2 n_{p,b}/m)^{1/2}$ — ленгмюровские частоты плазмы и пучка соответственно, $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор электронов пучка, e и m — заряд и масса электрона, c — скорость света.

При этом отличными от нуля являются составляющие электрического E_x и магнитного B_y полей.

Решение уравнения (1), симметричное относительно плоскости $x = 0$, можно представить в виде

$$E_z = E_0 \begin{cases} \cos(\varkappa x\sqrt{-\varepsilon}), & |x| < d, \\ \cos(\varkappa d\sqrt{-\varepsilon}) \cdot \exp[\varkappa(d - |x|)], & |x| > d, \end{cases} \tag{2}$$

где $\varkappa^2 = k^2 - \omega^2/c^2$, E_0 — некоторая константа.

Функция (2) непрерывна на границе слоя $|x| = d$. Если использовать еще одно граничное условие непрерывности производной dE_z/dx при $|x| = d$, то приходим к дисперсионному уравнению [5]

$$\operatorname{ctg}(\varkappa d\sqrt{-\varepsilon}) = \sqrt{-\varepsilon}. \tag{3}$$

В этом случае вектор Пойнтинга, характеризующий поток энергии (излучение волн), вне пучково-плазменного слоя при $\operatorname{Im}\omega = 0$ имеет составляющие

$$S_z = \frac{\omega \operatorname{Re} k}{8\pi|x|^2}|E_z|^2, \quad S_x = -\frac{\omega \operatorname{Im}\varkappa}{8\pi|\varkappa|^2}|E_z|^2. \tag{4}$$

Физически корректными являются только те решения дисперсионного уравнения (3), которые в пределе $|x| \to \infty$ удовлетворяют условиям ограниченности амплитуды возмущений и излучения в поперечном направлении от слоя. Отсюда следует, что в соотношениях (2), (3)

$$\operatorname{Re}\varkappa > 0, \qquad \operatorname{Im}\varkappa \leqslant 0. \tag{5}$$

3. Наибольший интерес представляет случай малой толщины слоя

$$|\varkappa\sqrt{-\varepsilon}|d \ll 1, \tag{6}$$

когда амплитуда продольной составляющей электрического поля возмущений практически постоянна внутри слоя. Неравенство (6), согласно

(3), эквивалентно условию $|\sqrt{-\varepsilon} \gg 1$, что соответствует области низких частот $\omega \ll \omega_p$. Дисперсионное уравнение (3) при этом принимает вид

$$d\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\left[\frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{\omega_b^2}{\gamma^3(\omega - ku)^2}\right]} = 1. \tag{7}$$

В отсутствие электронного пучка ($\omega_b^2 = 0$) отсюда находим волновой вектор плазменной волны

$$k_p(\omega) = (\omega/c)\sqrt{1 + (\omega c/\omega_p^2 d)^2}. \tag{8}$$

Синхронизм плазменной волны с электронным пучком $\omega = k_p(\omega)u$ имеет место на частоте

$$\omega = \omega_0 = \omega_p^2 d/\gamma u \ll \omega_p. \tag{9}$$

При наличии электронного пучка малой плотности, когда выполняется неравенство

$$|\delta k| = |k - \omega/u| \ll \omega/2\gamma^2 u, \tag{10}$$

из дисперсионного уравнения (7) следует неустойчивость известного типа [3,4]. Ее инкремент максимален на синхронной частоте (9), а решение, удовлетворяющее условиям (5), имеет вид

$$\delta k = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}\frac{\omega_p^2 d}{\gamma^3 u^2}\nu^{1/3} \backsim n_b^{1/3}, \tag{11}$$

где параметр взаимодействия $\nu = \gamma n_b/n_p \ll 1$ в соответствии с (10).

Электронный пучок малой плотности практически не влияет на распределение амплитуды возмущений в поперечном сечении. Масштаб локализации поля вблизи поверхности слоя определяется при этом величиной $(\mathrm{Re}\,\varkappa)^{-1} \approx \gamma u/\omega_0 = d(\gamma u/\omega_p d)^2 \gg d$. Условие (6) соответствует требованию $\omega_0 d \ll \gamma u$, т.е. малости толщины пучково-плазменного слоя по сравнению с масштабом локализации поля возмущений.

4. В случае достаточно большой плотности ультрарелятивистского электронного пучка с параметрами $\gamma^2 \gg 1$ и $\nu \gg 1$ вместо неравенства (10) может выполняться противоположное ему при сохранении условия $|\delta k| \ll \omega/u$. Тогда $\varkappa \approx \sqrt{2\omega\delta k/u}$, а дисперсионное уравнение (7) представляет собой уравнение четвертой степени относительно $\sqrt{\delta k}$

$$\delta k^2 - \frac{\omega^{3/2}u^{1/2}}{\sqrt{2}\omega_p^2 d}\delta k^{3/2} + \frac{\omega^2\omega_b^2}{\gamma^3\omega_p^2 u^2} = 0. \tag{12}$$

Вводя безразмерные величины

$$\Delta = \frac{\delta k^{1/2}\gamma^{9/8}u}{2^{1/4}\omega_p^{1/4}\omega_b^{3/4}d^{1/2}}, \quad a = \frac{\omega^{1/2}\gamma^{3/8}u^{1/2}}{2^{1/4}\omega_p^{3/4}\omega_b^{1/4}d^{1/2}}, \tag{13}$$

перепишем уравнение (12) следующим образом:

$$f(\Delta, a) = \Delta^4 - a^3\Delta^3 + a^4 = 0. \tag{14}$$

В области высоких частот, когда $a \gg 1$, решение уравнения (14) приближенно представимо в виде

$$\Delta_1 = a^3, \qquad \Delta_2 = a^{1/3}, \qquad \Delta_{3,4} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} a^{1/3}. \tag{15}$$

Комплексные корни $\Delta_{3,4}$ не удовлетворяют первому из условий (5) и должны быть отброшены. Таким образом, в области высоких частот неустойчивость отсутствует.

В низкочастотной области, где $a \ll 1$, уравнение (14) имеет следующее решение:

$$\Delta_{1,2} = \frac{1 \pm i}{\sqrt{2}} a, \qquad \Delta_{3,4} = \frac{-1 \pm i}{\sqrt{2}} a. \tag{16}$$

Условиям физической корректности (5) удовлетворяет лишь один корень из первой пары с отрицательной мнимой частью, соответствующий усилению возмущений, причем с его помощью находим, что

$$\delta k = -i\omega\omega_b / \gamma^{3/2} \omega_p u. \tag{17}$$

В промежуточной области частот $a \sim 1$ существует такое значение параметра a, при котором функция $f(\Delta, a)$ обращается в нуль вместе со своей производной

$$\partial f / \partial \Delta = 4\Delta^3 - 3a^3\Delta^2 = 0. \tag{18}$$

Совместное решение уравнений (14), (18) дает

$$\Delta = 3a^3/4, \qquad a = a_{\text{кр}} = 2/3^{3/8}. \tag{19}$$

Легко убедиться в том, что корень (19) является двукратно вырожденным, а значение частоты

$$\omega_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{2}\omega_p^{3/2}\omega_b^{1/2} d}{\gamma^{3/4} u} a_{\text{кр}}^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3^{3/4}} \frac{\omega_p^2 d}{\gamma u} \nu^{1/4} \gg \omega_0 \tag{20}$$

соответствует границе между областями устойчивости и неустойчивости пучково-плазменного слоя.

Таким образом, неустойчивость развивается в области частот $0 < \omega < \omega_{\text{кр}}$. Численное решение уравнения (14) дает,что максимальное значение инкремента [5]

$$|\operatorname{Im} k|_{\max} \approx 2.10(\omega_p^2 d / \gamma^3 u^3)\nu^{3/4} \backsim n_b^{3/4} \tag{21}$$

достигается на частоте $\omega_m \approx 0.78\omega_{\text{кр}}$. При этом удовлетворяющая условиям (5) величина $\varkappa$ равна

$$\varkappa \approx (3.18 - 1.28i) \frac{\omega_p^2 d}{\gamma^2 u^2} \nu^{1/2}. \tag{22}$$

Последнее соотношение указывает на довольно сильную зависимость масштаба локализации поля возмущений вблизи поверхности слоя $(\operatorname{Re}\varkappa)^{-1} \sim d(\gamma u/\omega_p d)^2/\nu^{1/2} \backsim n_p^{-1/2}$ от плотности электронного пучка. Он оказывается в $\sqrt{\nu} \gg 1$ раз меньше масштаба локализации в случае малого параметра ν. Зависимость максимального инкремента (21) от плотности пучка качественно отличается от аналогичной зависимости в (11).

Угол, под которым происходит излучение волн вне слоя, определяется отношением составляющих вектора Пойнтинга (4). В случае проявления эффекта канализации при максимальном инкременте (21) он равен

$$\operatorname{tg}\theta = S_x/S_z = -\operatorname{Im}\varkappa/\operatorname{Re}k \approx 0.66\nu^{1/4}/\gamma \tag{23}$$

и в $\nu^{1/4} \gg 1$ раз превышает угол излучения волн в отсутствие канализации $\operatorname{tg}\theta = \gamma^{-1} \ll 1$.

5. Экспоненциальное уменьшение амплитуды поля возмущений при удалении от поверхности слоя в поперечном направлении в случае канализации излучения происходит не вследствие поглощения волн или их экранировки (как в случае отсутствия канализации). Оно преимущественно связано с тем, что в точку с поперечной координатой x приходит излучаемая волна из сечения пучков-плазменного слоя, отстоящего на расстоянии — $x \operatorname{ctg}\theta$ в продольном направлении от сечения наблюдения. Вследствие усиления возмущений их амплитуда в точке с бо́льшим значением x оказывается меньше. Такие рассуждения подтверждаются соотношением

$$\operatorname{Re}\varkappa \cdot \operatorname{Im}\varkappa = \operatorname{Re}\varkappa \cdot \operatorname{Im}k, \tag{24}$$

в справедливости которого можно легко убедиться с помощью приведенных выше выражений.

Согласно условиям (6) и противоположному (10), канализация волн пучково-плазменным слоем с максимальным инкрементом (21) имеет место при выполнении неравенств

$$(\omega_p d/\gamma u)^2\sqrt{\nu} \ll 1, \quad 1 \ll \sqrt{\nu} \ll 2\gamma^2, \tag{25}$$

когда толщина слоя мала по сравнению с масштабом локализации. Если толщина слоя велика, так что неравенство (6) и первое из неравенств (25) нарушаются, то вместо (7) дисперсионное уравнение (3) может быть приведено к известному виду [6–8]

$$k_\perp^2 + \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2}{\gamma^3(\omega - ku)^2}\right] = 0, \tag{26}$$

где $k_\perp \sim \pi/d$.

В таких условиях при параметре взаимодействия $\nu = 4\omega_p^2/\gamma k_\perp^2 u^2 \gg 1$ также имеет место уменьшение масштаба локализации поля возмущений вблизи поверхности слоя $(\operatorname{Re}\varkappa)^{-1} \sim (\gamma u/\omega_p)\nu^{-1/2} \lesssim d$. Однако излучение волн в поперечном направлении не влияет на характер зависимости максимального инкремента от плотности пучка [7]

$$|\operatorname{Im}k|_{\max} \sim (\omega_p/2\gamma^2 u)\nu.$$

Отметим, что канализация излучения может проявляться и в пучково-плазменных системах другой конфигурации [9], а также в лазерах на свободных электронах [10–12], в диэлектриках [13,14] и в пространственно-периодических структурах [15].

Список литературы

[1] *Попков Н.Г.* // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. Вып. 5. С. 214–216
[2] *Кондратенко А.Н.* // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 23. С. 1462–1464.
[3] *Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б.* // ДАН СССР. 1949. Т. 69.№ 4. С. 555–558.
[4] *Bohm D., Gross E.* // Phys. Rev. 1949. Vol. 75. N 12. P. 1864–1876.
[5] *Карбушев Н.И., Шаткус А.Д.* // Письма в ЖЭТФ. 1989. Т. 49. Вып. 11. С. 594–595.
[6] *Tajima T.* // Phys. Fluids. 1979. Vol. 22. N 6. P. 1157–1170.
[7] *Белов Н.Е., Карбушев Н.И., Рухадзе А.А.* // ЖТФ. 1982 Т. 52. Вып. 8. С. 1674–1677.
[8] *Файнберг Я.Б.* // Физика плазмы. 1985. Т. 11. Вып. 11. С. 1398–1410.
[9] *Карбушев Н.И.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 24. С. 91–93.
[10] *Гинзбург Н.С., Ковалев Н.Ф.* // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 5. С. 274–277.
[11] *Sprangle P., Ting A., Tang C.M.* // Phys. Rev. Let. 1987. Vol. 59. N 2. P. 202–205.
[12] *Scharlemann E.T., Sessler A.M., Wurtele J.S.* // Phys. Rev. Let. 1985. Vol. 54. N 17. P. 1925–1928.
[13] *Палоч И., Олинер А.* // Квазиоптика. М.: Мир, 1966. С. 167–186.
[14] *Карбушев Н.И., Шлапаковский А.С.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 10. С. 129.
[15] *Yasumoto K., Tanaka T.* // J. Appl. Phys. 1987. Vol. 62. N 9. P. 3543–3549.

Московский радиотехнических институт

Поступило в Редакцию
28 января 1991 г.
В окончательной редакции
13 ноября 1992 г.