Минимум линейных огибающих, если он находится в области за линзой, определяется тем же выражением (7), в которое подставлены выражения x_α, x_β, x'_α, x'_β в свободном от поля пространстве за линзой. После несложных преобразований поучим

$$z = \frac{x_{\beta 1} A + x_{\alpha 1}}{x'_{\beta 1} A + x'_{\alpha 1}} + a + L, \tag{14}$$

где

$$A = \left(\frac{r_{x0}}{x'_I}\right)^{k/k-1} \cdot \left(\frac{x'_\beta}{x'_\alpha}\right)^{1/1-k},$$

$x_{\alpha 1}$, $x_{\beta 1}$, $x'_{\alpha 1}$, $x'_{\beta 1}$ — линейно независимые решения и их производные на выходе эффективного поля линзы, которые определяются формулами (13) при $\tilde{z} = L$.

Для рассмотренного выше примера кроссовер астигматичного пучка, совпадающий с минимумом промежуточных огибающих, находится в плоскости $z = 4.31L$.

Список литературы

[1] *Лоусон Дж.* Физика пучков заряженных частиц. Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 438 с.
[2] *Шпак Е.В., Гаврилов Е.И.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 6. С. 1188–1193.
[3] *Fink J.H., Schumacher B.W.* // Nucl. Instr. Meth. 1975. Vol. 130. N 2. P. 353–358.

Физико-технический институт им.А.Ф.Иоффе
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
13 января 1992 г.

01;07
Журнал технической физики, т. 62, в. 11, 1992

ЭВОЛЮЦИЯ ОГИБАЮЩЕЙ ФЕМТОСЕКУНДНОГО СВЕТОВОГО ИМПУЛЬСА В ВОЛОКОННОМ СВЕТОВОДЕ

В.Р.Земсков

Введение

Уравнение для эволюции светового импульса с длительностью ~ 10 фс имеет вид обобщенного нелинейного уравнения Шредингера [1]

$$i\partial_z q + \partial_t^2 q + 2|q|^2 q + 2ia\partial_t(|q|^2 \cdot q) = 0. \tag{1}$$

Здесь z — безразмерная координата вдоль оси световода; $v_\text{г}$ — групповая скорость; $t = (T - z/v_\text{г})/\tau_0$; T, z — размерные время и координата, τ_0 — длительность импульса; величина q с точностью до постоянной определяет амплитуду огибающей импульса, a — постоянная.

Подстановкой

$$q = \sqrt{a}\exp\left(-iz/a^2 + it/a\right) \cdot \varphi(t - 2z/a, z)$$

уравнение (1) приводится к уравнению НУШП [2]

$$i\partial_z\varphi + \partial_\xi^2\varphi + 2ia^2\partial_\xi(|\varphi|^2 \cdot \varphi) = 0. \tag{2}$$

Уравнение (2) имеет точное решение [3]

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{2}a}\exp\left[i(A^2-u)(uz-\xi)\right]. \tag{3}$$

Здесь A и u — постоянные. С помощью (3) получаем точное решение уравнения (1)

$$q = \frac{A}{\sqrt{2a}}\exp\left[iz\left((A^2-u)\left(u+\frac{2}{a}\right)-\frac{1}{a^2}\right)+it\left(\frac{1}{a}-A^2+u\right)\right]. \tag{4}$$

Волна (4) при достаточно большой амплитуде огибающей волны A может опрокинуться. В разделах 1,2 исследуется опрокидывание огибающей, в разделе 3 делаются выводы и обсуждаются результаты.

1. Усредненное описание световой волны в волоконном световоде

Будем считать A и u в (4) слабозависящими от ξ и z: $A = A(\xi, z)$, $u = u(\xi, z)$. Величину a считаем постоянной. Применяя метод усреднения Уизема [3], получаем для A и u систему уравнений Уизема

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(A^4-2uA^2\right)+\frac{\partial}{\partial\xi}\left(2A^2u-4A^2u^2\right)=0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}+2u\frac{\partial u}{\partial\xi}=1/2\frac{\partial}{\partial\xi}\left(A^2\cdot(A^2-2u)\right). \tag{5}$$

Система уравнений (5) есть система уравнений эйлеровской гидродинамики [4]; (5) можно записать в римановой форме через инварианты λ_+ и λ_-

$$\lambda_+ = 2u + 2\sqrt{(2u-A^2)\cdot A^2},$$
$$\lambda_- = 2u - 2\sqrt{(2u-A^2)\cdot A^2}. \tag{6}$$

Если один из инвариантов (6) постоянен, то (5) дает решение в виде простой волны Римана. Простая волна однако не может описывать эволюцию огибающей после опрокидывания. Поэтому для определения структуры поля в уиземовской области возьмем, согласно [5], решение

$$\Phi = \Phi_4 + \frac{(\Phi_1-\Phi_4)\cdot(\Phi_3-\Phi_4)}{\Phi_1-\Phi_4-(\Phi_1-\Phi_3)\,\mathrm{dn}^2\left(\frac{1}{4}\sqrt{(\Phi_2-\Phi_4)\cdot(\Phi_1-\Phi_3)}\zeta, s\right)} \tag{7}$$

для $\Phi_1 \geqslant \Phi \geqslant \Phi_2$,

$$\Phi = \Phi_4 + \frac{(\Phi_3-\Phi_4)\cdot(\Phi_1-\Phi_4)}{\Phi_3-\Phi_4+(\Phi_1-\Phi_3)/\,\mathrm{sn}^2\left(\frac{1}{4}\sqrt{(\Phi_2-\Phi_4)\cdot(\Phi_1-\Phi_3)}\zeta, s\right)}$$

для $\Phi_3 \geqslant \Phi \geqslant \Phi_4$. Здесь $\Phi = A^2$;

$$s^2 = \frac{(\Phi_1 - \Phi_2)(\Phi_3 - \Phi_4)}{(\Phi_1 - \Phi_3)\cdot(\Phi_2 - \Phi_4)};$$

$\zeta = \xi - v \cdot z$; dn и sn — эллиптические функции Якоби; Φ_1, Φ_2, Φ_3 и Φ_4 — корни некоторого полинома четвертой степени, которые могут быть выражены известными формулами [5] через λ_1, λ_2, λ_3 и λ_4 — римановы инварианты. В [5] получена система уравнений Уизема для (2). Одно из этих уравнений имеет вид

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial z} + \left[\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \lambda_4^2 - \frac{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)\cdot(\lambda_1^2 - \lambda_4^2)\cdot K(s)}{(\lambda_2^2 - \lambda_4^2)\cdot E(s) - (\lambda_1^2 - \lambda_4^2)K(s)}\right]\frac{\partial \lambda_1}{\partial \xi} = 0. \quad (8)$$

Здесь K и E — эллиптические интегралы первого и второго рода.

2. Опрокидывание огибающей светового импульса

При опрокидывании огибающей $\partial A/\partial\zeta \to \infty$ и форма огибающей близка к ступеньке. При этом считаем до возникновения особенности опрокидывания справедливым решение (4) и A, u из (5), а после опрокидывания (7), в котором Φ_1, Φ_2, Φ_3 и Φ_4 определяются (8) и аналогичными уравнениями для λ_2, λ_3 и λ_4 [5]. Из (5) для стационарных решений (3) получаем

$$u = A^2/4 + v/2 + P/2A^2. \quad (9)$$

Здесь P — постоянная интегрирования, которая имеет вид при $\lambda_4 = 0$

$$P = 1/2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)\cdot(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3)\cdot(\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3)\cdot(-\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3). \quad (10)$$

Используя (7)–(9), находим средние по длине волны осцилляций значения $\bar{\Phi}$ и $\bar{u}$ при $s^2 = 1$ и $s^2 = 0$ для первого решения (7)

$$\bar{\Phi}|_{s^2=1} = (\lambda_1 + \lambda_4)^2, \quad \bar{u}|_{s^2=1} = \lambda_1^2 + \lambda_4^2,$$

$$\bar{\Phi}|_{s^2=0} = (\lambda_1 + \lambda_2)^2, \quad \bar{u}|_{s^2=0} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2. \quad (11)$$

Для второго решения (7) получаем аналогично

$$\bar{\Phi}|_{s^2=1} = (\lambda_1 + \lambda_4)^2, \quad \bar{u}|_{s^2=1} = \lambda_1^2 + \lambda_4^2,$$

$$\bar{\Phi}|_{s^2=0} = (\lambda_3 + \lambda_4)^2, \quad \bar{u}|_{s^2=0} = \lambda_3^2 + \lambda_4^2. \quad (12)$$

Формулы (11) и (12) для $\bar{\Phi}$ получены в работе [5]. Величина u, имеющая смысл гидродинамической скорости, как это видно из второго уравнения (5), в [5] не рассматривалась.

Будем считать, что в уиземовской области находится простая волна Римана. Для первого решения (7) λ_1, λ_2 и λ_4 постоянные, а меняется λ_3. Для второго решения (7) меняется λ_2, а λ_1, λ_3 и λ_4 постоянны. Оба решения (7) нужно сшить [5] при $\Phi_2 = \Phi_3$, $\lambda_2 = \lambda_3$. Выберем $\lambda_4 = 0$.

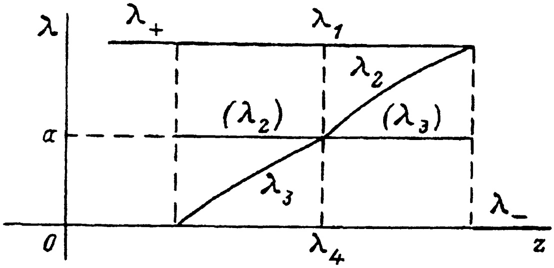

Рис. 1.

Полагаем $\lambda_2 = \lambda_3 = a$, где a постоянная. Если $\lambda_1 = 2\lambda_2 = 2a$, то из первого (7) имеем

$$\Phi = \frac{\Phi_3 \operatorname{ch}^2\left(1/4\Phi_3\sqrt{3}\zeta\right)}{\operatorname{sh}^2\left(1/4\Phi_3\sqrt{3}\zeta\right) + 1/4}, \tag{13}$$

где $\Phi_3 = 4a^2$.

Аналогично из второго уравнения (7) при $\lambda_2 = \lambda_3 = a$ получаем при $\lambda_1 = 2a$

$$\Phi = \frac{\Phi_3 \operatorname{sh}^2\left(1/4\Phi_3\sqrt{3}\zeta\right)}{\operatorname{ch}^2\left(1/4\Phi_3\sqrt{3}\zeta\right) - 1/4}. \tag{14}$$

Здесь, как и в (13), $\Phi_3 = 4a^2$. Солитоны (13) и (14) лежат на одной w-образной сепаратрисе в фазовом пространстве [6]. Поэтому сшивка двух областей, занятых осцилляциями, должна осуществляться так, как показано на рис. 1. В точке соединения кривых на рис. 1 можно, по-видимому, применить соображения, развитые в [7].

3. Обсуждение результатов и выводы

Примем для определенности λ_1 на рис. 1 за единицу $\lambda_1 = 1$. Согласно (11) и (12), при опрокидывании ступеньки с перепадом $\bar{\Phi}$ от $(\lambda_1 + \lambda_2)^2$ до λ_3^2 и $\bar{u}$ от $(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)$ до λ_3^2 возникает область с $\bar{\Phi} = 1$ и $\bar{u} = 1$ при $s^2 = 1$, $\lambda_2 = \lambda_3$, где и осуществляется сшивка. Если $a = 1$, то области осцилляций, которая описывается вторым решением (7), нет. С ростом времени ξ уиземовская область расширяется, как показано на рис. 2,*а*,*б* для момента $\xi = 0.04$ и $a = 0.99$. На переднем фронте $s^2 = 1$ при этом осцилляции близки к алгебраическому солитону

$$\Phi = \Phi_2 \frac{9 + 4\Phi_2^2\zeta^2}{1 + 4\Phi_2^2\zeta^2}. \tag{15}$$

В интервале $a\, 1/2 < a < 1$ при опрокидывании ступеньки возникает вторая область осцилляций, которая также расширяется со временем. При $a = 1/2$ однако возникает особенность, которая состоит в том, что в (14) $\Phi_3 \to 0$. При этом $u \to -\infty$, а фаза (2) терпит разрыв производной. При $a < 1/2$ особенность уходит в глубь второй области осцилляций. Если $a \ll 1$, то особенность уходит к точке, где $s^2 \to 0$ для второго (7), а осцилляции первого решения (7) будут близки к известному решению

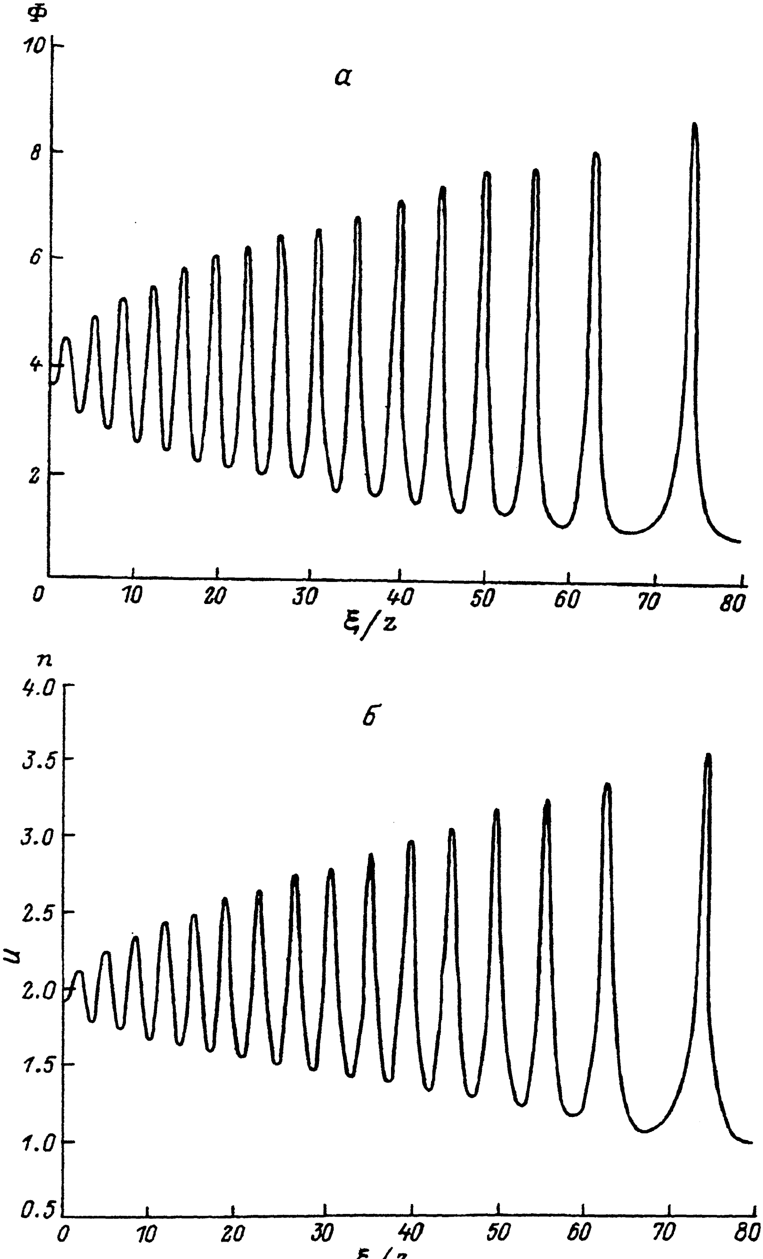

Рис. 2.

для опрокидывающейся ступеньки уравнения КдВ [8]. Ширина области, которую занимают осцилляции, описывающиеся первым и вторым решением (7), определяется выражениями

$$(\Delta t)_1 = a^2 \frac{a^2 + 5}{a^2 + 1},$$

$$(\Delta t)_2 \frac{(1-a^2)\cdot(6-a^2)}{2-a^2}. \qquad (16)$$

Здесь $t = z/\xi$. Из сказанного выше в этом разделе следует, что упомянутая в [5] и описанная там качественно лишь для величины Φ структура, состоящая из двух областей осцилляций, неустойчива по отношению к начальным условиям. При $0 < a < 1/2$ имеется особенность, связанная со скачком аналога гидродинамической скорости u.

Список литературы

[1] *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* // УФН. 1986. Т. 149. С. 449–509.
[2] *Rogister A.* // Phys. Fluids. 1971. Vol. 14. P. 2733–2741.
[3] *Mjolhus E.* // J.Plasma Phys. 1976. Vol. 16. P. 321–328.
[4] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. С. 526–527.
[5] *Камчатнов А.М.* // ЖЭТФ. 1990. Т. 97. Вып. 1. С. 144–152.
[6] *Вайнштейн С.Н., Топтыгин И.Н., Быков А.М.* Турбулентность, токовые слои и ударные волны в космической плазме. М.: Наука, 1989. Гл. 8.
[7] *Гуревич А.В., Питаевский Л.П.* // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. Вып. 3. С. 871–879.
[8] *Гуревич А.В., Питаевский Л.П.* // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. Вып. 2. С. 590–604.

Чечено-Ингушский университет
Грозный

Поступило в Редакцию
16 января 1992 г.
В окончательной редакции
7 сентября 1992 г.

03

Журнал технической физики, т. 62, в. 11, 1992

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ КСЕНОНОВЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЙ, ПОЛУЧАЕМЫХ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КЛАПАНА

Г.С.Волков, В.П.Гигиберия, С.А.Комаров, В.А.Корнило, М.В.Тулупов

В последнее время в качестве лайнерной нагрузки сильноточных генераторов РЭП с большим успехом используются полые или сплошные газовые струи из различных газов [1,2]. Как правило, струя формируется сверхзвуковым соплом с числом Маха от 3 до 8. Импульсная подача газа осуществляется пороховой пушкой или электромагнитным клапаном. Для успешного использования газовой струи в качестве лайнерной нагрузки нужно знать ее основные параметры.

В ряде работ для определения параметров струи использовался датчик типа быстрой ионизационной лампы [3,4]. Возможно также измерение параметров струи по лазерным интерферограммам. Правда в этом случае затруднительно измерить погонную концентрацию $nl < 10^{18}$ см$^{-2}$.

В нашей работе описано исследование работы электромагнитного клапана и параметров ксеноновой струи на выходе сверхзвукового сопла. Клапан предназначен для проведения лайнерных экспериментов на установке “Ангара-5-1”. Требуемые параметры полой струи: газ ксенон, погонная масса 100–150 мкг/см, диаметр 30 мм.