

01;09
©1992 г.

К ТЕОРИИ СИНХРОНИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Н.И. Айзацкий, А.О. Островский

Приведены результаты теоретического исследования синхронизации распределенного автогенератора с запаздывающей обратной связью. Рассмотрены две схемы внешней синхронизации. В первой схеме синхронизация осуществляется путем предварительной модуляции пучка по плотности на частоте требуемого стационарного режима. Во второй схеме для установления синхронных режимов используется внешний сигнал, поступающий от стороннего источника малой мощности на вход нелинейного усилителя. Определена зависимость порога синхронизации автогенератора на резонансной частоте от величины нормированной длины замедляющей структуры. Установлено, что переход распределенного автогенератора с запаздывающей обратной связью к режиму синхронизации происходит через состояние "безразличного равновесия". Это состояние возникает тогда, когда ни один из протекающих в неавтономном автогенераторе процессов (процесс синхронизации и процесс, связанный с установлением собственного устойчивого стационарного режима) не является доминирующим. Малейшее отклонение от этого состояния при изменении амплитуды синхросигнала приводит к установлению стационарных автоколебаний.

Введение

В работе [1] было показано, что в автономном автогенераторе с запаздывающей обратной связью (ЗОС) одинаковым управляющим параметрам системы могут соответствовать несколько стационарных режимов, отличающихся между собой частотой и амплитудой генерируемого сигнала. При этом только один из них устойчив и реализуется в автоколебательной системе. Для различных областей управляющих параметров устойчивыми являются разные стационарные режимы. Так, для значений нормированной длины нелинейного усилителя $3.0 < l \leq 4.5$ (определение нормированной длины l дано ниже) реализуются стационарные режимы с частотой, равной частоте точного черенковского резонанса, а при

$1.5 \leq l \leq 3.0$ устанавливаются стационарные режимы на другой частоте, отличающейся от резонансной. При плавном изменении указанного параметра l автоколебательная система переходит от одного устойчивого состояния в другое через точку "безразличного равновесия". Таким образом, характерной особенностью автогенератора с ЗОС является наличие при фиксированных параметрах системы одновременно нескольких стационарных режимов. При этом, несмотря на то, что устойчивым является только один стационарный режим, существование другого неустойчивого режима может в той или иной мере влиять на характер автоколебательных процессов. Это влияние может проявиться, например, при синхронизации автогенератора с помощью внешнего гармонического воздействия.

Отметим, что синхронизация автогенераторов различной физической природы, имеющих при фиксированных управляющих параметрах только одно автономное стационарное состояние, изучена к настоящему времени достаточно подробно [2-6].¹ Это относится как к генераторам, работающим в непрерывном [2-4], так и в импульсном режимах [5-6]. В рассматриваемом нами случае можно ожидать, что если частота внешнего гармонического воздействия близка к частоте неустойчивого стационарного состояния, то процесс синхронизации будет облегчен. В настоящей работе теоретически исследована роль этого состояния в процессе внешней синхронизации распределенной автоколебательной системы с ЗОС. Основное внимание уделено определению условий захвата колебаний на частоте неустойчивого стационарного состояния автономного автогенератора.

Физическая модель и ее основные уравнения

Рассмотрим распределенную автоколебательную систему, состоящую из нелинейного усилителя, выходной сигнал которого по цепи обратной связи частично поступает на его вход. Замедляющая структура нелинейного усилителя длиной L возбуждается моноэнергетическим релятивистским электронным пучком со средним радиусом R_b . Начальная энергия пучка равна $W = mc^2(\gamma_0 - 1)$, $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$, v_0 — начальная скорость пучка. Передаточные свойства цепи обратной связи характеризуются регулируемым изменением фазы автоколебаний на длине линии задержки, а также глубины обратной связи. С целью упрощения физической модели описанной автоколебательной системы сделаем следующие упрощающие предположения: замедляющая структура находится в сильном продольном магнитном поле, так что движение частиц можно считать одномерным; пучок имеет малые поперечные размеры, поэтому его расфокусированием можно пренебречь; затухание ВЧ полей в волноведущих структурах отсутствует.

Ниже рассмотрены две схемы внешней синхронизации распределенного автогенератора с ЗОС. В первой схеме синхронизация осуществляется путем предварительной модуляции пучка по плотности на частоте требуемого стационарного состояния. Во второй схеме для установления синхронных режимов используется внешний гармонический ВЧ сигнал, поступающий от стороннего источника на вход нелинейного усилителя.

¹ Мы здесь не рассматриваем синхронизацию в случае, когда в автономном автогенераторе реализуются сложные автомодуляционные процессы.

Остановимся сначала на первой схеме синхронизации автогенератора. В этом случае на вход замедляющей структуры поступает модулированный пучок, плотность которого изменяется по гармоническому закону

$$n_b(z=0) = N_0(1 + h \cos \omega_m t) \frac{\delta(r - R_b)}{2\pi R_b}, \quad (1)$$

N_0 — погонная плотность частиц пучка, h — глубина модуляции, ω_m — частота модуляции.

Процесс возбуждения колебаний рассмотрим в приближении малого изменения скорости электронов пучка при взаимодействии с резонансной волной. Тогда динамика автоколебательной системы описывается следующими уравнениями [1,7]:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial \xi} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta_0) e^{-i\theta} d\theta_0, \quad (2)$$

$$\frac{d^2 \theta}{d\xi^2} = \text{Re}[F e^{-i\theta}], \quad (3)$$

где $F = E\Phi(R_b)v_0/U_0\nu_b^2\gamma_0(\gamma_0+1)\omega_0$; E — напряженность продольной компоненты электрического поля; Φ — функция, определяющая радиальное распределение поля в замедляющей структуре; $\omega_0 = hv_0$ — несущая частота (частота точного черенковского резонанса); h — продольное волновое число; $U_0 = mc^2(\gamma_0 - 1)/e$, m , e — масса и заряд электрона; $\nu_b [I_b K / 2U_0(\gamma_0+1)\gamma_0]^{1/3}$ — параметр Пирса; $K = \Phi^2(R_b)v_0^2/2P\omega_0^2$, P — поток СВЧ мощности через поперечное сечение замедляющей структуры, I_b — ток пучка; $\xi = z\omega_0\nu_b/v_0$; $\tau = \omega_0\nu_b(1/v_g - 1/v_0)^{-1}(t - z/v_0)/v_0$, v_g — групповая скорость волны в замедляющей структуре; $\theta = \omega_0 t_{\text{л}} = -\omega_0 z/v_0$, $t_{\text{л}}$ — время прилета электрона в точку с координатой z ; $f(\theta_0) = 1 + h \cos(\theta_0\omega_m/\omega_0)$.

Самосогласованную систему уравнений (2), (3) необходимо дополнить начальными и граничными условиями

$$F(\tau=0, \xi) = \tilde{F}, \quad F(\tau, \xi=0) = \mu e^{i\Delta\varphi} F(\tau - T_3, \xi=l), \quad (4a)$$

$$l = L\nu_b\omega_0/v_0, \quad \frac{d\theta}{d\xi}|_{\xi=0} = 0, \quad \theta|_{\xi=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi], \quad (4b)$$

где μ — коэффициент передачи сигнала, $\Delta\varphi$ — сдвиг фазы сигнала в цепи обратной связи, T_3 — время задержки, \tilde{F} — начальное возмущение поля в электродинамической структуре.

Синхронизация распределенного автогенератора с ЗОС

В работе [1] показано, что при фиксированных управляющих параметрах μ , $\Delta\varphi$, T_3 , l и $f(\theta_0) = 1$ система уравнений (2), (3) может иметь несколько решений, описывающих стационарные режимы генерации на различных частотах $F(\tau, \xi) = A(\xi)e^{-i\Omega\tau}$, $A(\xi)$ — функция пространственного распределения поля, $\Omega \sim (\omega - \omega_0)/\omega_0 \geq 0$, ω — частота возбуждаемых

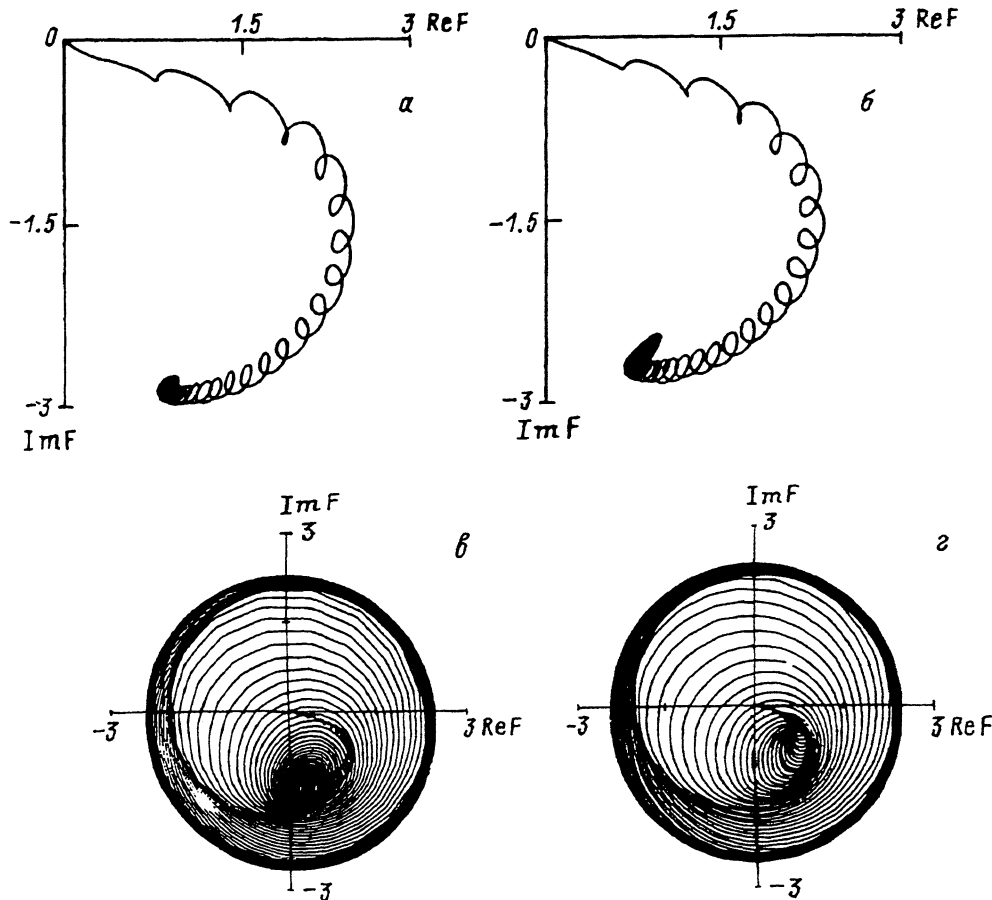


Рис. 1. Траектории, описываемые точкой с координатами $\text{Re } F(\tau, 0)$, $\text{Im } F(\tau, 0)$ при $l = 1.5$ и различных значениях глубины модуляции.
 а — $h = 0.6$, б — 0.5 , в — 0.2 , г — 0.1 .

колебаний. При этом только один из стационарных режимов устойчив и реализуется в автоколебательной системе. Как было отмечено выше, в области $1.5 \leq l \leq 3.0$ неустойчивым является режим на резонансной частоте $\omega = \omega_0$ ($\Omega = 0$) и устойчивым одночастотный режим с $\omega > \omega_0$ ($\Omega > 0$). При $3.1 \leq l \leq 4.5$ устойчивым становится одночастотный режим с $\Omega = 0$. Переход автогенератора от режима устойчивой стационарной генерации с $\Omega > 0$ к режиму с $\Omega = 0$ происходит в узком интервале параметра l ($3.0 < l < 3.1$) через состояние “безразличного равновесия”, которое является нестационарным.

Исследуем возможность внешней синхронизации автогенератора на резонансной частоте $\Omega = 0$ в области $1.5 \leq l \leq 3.0$. В этом случае частота модуляции пучка по плотности должна быть близкой или равной ω_0 . Ниже рассмотрен случай строгого синхронизма $\omega_m = \omega_0$. Решение данной задачи проведено путем численного моделирования самосогласованной системы уравнений (2), (3). Используемые при расчетах значения управляющих параметров μ , $\Delta\varphi$, T_3 , l определены в работе [1] и соответствуют автономным стационарным режимам генерации ВЧ полей.

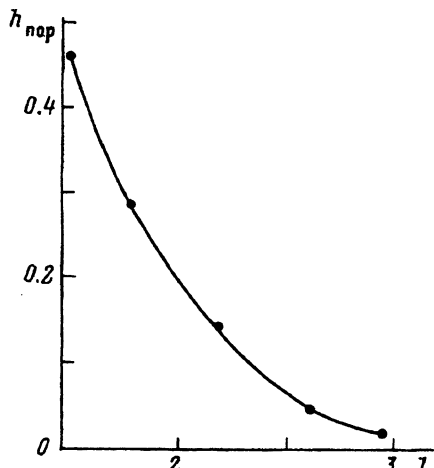


Рис. 2. Зависимость $h_{\text{пор}}$ от нормированной длины замедляющей структуры l .

Рассмотрим сначала случай, когда нормированная длина замедляющей структуры принимает минимальное значение на рассматриваемом интервале $l = 1.5$. Численный анализ показал, что для этого случая минимальное значение глубины модуляции, при котором наступает синхронизация (порог синхронизации), равно $h_{\text{пор}} \approx 0.45$. Следовательно, при $h \geq h_{\text{пор}}$ в динамической системе устанавливается стационарное состояние с $\Omega = 0$. В противном случае в автогенераторе превалирует тенденция к установлению режима с $\Omega > 0$. Приведенные на рис. 1 траектории, описываемые точкой с координатами $\text{Re } F(\tau, 0)$, $\text{Im } F(\tau, 0)$ отображают динамику установления стационарных состояний при различных значениях h . Видно, что для синхронизированных режимов ($h \geq h_{\text{пор}}$) переходной процесс заканчивается установлением постоянных значений $\text{Re } F$, $\text{Im } F$ (рис. 1, а, б). В случае $h < h_{\text{пор}}$ (синхронизация не достигается) устанавливается траектория, представляющая собой замкнутую окружность с центром в начале координат $F(\tau, \xi) = A(\xi)e^{-i\Omega\tau}$ (рис. 1, в, г). Отметим, что переход автогенератора к режиму синхронизации происходит через такое же состояние “безразличного равновесия”, как и в автономной системе при смене одного устойчивого стационарного режима другим [1]. Существование этого состояния в неавтономном автогенераторе обусловлено следующим. При подходе по параметру h к порогу синхронизации возникает ситуация, при которой ни один из протекающих в автогенераторе процессов (процессы синхронизации и установления стационарного состояния с $\Omega > 0$) не является доминирующим. В результате для выхода автоколебательной системы на устойчивый одночастотный режим генерации требуется неограниченно большое время. Данная ситуация соответствует нестационарному состоянию системы, которое можно рассматривать как состояние “безразличного равновесия”. Малейшее отклонение от этого состояния по параметру h в ту или иную сторону приводит к установлению стационарного режима генерации.

С ростом нормированной длины электродинамической структуры порог синхронизации снижается. На рис. 2 приведена зависимость $h_{\text{пор}}$ от l . Видно, что при $l = 2.6$ значение $h_{\text{пор}}$ уменьшается почти на порядок по сравнению с $l = 1.5$. Вблизи границы перехода автономного автогенератора от устойчивого стационарного режима с $\Omega > 0$ к режиму с

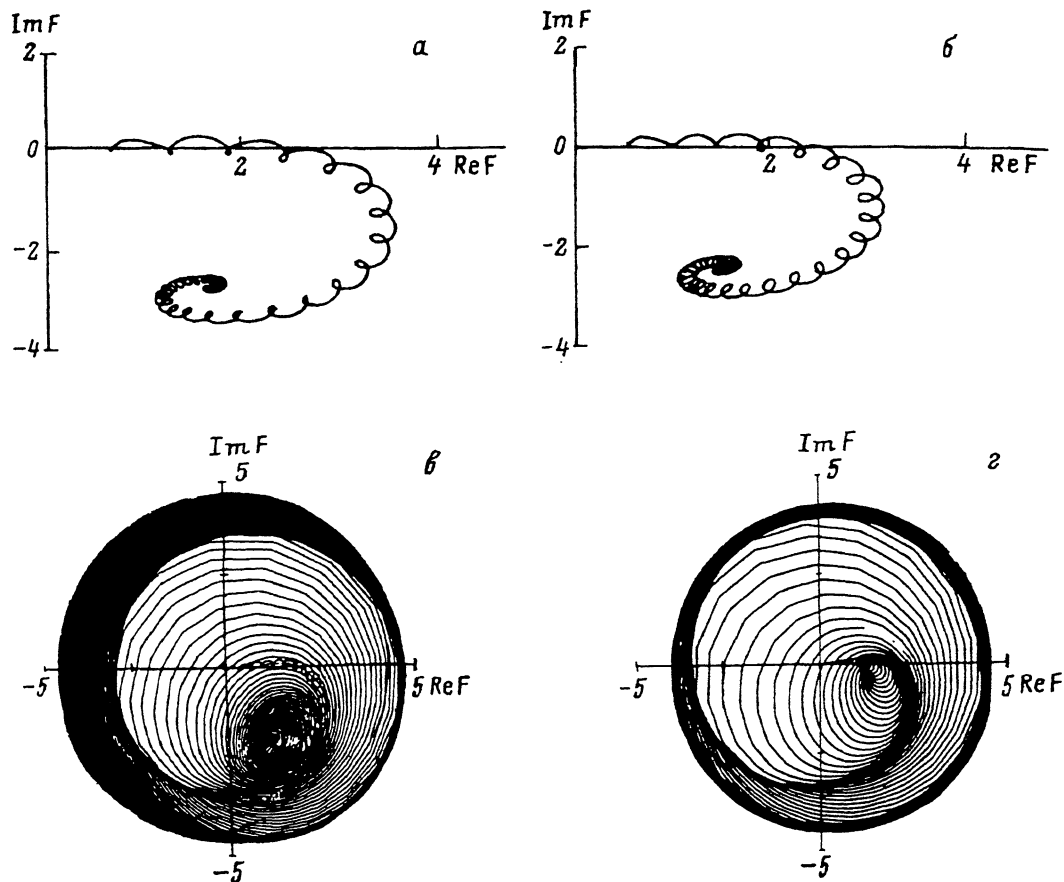


Рис. 3. Траектории, описываемые точкой с координатами $\text{Re } F(\tau, 0)$, $\text{Im } F(\tau, 0)$ при $l = 1.5$ и различных значениях амплитуды синхросигнала.
 а — $C = 0.65$, б — 0.5 , в — 0.3 , г — 0.1 .

$\Omega = 0 l_*$ ($3.0 < l_* < 3.1$) порог синхронизации равен $h \approx 7.5 \cdot 10^{-3}$. Наблюдаемое уменьшение $h_{\text{пор}}$ связано с существованием в автономном автогенераторе при $l < l_*$ неустойчивого стационарного состояния на резонансной частоте. При увеличении l до l_* автономная система стремится выйти из этого неустойчивого состояния [1]. Поэтому при $l = l_*$ достаточно слабого внешнего воздействия для захвата колебаний на резонансной частоте. Очевидно, что в самой точке перехода l_* величина этого воздействия является минимальной и соответствует нижней границе порога синхронизации.

Рассмотрим теперь синхронизацию автогенератора с ЗОС на резонансной частоте при воздействии внешнего гармонического сигнала. В этом случае для описания процесса синхронизации необходимо в правую часть граничного условия (4а) добавить слагаемое, определяющее электрическое поле внешнего синхросигнала на входе замедляющей структуры $\mathcal{E}_{\text{син}} = C e^{i\Psi}$, где C , Ψ — амплитуда и фаза синхросигнала.

Численное моделирование системы уравнений (2), (3) проведено для немодулированного пучка $f(\theta_0 = 1)$ при $\Psi = 0$ и различных C . Расче-

ты показали, что при $l = 1.5$ минимальная амплитуда синхросигнала, начиная с которой наступает захват колебаний на резонансной частоте, равна $C_{\text{пор}} \approx 0.5$. Следовательно, если $C \geq C_{\text{пор}}$, то в неавтономном автогенераторе с ЗОС реализуется режим синхронизации. Для иллюстрации сказанного на рис. 3 приведены траектории, описываемые точкой с координатами $\text{Re } F(\tau, 0)$, $\text{Im } F(\tau, 0)$ которые отображают динамику установления одночастотных режимов при различных амплитудах внешнего воздействия.

Отметим, что при $l = 1.5$ энергия внешнего сигнала, соответствующая порогу синхронизации $P_{\text{пор}}$, составляет $\approx 2.5\%$ от суммарной энергии ВЧ поля на входе электродинамической структуры в установившемся режиме генерации. Это указывает на возможность эффективной реализации синхронных режимов путем воздействия гармонического сигнала малой мощности.

При подходе к точке l_* пороговое значение амплитуды синхросигнала снижается. Так, при $l = 2.6$ это значение равно $C_{\text{пор}} \approx 0.04$. В данном случае $P_{\text{пор}}$ составляет $\approx 0.5\%$ от полной энергии ВЧ поля, поступающей на вход нелинейного усилителя. Следовательно, с ростом l происходит улучшение условий для синхронизации автогенератора с ЗОС. Как уже отмечалось выше, это связано с возрастанием роли автономных процессов, стремящихся к установлению стационарного состояния на резонансной частоте при $l \rightarrow l_*$.

Заключение

Приведенные выше результаты теоретического исследования синхронизации распределенного автогенератора с ЗОС можно обобщить следующим образом.

Определена зависимость порога синхронизации автогенератора на резонансной частоте $\Omega = 0$ от величины нормированной длины электродинамической структуры l . Показано, что при стремлении параметра l к границе перехода автономной системы от устойчивого стационарного режима с $\Omega > 0$ к режиму с $\Omega = 0$ порог синхронизации стремится к нулю. В результате достаточно слабого внешнего воздействия для захвата колебаний на резонансной частоте.

Установлено, что переход распределенного автогенератора с ЗОС к режиму синхронизации происходит через состояние "безразличного равновесия". Это состояние возникает тогда, когда ни один из протекающих в неавтономном автогенераторе процессов (процесс синхронизации и процесс, связанный с выходом системы на собственный устойчивый стационарный режим) не является доминирующим. В этом случае время выхода автоколебательной системы на одночастотный режим генерации стремится к бесконечности. Данная ситуация соответствует нахождению системы в состоянии "безразличного равновесия", которое является нестационарным. Малейшее отклонение от этого состояния при изменении амплитуды синхросигнала или глубины модуляции пучка приводит к установлению стационарного автоколебательного режима.

Список литературы

- [1] Айзацкий Н.И., Островский А.О. Препринт ХФТИ № 91-39. Харьков, 1991. 12 с.
- [2] Демьянченко А.Г. Синхронизация генераторов гармонических колебаний. М.: Энергия, 1976. 240 с.
- [3] Адлер Р. // ТИИЭР. 1973. Т. 61. № 10. С. 5-11.

- [4] Benford J., Smith R.R., Sze H. et al. // Microwave and Particle Beam Sources and Propagation. Proc. of SPIE. 1988. Vol. 873. P. 23-27.
- [5] Бецкий О.В., Палатов К.И., Цейтлин М.Б., Ильин Ю.Д. Побочные колебания в электронных приборах СВЧ. М.: Связь, 1984. 152 с.
- [6] Черноусов Ю.Д., Шеболаев И.В. // РиЭ. 1988. Т. 33. № 7. С. 1546-1551.
- [7] Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. // Релятивистская высокочастотная электроника ИПФ АН СССР. Горький, 1981. С. 101-144.

Харьковский физико-технический институт

Поступило в Редакцию
26 февраля 1992 г.
