1992 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 62, N 11

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

01;10 *Журнал технической физики, т. 62, в. 11, 1992*

К РАСЧЕТУ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЛИНЕЙНЫХ И УГЛОВЫХ ОГИБАЮЩИХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Е.В.Шпак

В оптике заряженных частиц успешно применяется метод расчета, основанный на нахождении огибающих пучков заряженных частиц [1,2], представляющих собою границу пучка в реальном пространстве. Считается, что пучок локализован в фазовом пространстве, и находится огибающая, соответствующая данной граничной области значений фазовых переменных. В реальных пучках фазовая плотность не является постоянной. Такие пучки характеризуются в фазовом пространстве рядом поверхностей, соответствующих определенным значениям фазовой плотности. В тех случаях, когда движения в направлениях поперечных осей являются независимыми, достаточно знать диаграммы эмиттанса — наборы фазовых контуров, соответствующих постоянным значениям плотности в фазовых плоскостях xx', yy' (или xv_x, yv_y). Введена декартова система координат x, y, z, ось z совмещена с главной оптической осью системы, штрихом обозначается производная по z.

Представляют интерес не только граничные огибающие для фазовых контуров (или поверхностей), соответствующие достаточно малому значению фазовой плотности, но и промежуточные огибающие, соответствующие отдельным контурам диаграмм эмиттанса (или фазовым поверхностям с постоянной плоскостью). Нахождение промежуточных огибающих, т.е. огибающих на различных уровнях фазовой плотности, дает значительно более полную информацию о токопрохождении, о структуре пучка при его движении. Дополнительную информацию дают промежуточные угловые огибающие, определяющие максимальные значения углов наклона траекторий частиц в пучке на заданном уровне фазовой плотности.

Наиболее распространенные распределения фазовой плотности в ионных пучках [1,3] можно аппроксимировать выражением

$$B(x,y,x',y') = \frac{B_{xy}}{\left[\left(\frac{x_0}{r_{x0}}\right)^p + \left(\frac{x'_0}{x'_I}\right)^p + \varepsilon_x\right]\left[\left(\frac{y_0}{r_{y0}}\right)^p + \left(\frac{y'_0}{y'_I}\right)^p + \varepsilon_y\right]}, \qquad (1)$$

где $p = 2m/(2n-1)$, m и n — натуральные числа, B_{xy}, ε_x и ε_y — константы; при x_0, y_0, x_0', $y_0' \to 0$ $B = B_{xy}/(\varepsilon_x\varepsilon_y)$.

В полях, где движения в направлениях x и y являются независимыми, достаточно рассмотреть распределения в фазовых плоскостях xx' и yy'. В плоскости xx' при $z = z_0$

$$B(x, x') = \frac{B_x}{\left(\frac{x_0}{r_{x0}}\right)^p + \left(\frac{x_0'}{x_I'}\right)^p + \varepsilon_x}, \tag{2}$$

и пучок характеризуется рядом фазовых контуров с общим центром, которые являются изофотами в фазовой плоскости xx' (линиями равной фазовой плотности). Величины r_{x0} и x_I' характеризуют разброс начальных координат x_0 и углов наклона x_0' на входе, безразмерный параметр $\varepsilon_x \neq 0$ определяет фазовую плотность в центре контуров; при $x_0 = x_0' = 0$ она равна $B = B_x/\varepsilon_x$.

Полагая в выражении (2) $B(x, x')/B_x = \Delta$, после несложных преобразований для каждого значения Δ получим контур

$$\left(\frac{x_0}{\tilde{r}_{x0}}\right)^p + \left(\frac{x_0'}{\tilde{x}_I'}\right)^p = 1, \tag{3}$$

где $\tilde{r}_{x0} = r_{x0}\left(\frac{1}{\Delta} - \varepsilon_x\right)^{1/k}$, $\tilde{x}_I' = x_I'\left(\frac{1}{\Delta} - \varepsilon_x\right)^{1/k}$.

Линейные r_{px} и угловые Π_{px} огибающие параксиальных пучков для контуров вида (3) имеют вид [2]

$$r_{px} = \pm\left[(\tilde{r}_{x0}x_\beta)^k + (\tilde{x}_I' x_\alpha)^k\right]^{1/k}, \tag{4}$$

$$\Pi_{px} = \pm\left[(\tilde{r}_{x0}x_\beta')^k + (\tilde{x}_I' x_\alpha')^k\right]^{1/k}, \tag{5}$$

где

$$k = \frac{2m}{2m - 2n + 1},$$

x_α и x_β — линейно независимые решения системы уравнений параксиальных траекторий, удовлетворяющие следующим начальным условиям при $z = z_0$, $x_\beta = x_\alpha' = 1$, $x_\beta' = x_\alpha = 0$.

Таким образом, промежуточные огибающие зависят от вида распределения фазовой плотности, от линейно независимых решений x_α, x_β и от значения фазовой плотности в центре.

На рис. 1 в качестве примера приведены изофоты в плоскости xx' при $p = 4$, $\varepsilon_x = 0.1$, $r_{x0} = 0.03L$, $x_I' = 0.02$; $\Delta = B/B_x = 9.6$ (кривая *1*), 6.0 (кривая *2*), 0.91 (кривая *3*). На рис. 2 приведены линейные, а на рис. 3 — угловые огибающие пучка в фокусирующей плоскости квадрупольной линзы при возбуждении линзы $\beta L = 0.9$ и тех же значениях Δ, что и изофоты на рис. 1. Номер огибающих соответствует номеру контура. Кроссовер пучка на входе находится на расстоянии $a = 2L$ от начала эффективного

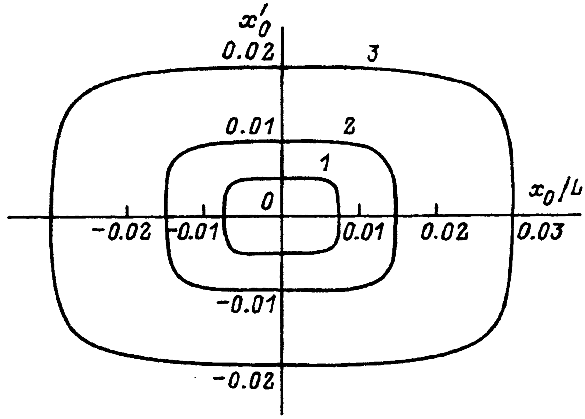

Рис. 1. Изофоты в фазовой плоскости для распределения плотности вида (1) при $p = 4$.

поля линзы. При расчете траекторий в квадрупольной линзе использовалась прямоугольная модель поля, L — эффективная длина линзы.

Метод огибающих особенно полезен при решении задач токопрохождения и для нахождения положения и размеров формируемого системой кроссовера. В первом случае наибольший интерес представляет нахождение максимальных значений линейных огибающих, во втором — их минимумов и определение угловых огибающих в области кроссовера на выходе.

Линейные огибающие на заданном уровне фазовой плотности имеют экстремум при

$$\frac{\partial r_{px}}{\partial z} = 0. \tag{6}$$

При положительном значении $\partial^2 r_{px}/\partial z^2$ они имеют минимум, при отрицательном — максимум. Учитывая то, что величина r_{px} для пучков с конечным эмиттансом не может быть равна нулю, из (4) и (6) получим, что положение экстремума определяется выражением

$$\left(\frac{r_{x0}}{x'_I}\right)^k = -\left(\frac{x_\alpha}{x_\beta}\right)^{k-1}\left(\frac{x'_\alpha}{x'_\beta}\right). \tag{7}$$

Все промежуточные огибающие при распределении фазовой плотности вида (2) имеют экстремум в одном и том же сечении $z = \text{const}$, так как в выражение (7) не входит параметр Δ.

Положение минимума угловых огибающих определим из условия

$$\frac{\partial \Pi_{px}}{\partial z} = 0, \qquad \frac{\partial^2 \Pi_{px}}{\partial z^2} > 0. \tag{8}$$

Из (8) и (5) получим

$$\left(\frac{r_{x0}}{x'_I}\right)^k = -\left(\frac{x'_\alpha}{x'_\beta}\right)^{k-1}\frac{x''_\alpha}{x''_\beta}. \tag{9}$$

Для систем с постоянным потенциалом на оси решения x_α, x_β и их производные связаны соотношением

$$x'_\alpha x_\beta - x_\alpha x'_\beta = 1, \tag{10}$$

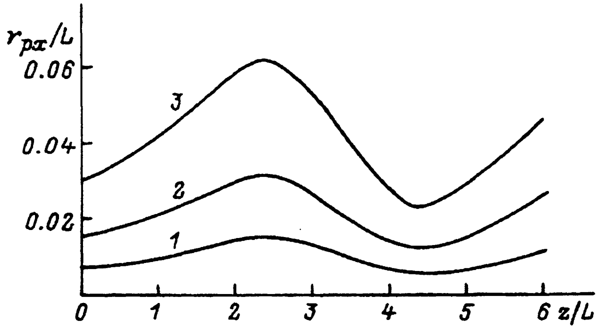

Рис. 2. Промежуточные линейные огибающие в фокусирующей плоскости квадрупольной линзы.

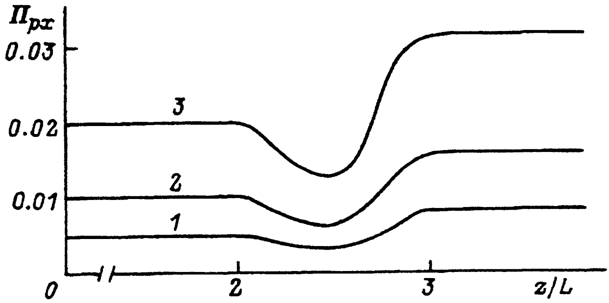

Рис. 3. Промежуточные угловые огибающие в квадрупольной линзе.

продифференцировав которое, получим

$$\frac{x''_\alpha}{x''_\beta} = \frac{x_\alpha}{x_\beta}. \tag{11}$$

Поэтому выражение (9) преобразуется к виду

$$\left(\frac{r_{x0}}{x'_I}\right)^k = -\left(\frac{x'_\alpha}{x'_\beta}\right)^{k-1} \frac{x_\alpha}{x_\beta}. \tag{12}$$

Рассмотрим в качестве примера фокусировку пучка квадрупольной линзой. В фокусирующей плоскости линзы обычно максимум линейных и минимум угловых огибающих находятся в области поля линзы. При этом решении x_α, x_β и их производные равны

$$x_\alpha = a\cos\beta\tilde{z} + \frac{1}{\beta}\sin\beta\tilde{z}, \quad x_\beta = \cos\beta\tilde{z},$$

$$x'_\alpha = -a\beta\sin\beta\tilde{z} + \cos\beta\tilde{z}, \quad x'_\beta = -\beta\sin\beta\tilde{z}, \tag{13}$$

где $\tilde{z} = z - a$.

Начало координат совмещено с кроссовером пучка на входе. Для нахождения положения максимума линейных огибающих нужно подставить (13) в (7) и определить z. Для рассмотренного выше случая (рис. 2) $z = 2.36L$. Минимум угловых огибающих определяется решением относительно z уравнения (12), в которое подставлены выражения (13). Для того же примера он находится в плоскости $z = 2.49L$ (рис. 3).

Минимум линейных огибающих, если он находится в области за линзой, определяется тем же выражением (7), в которое подставлены выражения x_α, x_β, x'_α, x'_β в свободном от поля пространстве за линзой. После несложных преобразований поучим

$$z = \frac{x_{\beta 1} A + x_{\alpha 1}}{x'_{\beta 1} A + x'_{\alpha 1}} + a + L, \tag{14}$$

где

$$A = \left(\frac{r_{x0}}{x'_I}\right)^{k/k-1} \cdot \left(\frac{x'_\beta}{x'_\alpha}\right)^{1/1-k},$$

$x_{\alpha 1}$, $x_{\beta 1}$, $x'_{\alpha 1}$, $x'_{\beta 1}$ — линейно независимые решения и их производные на выходе эффективного поля линзы, которые определяются формулами (13) при $\tilde{z} = L$.

Для рассмотренного выше примера кроссовер астигматичного пучка, совпадающий с минимумом промежуточных огибающих, находится в плоскости $z = 4.31L$.

Список литературы

[1] *Лоусон Дж.* Физика пучков заряженных частиц. Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 438 с.
[2] *Шпак Е.В., Гаврилов Е.И.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 6. С. 1188–1193.
[3] *Fink J.H., Schumacher B.W.* // Nucl. Instr. Meth. 1975. Vol. 130. N 2. P. 353–358.

Физико-технический институт им.А.Ф.Иоффе
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
13 января 1992 г.

01;07
Журнал технической физики, т. 62, в. 11, 1992

ЭВОЛЮЦИЯ ОГИБАЮЩЕЙ ФЕМТОСЕКУНДНОГО СВЕТОВОГО ИМПУЛЬСА В ВОЛОКОННОМ СВЕТОВОДЕ

В.Р.Земсков

Введение

Уравнение для эволюции светового импульса с длительностью ~ 10 фс имеет вид обобщенного нелинейного уравнения Шредингера [1]

$$i\partial_z q + \partial_t^2 q + 2|q|^2 q + 2ia\partial_t(|q|^2 \cdot q) = 0. \tag{1}$$

Здесь z — безразмерная координата вдоль оси световода; $v_{\text{г}}$ — групповая скорость; $t = (T - z/v_{\text{г}})/\tau_0$; T, z — размерные время и координата, τ_0 — длительность импульса; величина q с точностью до постоянной определяет амплитуду огибающей импульса, a — постоянная.

Подстановкой

$$q = \sqrt{a} \exp\left(-iz/a^2 + it/a\right) \cdot \varphi(t - 2z/a, z)$$