

01;12  
©1992 г.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ ПОДВЕШИВАНИИ СВЕРХПРОВОДНИКА

*О.И.Горский, В.А.Дзензерский,  
Э.А.Зельдина*

Исследованы сложные колебания подвешенного сверхпроводящего контура в переменном магнитном поле. Показано, что при определенных условиях может происходить исчезновение „вязкого“ трения.

Взаимодействие сверхпроводников со слабо модулированным магнитным полем имеет ряд особенностей, которые проявляются при исследовании подвешивания и левитации постоянного магнита вблизи ВТСП. В работах [1,2] были обнаружены резонансы различных колебательных мод при левитации, в [3] показано, что переменное магнитное поле увеличивает жесткость левитации, континуум равновесных положений исчезает и происходит переход к единственной точке равновесия. Установление нового равновесного положения под действием хаотических колебаний было замечено в [4] при электродинамической левитации магнита над движущимся ферромагнитным барабаном. При исследовании вертикальных колебаний идеально проводящего токового контура [5] было показано также, что левитирующий магнит может переходить в новое положение равновесия. Отмеченные авторами [4,5] факты позволяют предположить, что наблюдаемое в [3] исчезновение „вязкого“ трения характерно не только для ВТСП.

Целью настоящей работы являются исследование колебаний подвешенного токового контура с постоянным магнитным потоком в переменном магнитном поле и установление условий, при которых может происходить исчезновение „вязкого“ трения.

Рассматриваются совместные (вертикальные и горизонтальные) колебания в трехконтурной системе (рис. 1) с сосредоточенными параметрами. Подвешенный контур 2 с постоянным магнитным потоком висит под стационарным токовым контуром 1. Рассеяние энергии колебаний контура 2 моделируется стационарным контуром 3, имеющим ненулевое

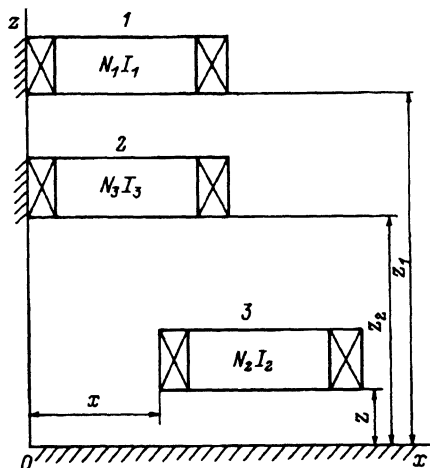


Рис. 1. Расчетная схема системы.

сопротивление  $R$ . Переменное магнитное поле создается контуром 1 с током  $I_0 \sin \omega t$ .

В качестве токовых контуров взяты прямоугольные рамки с длиной  $l_i$ ; ( $i = 1, 2, 3$ ), шириной  $b$ .

Система уравнений, описывающая совместные колебания токового контура, имеет вид

$$\frac{d(l_3 I_3 + M_{32} I_2 + M_{13} I_1)}{dt} + R_3 I_3 = 0,$$

$$L_2 I_2 + M_{21} I_1 + M_{32} I_3 = L_2 I_{20},$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = mg - I_1 I_2 \frac{dM_{21}}{dz} + I_2 I_3 \frac{dM_{23}}{dz},$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{dx} + I_2 I_3 \frac{dM_{23}}{dx},$$

$$I_1 = I_{10} + I_0 \sin \omega t. \quad (1)$$

Здесь  $x$  — горизонтальная координата центра масс подвижного контура;  $z$  — вертикальная координата;  $m$  — масса;  $M_{ij}$  — взаимоиנדуктивность контуров, определяемая формулами [6]

$$M_{ij} = \frac{M_0}{4\pi} \left\{ l_i \ln \left( \frac{\Delta_1 + A_1 \Delta_4 + A_4 \Delta_2 + B_2 \Delta_3 + B_3}{\Delta_2 + A_2 \Delta_3 + A_3 \Delta_1 + B_1 \Delta_4 + B_4} \right) + \right. \\ \left. + l_{i+1} \ln \left( \frac{\Delta_1 + A_2 \Delta_2 + A_2 \Delta_3 + B_3 \Delta_4 + B_4}{\Delta_3 + A_3 \Delta_4 + A_4 \Delta_1 + B_1 \Delta_2 + B_2} \right) + \right. \\ \left. + 2\Delta \ln \left( \frac{\Delta_1 + A_1 \Delta_3 + A_3 \Delta_2 + B_2 \Delta_4 + B_4}{\Delta_2 + A_2 \Delta_4 + A_4 \Delta_1 + B_1 \Delta_3 + B_3} \right) + \right.$$

$$+2b \ln \left( \frac{b + B_2}{b + B_1} \frac{b + B_4}{b + B_3} \frac{A_1 A_3}{A_2 A_4} \right) + \\ + 4(B_1 - A_1 - B_2 + A_2 + B_3 - A_3 - B_4 + A_4) \left. \right\},$$

$$\Delta_n = \Delta + \frac{l_i + l_{i+1}}{2},$$

$$\Delta_2 = \Delta + \frac{l_i - l_{i+1}}{2},$$

$$\Delta_3 = \Delta - \frac{l_i + l_{i+1}}{2},$$

$$\Delta_4 = \Delta - \frac{l_i - l_{i+1}}{2},$$

$$A_k = \sqrt{\Delta_k^2 + h^2},$$

$$B_k = \sqrt{A_k^2 + b^2}, \quad k = 1, 2, 3, 4,$$

$\Delta$  и  $h$  — расстояние между двумя контурами  $i$ ,  $i + 1$  соответственно по направлениям  $x$  и  $z$ .

В систему уравнений (1) входят производные от взаимной индуктивности  $M_{ij}$

$$\frac{dM_{ij}}{dz} = -\frac{M_0}{2\pi} \left\{ (A_2 - B_2) \frac{\Delta_2}{A_2^2} + (A_4 - B_4) \frac{\Delta_4}{A_4^2} - \right. \\ \left. - (A_1 - B_1) \frac{\Delta_1}{A_1^2} - (A_3 - B_3) \frac{\Delta_3}{A_3^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\Delta_1 + B_1}{\Delta_1 - B_1} \frac{\Delta_1 + A_1}{\Delta_1 - A_1} \frac{\Delta_2 + B_2}{\Delta_2 - B_2} \frac{\Delta_2 - A_2}{\Delta_2 + A_2} \frac{\Delta_3 - B_3}{\Delta_3 + B_3} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{\Delta_3 + A_3}{\Delta_3 - A_3} \frac{\Delta_4 + B_4}{\Delta_4 - B_4} \frac{\Delta_4 - A_4}{\Delta_4 + A_4} \right) \right\},$$

$$\frac{dM_{ij}}{dx} = -\frac{M_0}{2\pi} h \left\{ \frac{A_2 + A_4 - A_1 - A_3}{h^2} - \frac{B_2 + B_4 - B_1 - B_3}{b^2 + h^2} - \right. \\ \left. - \frac{A_1 - B_1}{A_1^2} + \frac{A_2 - B_2}{A_2^2} - \frac{A_3 - B_3}{A_3^2} + \frac{A_4 - B_4}{A_4^2} \right\}.$$

Собственная индуктивность прямоугольного контура имеет вид [7]

$$L_i = N_i - G_i,$$

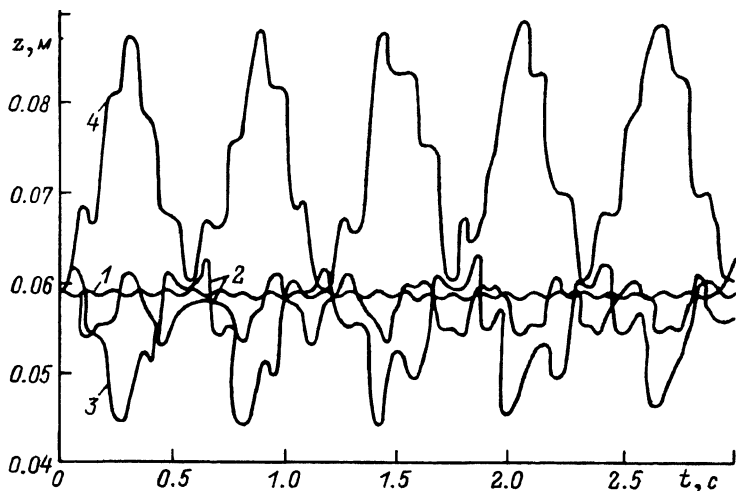


Рис. 2. Зависимость амплитуды вертикальных колебаний контура от времени.  $\Delta x_0$ , м: 1 — 0.005, 2 — 0.025, 3 — 0.04, 4 — 0.055.

$$N_i = \frac{\mu_0}{\pi} b \ln \frac{2bl_i}{\sqrt{b^2 + l_i^2} + l_i} +$$

$$+ l_i \ln \frac{2bl_i}{\sqrt{b^2 + l_i^2} + b} - 2 \left( \sqrt{b^2 + l_i^2} - l_i - b \right),$$

$$G_i = \frac{M_0}{\pi} (l_i + b) (\ln \delta - 0.25),$$

$\delta$  — радиус сечения провода.

Система уравнений (1) дополнялась начальными условиями

$$z(t = 0) = z_0 + \Delta z_0,$$

$$\frac{dz(t = 0)}{dt} = 0,$$

$$x(t = 0) = \Delta x_0, \quad \frac{dx(t = 0)}{dt} = 0,$$

$\Delta z_0$ ,  $\Delta x_0$  — отклонения колеблющегося контура от положения равновесия по осям  $z$  и  $x$ .

За координаты положения равновесия принимались значения  $z = z_0$  и  $x = 0$ . Величина  $z_0$  определялась из решения уравнения

$$mg = I_1 I_2 \frac{dM_{21}(z_1 - z_0)}{dz}.$$

Уравнения (1) интегрировались методом Рунге-Кутты на ЭВМ БЭСМ-6.

Для исследования возможности исчезновения „вязкого“ трения проводились расчеты как для  $I_0 = 0$ , так и 10 А. Рассматривалась система

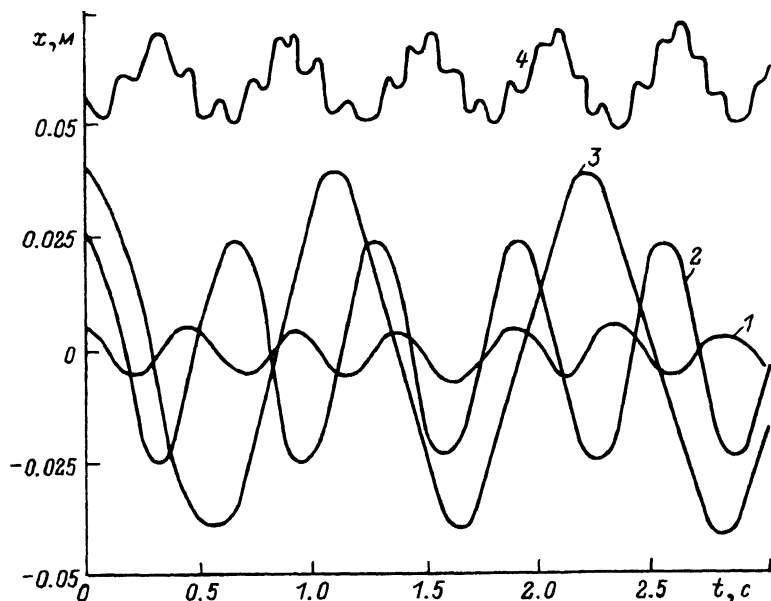


Рис. 3. Зависимость амплитуды горизонтальных колебаний контура от времени. 1-4 — то же, что и на рис. 2.

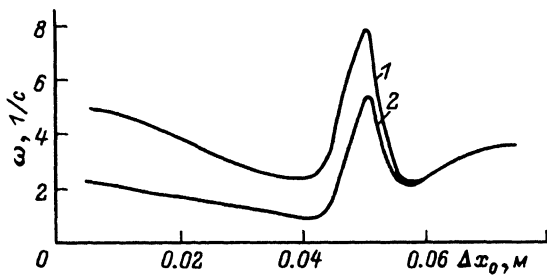


Рис. 4. Частота колебаний контура в зависимости от  $\Delta x_0$ . 1 — по оси  $z$ , 2 — по оси  $x$ .

с исходными параметрами  $z_1 = 0.1$  м,  $m = 0.1$  кг,  $I_{10} = 80$  А,  $I_{20} = 10^4$  А,  $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7}$  Гн/м,  $\omega = 0 - 30$  Гц,  $l_i = b = 0,1$  м,  $\delta_i = 0.001$  м.

Изменение амплитуды вертикальных колебаний в зависимости от времени при различных значениях возмущений по горизонтальной оси показано на рис. 2. Аналогичные зависимости для горизонтальных колебаний иллюстрирует рис. 3. Эта серия расчетов получена при  $z_2 = 0.1$  м,  $\Delta z = 0$ ,  $R = 0$ ,  $I_0 = 0$ . Нетрудно видеть, что колебательный процесс носит сложный характер. Даже небольшие возмущения по оси  $x$  существенно влияют на переходной процесс в системе. В зависимости от  $\Delta x_0$  меняются частоты колебаний (рис. 4).

Влияние возмущения  $\Delta x$  возрастает, когда его значение соизмеримо со значением координаты равновесия  $z_0$  (в данной системе  $z_0 = 0.0593$  м). При  $\Delta x \geq 0$  наблюдается изменение положения равновесия.

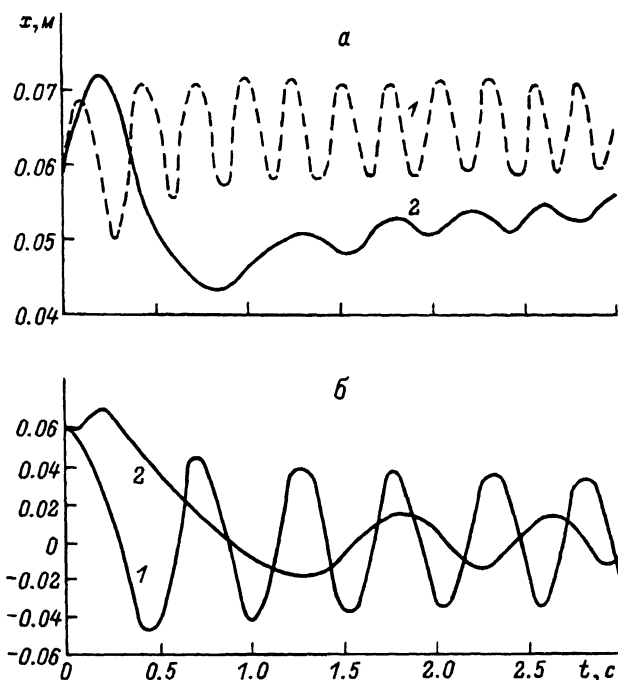


Рис. 5. Амплитуда колебаний в зависимости от времени.  
 а — по оси  $z$ , б — по оси  $x$ ;  $R$ , Ом: 1 —  $8.4 \cdot 10^{-5}$ , 2 —  $8.4 \cdot 10^{-6}$ .

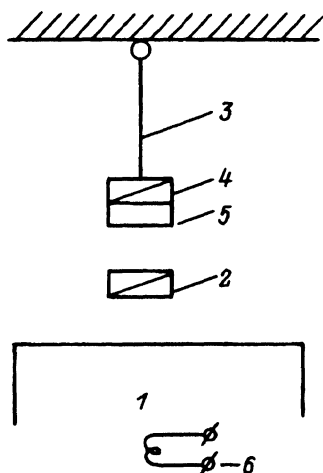


Рис. 6. Схема опыта.

На рис. 5 показано изменение амплитуды вертикальных (а) и горизонтальных колебаний (б) в системе с  $z_2 = 0.075$  м и  $I_0 = 0$  при различных значениях сопротивления  $R$ . Для  $R = 8 \cdot 10^{-6}$  Ом наблюдается затухание колебаний с большим декрементом. Введение в контур 3 переменного тока  $I_0 = 10$  А и проведение расчетов в широком диапазоне параметра

$\omega = 0 - 30$  Гц показано, что при  $\omega = 5$  и  $10$  Гц горизонтальные колебания не затухают. Последнее и подтверждает теоретически исчезновение „вязкого“ трения. Отметим, что эффект исчезновения „вязкого“ трения может быть проиллюстрирован простейшим опытом (рис. 6). Над толстой медной пластиной 1 помещается небольшой постоянный магнит 2 (диаметр 80 мм, толщина 5 мм). На маятнике 3 находится постоянный магнит 4, который притягивает магнит 2. Если между магнитами 4 и 2 поместить медную плиту 5 на маятнике, то магнит 2 почти левитирует над плитой 1. Если переменное магнитное поле отсутствует, то при колебаниях маятника 3 магнит 2 тормозится вихревыми токами, наводимыми в плите 1. При включении токовой катушки 6 в области частот  $\sim 30$  Гц магнит 2 увлекается колеблющимся маятником 3 и не тормозится вихревыми токами. Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

Исследование сложных колебаний в системе подвешивания токового идеального проводящего контура показывает, что необходимо рассматривать совместные боковые и вертикальные колебания из-за сильной их взаимообусловленности. Сильная корреляция колебаний приводит к изменению положения равновесия подвешенного контура. Если в один из контуров заводится ток  $I_0 \sin \omega t$ , то совместные вертикальные и боковые колебания показывают, что при определенных  $\omega$  уменьшается диссипация энергии колебаний (диссипация теперь обусловлена потерями в токовой катушке 5 (рис. 6)). Исчезновение „вязкого“ трения может иметь значение для электродинамической левитации экипажей высокоскоростного наземного транспорта [8].

#### Список литературы

- [1] Williams R., Matey J.R. // Appl. Phys. Lett. 1988. Vol. 52. p. 751-753.
- [2] Горский О.И., Дзензерский В.А. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 4. С. 54-57.
- [3] Терентьев А.Н. // СФХТ. 1990. Т. 3. № 4. С. 763-766.
- [4] Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 311 с.
- [5] Буряк А.А., Горский О.И., Дзензерский В.А. и др. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 2. С. 82-87.
- [6] Kratki N., Oberretl K. // Archiv für Elektrotechnik. BRD. 1975. Vol. 67. N 2. P. 59-64.
- [7] Калантаров М.Л., Цейтлин Л.Л. Расчет индуктивностей. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 487 с.
- [8] Fujiwara S. // Proc. 2<sup>nd</sup> ISS 89. ISTECS. Tsucuba. P. 41-46.

Отделение физико-технических проблем  
транспорта на сверхпроводящих магнитах

Поступило в Редакцию  
6 августа 1991 г.

Трансмаг"  
Днепропетровск