

07;08
©1992 г.

СОБСТВЕННЫЕ МОДЫ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОДАТЧИКА ФОТОАКУСТИЧЕСКОГО МИКРОСКОПА И ИХ ВКЛАД В ПОЗИЦИОННУЮ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ

Г.И.Булах, Р.М.Бурбело, А.Л.Гуляев, Н.К.Жабитенко, И.Я.Кучеров

Проведен теоретический анализ и экспериментальные исследования упругих и электрических колебаний пьезоэлектрического диска, возбужденных точечным лазерным лучом, модулированным по гармоническому закону. Продемонстрирован тот факт, что позиционная чувствительность пьезодатчиков, применяемых в фотоакустической микроскопии, отображает характер их собственных колебаний на частотах соответствующего резонанса. Представлены топограммы позиционной чувствительности пьезодатчиков различной геометрии.

Введение

Лазерному возбуждению звука в твердых телах посвящено большое число работ [1-4]. Они в основном относятся к исследованиям полубезграничных сред и представляют интерес с точки зрения бесконтактного возбуждения ультразвука. Это, например, находит важное применение в фотоакустической (ФА) микроскопии твердых тел [1]. В частности, в ФА микроскопе с пьезоэлектрической регистрацией сигнала существует зависимость ФА сигнала от места воздействия лазерного источника, даже если образец является однородным. Эта позиционная чувствительность наиболее сильно проявляется при работе на частотах собственных резонансов пьезодатчиков. Таким образом, изучение вопросов возбуждения сфокусированным лазерным лучом собственных колебаний в ограниченных твердых телах, какими являются пьезодатчики в ФА микроскопии, представляет как теоретический, так и практический интерес. Вследствие сложности указанной задачи в настоящее время отсутствует общая теория не только оптического, но и механического возбуждения упругих волн в ограниченных твердых телах, а полученные решения касаются ряда конкретных систем в простейших приближениях. Так, в работе [5] теоретически рассмотрена аналогичная задача лишь в одномерном случае. В реально используемых пьезопреобразователях задача возбуждения колебаний пьезоэлектрического элемента является многомерной.

В настоящей работе теоретически и экспериментально исследовано возбуждение упруго-электрических колебаний сфокусированным моду-

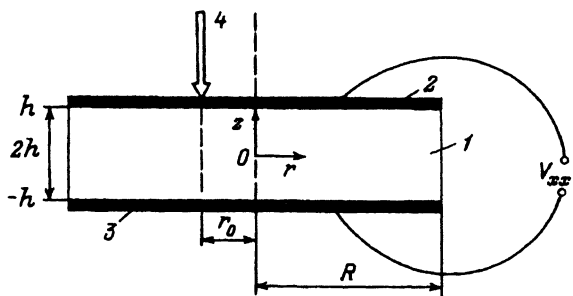


Рис. 1. Схема исследуемой системы.

лированным лазерным излучением в пьезоэлектрическом преобразователе. Последний имеет вид диска. Получена зависимость электрического напряжения на преобразователе от координат точки воздействия лазерного луча на поверхности преобразователя.

Теория

Расчетная модель системы приведена на рис. 1, где 1 — пьезокерамический диск с электрической поляризацией по оси Z ; 2, 3 — электроды; 4 — лазерный луч, падающий в точку на расстоянии r_0 от центра диска; R — радиус диска, $2h$ — толщина диска. Поглощенная энергия лазерного излучения создает в образце термоупругие напряжения, которые в свою очередь посредством пьезоэффекта приводят к появлению электрического поля. Электрическое напряжение на электродах находим путем интегрирования уравнения прямого пьезоэффекта. В цилиндрической системе координат для пьезокерамического диска с поляризацией по его толщине уравнение пьезоэффекта, записанное для амплитуд при гармонических колебаниях, в пренебрежении сдвиговыми деформациями по радиусу имеет вид [6]

$$D_3 = e_{31}(s_{rr} + s_{\theta\theta}) + e_{33}s_{zz} + \varepsilon_{33}^s E_3, \quad (1)$$

где D_3 и E_3 — индукция и напряженность электрического поля в направлении оси Z соответственно; s_{rr} , $s_{\theta\theta}$, s_{zz} — компоненты тензора деформации; ε_{33}^s — диэлектрическая проницаемость при постоянной деформации; e_{31} , e_{33} — пьезоэлектрические постоянные.

Рассчитаем напряжение между электродами 2,3 в режиме холостого хода V_{xx} . Интегрируя (1) по координате Z с учетом того, что $E_3(r) = \text{const}$, и по координате r с учетом изолированности электродов, получаем два уравнения для V_{xx} и D_3 . Из этих уравнений находим V_{xx}

$$V_{xx} = \frac{2}{R^2 \varepsilon_{33}^s} \left[e_{31} \int_{-h}^h \int_0^R (s_{rr} + s_{\theta\theta}) r dr dz + e_{33} \int_{-h}^h \int_0^R s_{zz} r dr dz \right]. \quad (2)$$

Выразим V_{xx} через радиальные U_r и аксиальные U_z упругие смещения. Для этого воспользуемся связью между s_{nm} и U_k

$$s_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r}, \quad s_{\theta\theta} = \frac{U_r}{r}, \quad s_{zz} = \frac{\partial U_z}{z}. \quad (3)$$

Тогда

$$V_{xx} = \frac{2}{R^2 \varepsilon_{33}^s} \left\{ e_{31} R \int_{-h}^h U_z(R, z) dz + e_{33} \int_0^R [U_z(r, h) - U_z(r, -h)] r dr \right\}. \quad (4)$$

а) Расчет упругих смещений в пьезодиске. В электрическое напряжение на электродах пьезопреобразователя, согласно выражению (4), дают вклад осесимметричные смещения U_r и симметричные относительно плоскости $z = 0$ смещения U_z , в то время как антисимметричные колебания электрическое напряжение между электродами не создают. Поэтому в дальнейшем проведен расчет смещений симметричных относительно плоскости $z = 0$, хотя при действии возбуждения с одной стороны диска в рассматриваемой системе возможно возбуждение как симметричных, так и антисимметричных колебаний.

Задача решена при следующих приближениях: 1) электроды считаются достаточно тонкими, так что их влиянием на механические колебания системы можно пренебречь; 2) поглощение света происходит в электроде, в результате его нагрева возникают термоупругие силы, которые действуют на поверхность пьезопреобразователя; 3) материал пьезопреобразователя считается однородно-изотропным.

В этом случае задача возбуждения рассматриваемой системы модулированным лазерным излучением сводится к задаче гармонического возбуждения свободного диска механической силой.

Уравнение вынужденных колебаний свободного диска, записанное в векторной форме, имеет вид

$$(\lambda + \mu) \nabla(\nabla U) + \mu \nabla^2 U = \rho \dot{U} - F_V(r, z, t), \quad (5)$$

где λ, μ — упругие постоянные Ламэ; U — вектор смещения, $F_V(r, z, t)$ — объемная вынуждающая сила; ρ — плотность материала диска.

Для свободного диска упругие напряжения на всех поверхностях равны нулю

$$\begin{aligned} \sigma_{zr} = \sigma_{zz} = 0 \Big|_{z=\pm h}, \\ \sigma_{rz} = \sigma_{rr} = 0 \Big|_{r=R}. \end{aligned} \quad (6)$$

В случае гармонической во времени объемной силы

$$F_V = F_0(r, z) e^{i\omega t} \quad (7)$$

из (5) получаем

$$(\lambda + \mu) \nabla(\nabla U) + \mu \nabla^2 U = -\rho \omega^2 U - F_0(r, z), \quad (8)$$

где ω — частота модуляции лазерного излучения.

Решение уравнения (8) при граничных условиях (6) ищем методом собственных функций [7]. Собственные функции U^m являются решением уравнения (8) в отсутствие объемной силы $F_0(r, z)$. Пусть эти функции известны и являются ортонормированными с весом ρ

$$\int \rho U^m(r, z) U^n(r, z) dV = \delta_{mn} M_m, \quad (9)$$

где δ_{mn} — символ Кронекера, M_m — постоянная ортонормировки.

Тогда решение уравнения (8) в цилиндрической системе координат можно записать в виде суммы собственных функций

$$U_r(r, z, \omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{M_m} \frac{\gamma_m}{\omega^2 - \omega_m^2} U_r^m(r, z),$$

$$U_z(r, z, \omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{M_m} \frac{\gamma_m}{\omega^2 - \omega_m^2} U_z^m(r, z), \quad (10)$$

где γ_m — коэффициент разложения решения уравнения (8) по собственным функциям $U^m(r, z)$; ω_m — соответствующие собственные частоты колебаний диска.

Подставляя решение (10) в (8), умножая его на собственную функцию $U^n(r, z)$ и интегрируя по всему объему с учетом условия ортонормировки (9), найдем значение коэффициента γ_m

$$\gamma_m = 2\pi \int_0^R \int_{-h}^h [F_{0r}(r, z) U_r^m(r, z) + F_{0z}(r, z) U_z^m(r, z)] r dr dz. \quad (11)$$

Для системы, рассматриваемой в данной работе, объемная сила $F_0(r, z)$ является практически сосредоточенной, направленной нормально к поверхности и задается следующей функцией:

$$F_{0z}(r, z) = f_0 \delta(z - h) \frac{\delta(r - r_0)}{2\pi r_0}, \quad (12)$$

где f_0 — амплитуда силы, зависящая от интенсивности лазерного излучения, оптических, тепловых и упругих характеристик поглощающей среды, и по сути коэффициент преобразования светового излучения в механическую силу, действующую на поверхность преобразователя; $\delta(x)$ — функция Дирака.

С учетом (12) для коэффициента γ_m получаем

$$\gamma_m = f_0 U_z^m(r_0, h).$$

В свою очередь для смещений U_r и U_z имеем

$$U_{r,z} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{M_m} \frac{f_0}{\omega^2 - \omega_m^2} U_z^m(r_0, h) U_{r,z}^m(r, z). \quad (13)$$

Формула (13) представляет собой выражение для аксиальных и радиальных смещений свободного диска под действием сосредоточенной вынуждающей силы, действующей на поверхность диска ($Z = h$) в направлении оси Z .

Выражения для $U_{r,z}$ являются довольно сложной функцией от ω и r_0 . В случае, когда частота модуляции близка к частоте собственных колебаний диска, выражение (13) существенно упрощается и смещения описываются собственными функциями

$$\left\{ \begin{array}{l} U_r \\ U_z \end{array} \right\} = AU_z^m(r_0, h) \left\{ \begin{array}{l} U_r^m(r, z) \\ U_z^m(r, z) \end{array} \right\}, \quad (14)$$

где A — коэффициент, пропорциональный амплитуде объемной силы, действующей на диск.

Таким образом, для определения упругих смещений и электрического напряжения на преобразователе надо знать собственные функции системы.

б) Собственные функции свободного диска. Собственные функции диска можно получить путем совместного решения уравнений (8) и (6) при $F = 0$. Подробный анализ методов нахождения собственных функций для свободного диска проведен в работе [8]. Показано, что получение аналитических выражений для собственных ортонормированных функций диска является практически невыполнимой задачей. Однако существует ряд приближенных методов расчета собственных функций. В области собственных колебаний диска с частотой меньшей частоты первой резонансной толщинной моды колебаний обычно различают два предельных случая [9]. Первый соответствует тонкому диску, второй — длинному цилиндру. Рассмотрим задачу для первого предельного случая. Собственные функции, соответствующие этим условиям и используемые в выражении (12) для определения вынужденных колебаний диска, согласно [9], имеют вид

$$\begin{aligned} U_r^m &= -B_m J_1 \left(a_m \frac{r}{R} \right) W_1 \left(\Omega_q \frac{z}{h} \right), \\ U_z^m &= B_m J_0 \left(a_m \frac{r}{R} \right) W_0 \left(\Omega_q \frac{z}{h} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

где J_0, J_1 — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков, а функции W_1 и W_0 имеют вид

$$\begin{aligned} W_0 \left(\Omega_q \frac{z}{h} \right) &= P_1 \operatorname{sh} \left(\Omega_q \frac{z}{h} \right) + P_2 \sin \left(B \Omega_q \frac{z}{h} \right), \\ W_1 \left(\Omega_q \frac{r}{h} \right) &= Q_1 \operatorname{sh} \left(\Omega_q \frac{z}{h} \right) + Q_2 \cos \left(B \Omega_q \frac{z}{h} \right), \end{aligned}$$

где $\Omega_q, a_m, P_1, P_2, Q_1, Q_2, B$ — параметры, зависящие от отношения h/R и постоянных среды; a_m зависит также от номера собственной моды колебаний диска.

В работе [9] приведены таблицы и графики для расчета численных значений Ω_q и a_m для различных мод и значений коэффициента Пуассона. Для упругих смещений свободного диска с учетом (15) при его сосредоточенном (точечном) возбуждении вблизи резонансных частот получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} U_r \\ U_z \end{array} \right\} = B_m A J_0 \left(a_m \frac{r_0}{R} \right) \left\{ \begin{array}{l} J_1 \left(a_m \frac{r}{R} \right) W_1 \left(\Omega_q \frac{z}{h} \right) \\ J_0 \left(a_m \frac{r}{R} \right) W_0 \left(\Omega_q \frac{z}{h} \right) \end{array} \right\}. \quad (16)$$

Учитывая (16), для электрического напряжения на преобразователе, даваемого формулой (4), окончательно получим

$$V_{xx} = C J_0 \left(a_m \frac{r_0}{R} \right), \quad (17)$$

$$C = \frac{2AB_m}{R^2 \varepsilon_{33}^2} \left\{ e_{31} R J_1(a_m) \int_{-h}^h W_1 \left(\Omega_q \frac{z}{h} \right) dz + 2e_{33} W_0(\Omega_q) \int_0^R J_0 \left(a_m \frac{r}{R} \right) r dr \right\}.$$

Как следует из (17), зависимость V_{xx} от r_0 описывается функцией Бесселя нулевого порядка первого рода.

Эксперимент

Экспериментальные исследования проводились на автоматизированном лазерном ФА микроскопе, работа которого описана в [10]. Объектом исследования была пьезокерамика ПТС-19 в виде дисков и прямоугольных пластин. Толщина образцов была порядка $2h = 1 - 4$ мм, линейные размеры вдоль поверхности $D = 6 - 30$ мм. Причем для каждого образца выполнялось условие $2h \ll D$.

Исследовалась зависимость электрического напряжения на пьезообразователе от места воздействия луча лазера на поверхность образца (позиционная чувствительность). Характерной особенностью позиционной чувствительности дисковых образцов является кольцевая форма зон чувствительности и нечувствительности. Причем максимальная чувствительность наблюдается в области центрального круга. Количество колец зависит от номера моды колебаний диска.

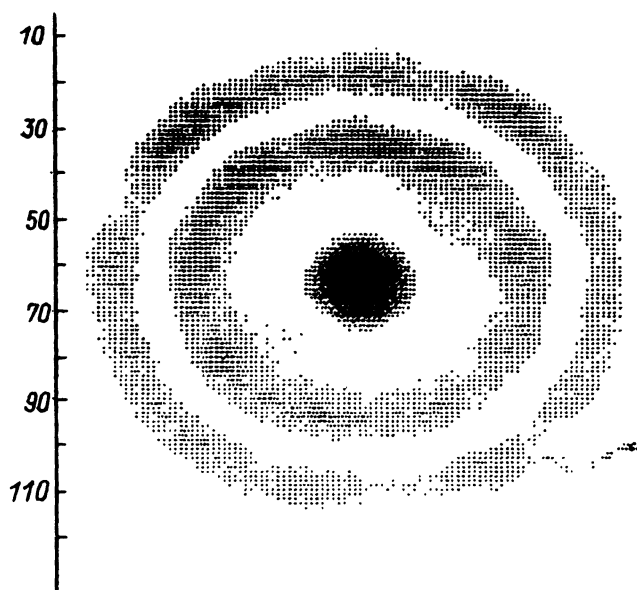


Рис. 2. Топограмма позиционной чувствительности пьезодиска диаметром 8 мм и толщиной $2h = 1.5$ мм.

Типичная картина позиционной чувствительности пьезодиска показана на рис. 2. ФА сигнал возбуждался на одной из собственных резонансных частот пьезодиска $f = 1.33$ МГц, зона обзора составляла около 9×9 мм. При шаге сканирования 70 мкм получен максимальный массив 128×128 элементов.

На рис. 3 точками приведены экспериментальные значения электрического напряжения, снимаемого с пьезодиска в зависимости от места воз-

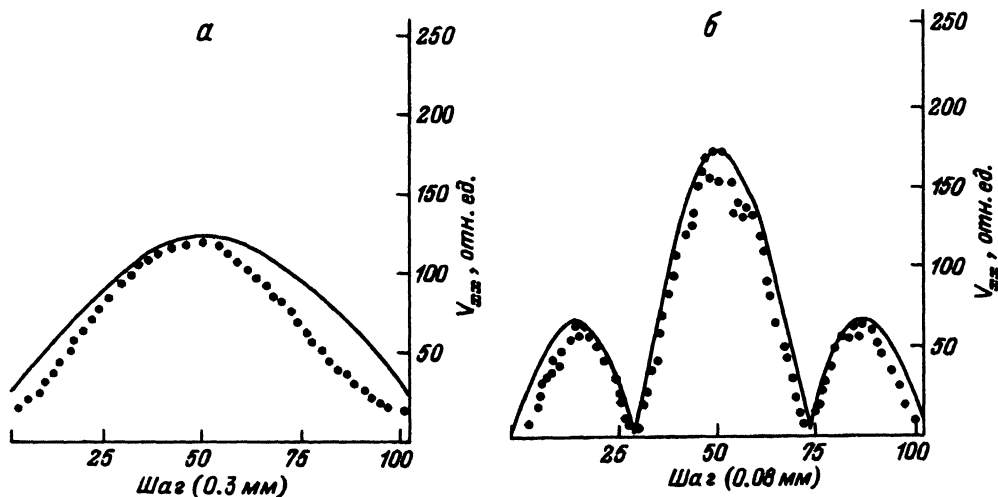


Рис. 3. Экспериментальные и теоретические значения величины электрического напряжения V_{xx} , снимаемого с пьезодиска в режиме однострочного сканирования вдоль его диаметра.

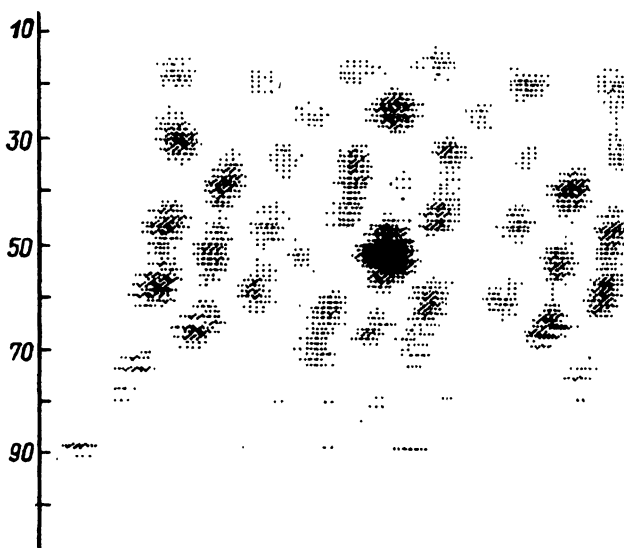


Рис. 4. Топограмма позиционной чувствительности пьезодатчика, имеющего вид прямоугольной пластины. ($f = 2.35$ МГц).

действия лазерного луча в режиме однострочного сканирования вдоль его диаметра.

На рис. 3,а представлены результаты для первой радиальной моды f_1 для пьезодиска с $2h = 3.85$ мм, $2R = 30$ мм, $f_1 = 80$ кГц, на рис. 3,б — для второй радиальной моды f_2 пьезодиска с $2h = 1.5$ мм, $2R = 8$ мм, $f_2 = 100$ кГц.

На этих же рисунках сплошными линиями показаны расчетные зависимости, полученные по формуле (17) для параметров образцов, соответствующих эксперименту. Привязка теории с экспериментом производилась в точке $r_0 = 0$.

Из рис. 3 видно, что имеет место хорошее согласие теоретических и экспериментальных зависимостей ФА сигнала от места воздействия лазерного излучения. Это свидетельствует о правомочности выбранной модели и метода расчета позиционной чувствительности свободного диска.

На рис. 4 приведены позиционная чувствительность образца прямоугольной формы 6×6 мм и толщиной $2h = 1$ мм. Характер расположения зон чувствительности и нечувствительности в данном случае представляет собой сетку симметрично расположенных пятен.

Приведенные результаты показывают, что позиционная чувствительность ФА микроскопа с пьезоэлектрической регистрацией непосредственно определяется картиной собственных колебаний используемых пьезодатчиков на частотах соответствующего резонанса. В связи с этим метод ФА микроскопии может в принципе быть использован для исследования формы собственных колебаний ограниченных твердых тел.

Список литературы

- [1] Жаров В.П., Летохов В.С. Лазерная оптико-акустическая спектроскопия. М.: Наука, 1984. 320 с.
- [2] Лямшев Л.М. // УФН. Т. 135. № 4. 1981. С. 637–669.
- [3] Чебанов В.Е. Лазерный ультразвуковой контроль материалов. Л., 1986. 132 с.
- [4] Cheeke J.D.N., German L. // Jap. J. Appl. Phys. 1986. Vol. 25. Suppl. 25. N 1. P. 18–21.
- [5] Гуляев Ю.В., Морозов А.И., Раевский В.Ю. // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 4. С. 469–473.
- [6] Пьезокерамические преобразователи. Справочник. / Под ред. С.И.Пугачева. Л.: Судостроение, 1984. 256 с.
- [7] R.L. Weaver, Y.H. Pao. // J. Appl. Mechanics. 1982. Vol. 49. P. 821–836.
- [8] Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наукова думка, 1981. 283 с.
- [9] Ультразвуковые преобразователи / Под ред. Е.Кикучи. М.: Мир, 1972. 425 с.
- [10] Булаз Г.И., Бурбело Р.М., Гуляев А.Л., Кучеров И.Я. // ФТП. 1990. Т. 24. Вып. 5. С. 926–928.

Киевский университет им.Т.Г.Шевченко

Поступило в Редакцию
29 ноября 1991 г.