

01;04;10

©1992 г.

АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ СИЛЬНОТОЧНОГО РЭП В ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ В РАМКАХ РАВНОВЕСНОЙ МОДЕЛИ

М.Н.Лебедев

Предложен простой модельный подход к решению задачи о поведении сильноточного РЭП, инжектируемого в плотную плазму. Учтены основные эффекты, влияющие на равновесную динамику системы "пучок-плазма". Исследовано влияние различных параметров, входящих в задачу, на процесс сжатия пучка. Показано, что существенную роль играют практически два параметра: начальный среднеквадратичный угол инжекции электронов и показатель адиабаты пучка. Получены соотношения, определяющие границы применимости полученных результатов с учетом принятых предположений. Обсуждается вопрос о теоретически максимально возможной степени фокусировки.

Введение

При формировании полей импульсного рентгеновского излучения с помощью ускорителей прямого действия, в исследованиях по УТС, физике разрядов и в других ситуациях, определяемых поведением системы сильноточный пучок-плотная плазма, очень важно иметь возможность оценки устойчивой эволюции параметров пучка, в первую очередь огибающей, а также динамики углового распределения электронов. Особую ценность здесь, на наш взгляд, представляет разработка аналитических методов исследования. Дело в том, что даже в численных моделях трудно, а то и невозможно корректно учесть все эффекты, способные реально повлиять на эволюцию пучково-плазменной системы (такие, например, как перемещение пучка по поверхности анода в диоде ускорителя или азимутальная неоднородность пучка). Учет же основных эффектов можно провести в рамках аналитического подхода. Это дает возможность получения качественных оценок, которые затем можно использовать при разработке и тестировании более точных численных моделей. Данная работа представляет собой попытку аналитически исследовать динамику сильноточного РЭП в плотной плазме и является логическим развитием идей, заложенных в основополагающей работе [1].

Рассмотрим сильнооточный РЭП, инжектируемый в слой плотной однородной плазмы. Под плотной будем понимать плазму, обеспечивающую зарядовую нейтрализацию пучка $n_i \gg n_b$, n_i — плотность ионов, n_b — плотность электронов пучка. Заметим, что если плазма создается самим РЭП, то нейтрализация наступает практически мгновенно, поскольку характерное время достижения необходимой степени ионизации ($\lesssim 10^{-12}$ с) много меньше длительности импульса ($\gtrsim 10^{-8}$ с). Поведение пучка в плазме будет определяться тремя основными эффектами: а) влиянием собственных магнитного и электрического полей пучка, б) реакцией плазмы на ее возмущение пучком, которая такова, что стремится компенсировать его поля, в) упругими и неупругими столкновениями электронов с частицами среды. Проводимость плазмы $\sigma (\gtrsim 10^2 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1})$ достаточно высока для того, чтобы плазменные электроны за время $\sim (4\pi\sigma)^{-1} \sim 10^{-15}$ с, т.е. практически моментально, покинули объем, занимаемый пучком, и электрическое радиальное поле, вызывающее расталкивание электронов пучка, нейтрализовалось. Будем считать, что зарядовая нейтрализация сохраняется в течение всего импульса.

Обратный ток плазменных электронов, индуцируемый вихревым электрическим полем, стремится компенсировать магнитное поле пучка, однако из-за омической диссипации он экспоненциально деградирует с характерным временем

$$\tau_B = \frac{4\pi\sigma}{c^2} r_b^2,$$

где r_b — радиус пучка, $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с [2].

Если длительность импульса τ_n заметно превосходит τ_B , то на временах, превышающих τ_B , пучок с заметным током $I_b > I_A$, где $I_A = 1.7 \cdot 10^4 \beta \gamma (A)$ (β — скорость электронов, γ — релятивистский фактор), будет испытывать, как известно, альфвеновское торможение. Заметим, что два этих условия можно объединить, получив наиболее слабый критерий сильнооточности (без учета конечного размера плазменного слоя и рассеяния электронов)

$$j_b > \frac{4\sigma I_A}{c^2 \tau_n}, \quad (1)$$

где $j_b = I_b / \pi r_b^2$ — плотность тока (А/см²).

Так, для наиболее характерных значений параметров $\gamma = 3$, $\sigma = 10^2 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$, $\tau_n = 100$ нс получаем $j_b > 2 \cdot 10^5 \text{ А/см}^2$. Будем считать условие (1) выполненным.

Исключим из нашего рассмотрения упругие и неупругие столкновения, что справедливо, очевидно, на достаточно малых расстояниях. Кроме того, будем считать, что в пучке и плазме отсутствуют токи в азимутальном направлении. Тогда определяющее влияние на динамику процесса будет оказывать нарастающая азимутальная компонента магнитного поля B_φ , стремящаяся сжать пучок. Уравнение, описывающее поведение пучка в радиальном направлении, имеет вид [1]

$$m n_b \frac{dV_{br}}{dt} = - \frac{\partial P_b}{\partial r} - \frac{1}{c} j_{bz} B_\varphi, \quad (2)$$

где V_{br} — радиальная скорость пучка как целого, P_b — газокинетическое давление.

Пренебрегая инерцией плазменных электронов, запишем уравнение радиального движения плазмы

$$Mn \frac{dV_{pr}}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{c} j_{pz} B_\varphi, \quad (3)$$

где V_{pr} — радиальная скорость плазмы как целого; n , P — концентрация и давление плазмы, j_{pz} — обратный ток плазменных электронов.

Полагая, что радиальные скорости ионов и электронов плазмы равны ($V_{er} = V_{ir} = V_{pr}$), и полагая, что в продольном направлении плазма однородна, т.е. пренебрегая членом $\partial P / \partial z$, закон Ома примем в виде [3]

$$j_{pz} = \sigma \left(E_z + \frac{V_{pr}}{c} B_\varphi \right). \quad (4)$$

Необходимо добавить уравнение электромагнитной индукции

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = c \frac{\partial E_z}{\partial r}. \quad (5)$$

Будем искать равновесное решение (2), полагая, что сила газокинетического давления на границе пучка уравнивает силу магнитного сжатия

$$\left| \frac{\partial P_b}{\partial r} \right|_{r=r_b(t)} = \left| \frac{1}{c} j_{bz} B_\varphi \right|_{r=r_b(t)}. \quad (6)$$

Пренебрежем радиальным расширением плазмы, считая, что характерное время расширения больше характерного времени изменения параметров пучка (все условия, накладывающие ограничения на справедливость наших конечных выводов, обсуждены ниже). Тогда, подставляя (4) в (5), получим выражение для магнитного поля

$$B_\varphi = c \frac{\partial}{\partial r} \int_0^t \frac{j_{pz}}{\sigma} dt',$$

с учетом которого (6) дает

$$P_b - P_{b0} = j_{bz} \int_0^t \frac{j_{pz}}{\sigma} dt', \quad (7)$$

где P_{b0} — начальное давление пучка.

Очевидно, под газокинетическим давлением следует понимать “поперечное” давление

$$P_b = \frac{1}{2} n_b \gamma m V_b^2 \theta^2, \quad (8)$$

θ — угол между нормалью к плоскости инжекции и вектором скорости электрона (считаем $V_b = \text{const}$).

Чтобы оценить наше рассмотрение, пренебрежем также запаздыванием, т.е. ограничимся такой толщиной плазменного слоя, в пределах которого в данный момент времени параметры пучка одинаковы. Тогда ток пучка зависит лишь от времени.

Пусть ток растет по закону $I_b(t) = I_{b0} \cdot g(t)$ (нулевым индексом будем обозначать начальные значения величин). Тогда имеем

$$j_b(t)r_b^2(t) = j_{b0} \cdot r_{b0}^2 \cdot g(t). \quad (9)$$

Если считать, что пучок эволюционирует адиабатически с эффективным показателем адиабаты S_b

$$P_b n_b^{-S_b} = \text{const},$$

тогда среднеквадратичный угол меняется следующим образом:

$$\bar{\theta}^2(t) = \bar{\theta}_0^2 \cdot \left[\frac{r_{b0}^2}{r_b^2(t)} g(t) \right]^{S_b-1}, \quad (10)$$

т.е. сжатие пучка должно сопровождаться смещением углового распределения электронов в сторону больших углов, а выражение для давления приобретает вид

$$P_b = P_{b0} \cdot \left[\frac{r_{b0}^2}{r_b^2(t)} g(t) \right]^{S_b}. \quad (11)$$

Для того чтобы оценить магнитное давление в произвольный момент времени (правая часть уравнения (7)), воспользуемся законом сохранения энергии в плазме (без учета вклада электромагнитного излучения)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \varepsilon + \frac{\rho U^2}{2} \right) = -\text{div} \left[\rho \mathbf{U} \left(\varepsilon + \frac{U^2}{2} \right) + P \mathbf{U} \right] + \text{div} \kappa \nabla T + \rho Q + \frac{j_p^2}{\sigma}. \quad (12)$$

Здесь ρ , ε , p , T — массовая плотность, внутренняя энергия, давление и температура плазмы соответственно; \mathbf{U} — скорость движущейся плазмы; κ — коэффициент теплопроводности; Q — энергия, выделяемая в единице массы в единицу времени электронами пучка за счет столкновений. Пусть движение плазмы является продольным и равномерным $U = U_z = \text{const} (U \ll c)$. Тогда, пренебрегая теплопереносом и внешними источниками по сравнению с джоулевым теплом, с учетом уравнения непрерывности и принятой выше продольной однородности плазмы получим

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + U \frac{\partial}{\partial z} (\rho \varepsilon) = \frac{j_p^2}{\sigma}.$$

Считая поведение плазмы также адиабатическим, для внутренней энергии имеем [4]

$$\varepsilon = \frac{1}{S_p - 1} \frac{P}{\rho},$$

S_p — эффективный показатель адиабаты.

Тогда уравнение (12) преобразуется к виду

$$\frac{1}{S_p - 1} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{j_p^2}{\sigma}. \quad (13)$$

Примем, что плазма описывается уравнением идеального газа

$$P = n_e T_e + n_i T_i = n_i (Z_i T_e + T_i) \cong n_i Z_i T_e \equiv Z_i n T, \quad (14)$$

где Z_i — эффективный заряд ионов.

Здесь мы учли, во-первых, что на начальной стадии процесса $T_i \ll T_e$, а если T_i достигает T_e , то, как правило, $Z_i \gg 1$, и, во-вторых, что при наличии зарядовой нейтрализации вклад нейтралов в давление пренебрежимо мал.

Выразим параметры плазмы через температуру. Для этого представим температурную зависимость ионного заряда в виде

$$Z_i(T) = Z_{i0} \left(\frac{T}{T_0} \right)^a, \quad a > 0. \quad (15)$$

Для концентрации вследствие адиабатичности ($P n^{-S_p} = \text{const}$) имеем

$$n = n_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{b(a+1)}, \quad b = \frac{1}{S_p - 1}. \quad (16)$$

Температурная зависимость проводимости хорошо известна (см., например, [5]). Запишем ее следующим образом:

$$\sigma(T) = \sigma_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{Z_{i0}}{Z_i}. \quad (17)$$

Подставляя (15)–(17) в (13) с учетом (14), получаем уравнение, определяющее закон изменения температуры,

$$\left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2+b(a+1)} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{T}{T_0} \right) = \frac{1}{b(a+1)(b+1)} \frac{j_p^2}{\sigma_0 P_0}. \quad (18)$$

Интегрирование (18) с начальным условием $T(t=0) = T_0$ дает

$$T(t) = T_0 \left[1 + \frac{\tilde{C}}{\sigma_0 P_0} \int_0^t j_p^2 dt' \right]^\delta. \quad (19)$$

Здесь введены обозначения

$$\tilde{C} = \frac{5/2 + b(a+1)}{b(a+1)(b+1)}, \quad \delta = \left[\frac{5}{2} + b(a+1) \right]^{-1}.$$

Отсюда следует, что максимальный рост температуры с $\delta = 2/5$ формально получается в предельном случае $b \rightarrow 0$, когда плотность практически постоянна (результат, полученный в [1]). Ясно, что в этом случае условие адиабатичности нарушается, поэтому смысл данного результата есть лишь мажорантная оценка. Для реальных же значений b и a рост температуры будет более умеренным. Например, для $a = 2/3$, что справедливо для плазмы из тяжелых ионов с $Z_A \simeq 70\text{--}80$ [6], и $S_p = 5/3$ $\sigma = 1/5$.

Дальнейшее продвижение вперед связано с необходимостью представления о временном поведении обратного тока. В соответствии с [2] мы примем его в виде

$$j_p(t) = j_b(t) \cdot e^{-t/\tau_B}, \quad (20)$$

где

$$\tau_B = \frac{4\pi\sigma}{c^2} r_b^2 = \frac{4\pi\sigma_0}{c^2} r_{b0}^2 \cdot \chi(t) \equiv \tau_{B0} \cdot \chi(t); \quad \chi(0) = 1.$$

Полагаем, что радиальное распределение обратного тока совпадает с распределением прямого тока. Введем обозначения

$$X(t) = \frac{j_b(t)}{j_{b0}} = \frac{r'_{b0}}{r_b^2(t)} g(t), \quad \eta = \bar{\theta}_0^2.$$

Тогда с учетом (10)

$$j_{bz}(t) = j_b(t) [1 - \bar{\theta}^2(t)]^{1/2} = j_{b0} \cdot X \cdot (1 - \eta X^{S_b-1})^{1/2}.$$

Выражая проводимость как функцию времени через (17), (15) и (19) и подставляя все необходимые соотношения в (7), получим уравнение для переменной $X(t)$

$$X^{S_b} - 1 = \frac{1}{\alpha\tau_h} X \cdot (1 - \eta X^{S_b-1})^{1/2} \int_0^t X(t') [1 - \eta X^{S_b-1}(t')]^{1/2} \times \\ \times e^{-t'/\tau_B(t')} \cdot \left[1 + \frac{\tilde{C}}{\tau_h} \int_0^{t'} X^2(t'') \cdot e^{-2t''/\tau_B(t'')} dt'' \right]^{-\delta_1} dt'. \quad (21)$$

Здесь $\tau_h = P_0\sigma_0/j_{b0}^2$ — характерное время разогрева плазмы,

$$\alpha = P_{b0}/P_0, \quad \delta_1 = \left(\frac{3}{2} - a \right) \delta.$$

Таким образом, построив решение (21), мы сможем описать эволюцию пучка, пользуясь выражениями

$$\bar{\theta}^2(t) = \eta \cdot X^{S_b-1}(t),$$

$$r_b(t) = r_{b0} \cdot X^{-1/2}(t) \cdot g^{1/2}(t). \quad (22)$$

Заметим, что поведение огибающей пучка $r_b(t)$ в отличие от среднеквадратичного угла зависит от роста тока пучка $g(t)$, при этом фокусировка ($r_b < r_{b0}$) будет иметь место лишь при условии $g(t) < X(t)$.

В реальных экспериментах с сильноточными пучками импульс тока можно представить, как правило, следующим образом:

$$g(t) = \begin{cases} g_f(t), & 0 \leq t \leq \tau_f, \\ g_{\max} = \text{const}, & t > \tau_f, \end{cases} \quad (23)$$

где $g_f(t)$ описывает нарастающий фронт тока, τ_f — длительность фронта, причем $\tau_f < \tau_B$.

Под начальным моментом времени на шкале реального времени следует понимать момент, для которого значение тока равно альфвеновскому $I_{b0} = I_A$.

Из (21) видно, что $1 < X < \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}$, $X(0) = 1$. Это означает, что процесс сжатия пучка носит принципиально ограниченный характер, что выражается соотношениями

$$\bar{\theta}_0^2 < \bar{\theta}^2(t) < 1, \quad r_b(t) > r_{b0} \cdot \eta^{\frac{1}{2(S_b-1)}} \cdot g^{1/2}(t).$$

Важным следствием этого является ограниченность роста тока при наличии фокусировки

$$g_{\max} < \eta^{-\frac{1}{S_b-1}} \quad \text{или} \quad I_{b\max} < I_A \cdot \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}, \quad (24)$$

что можно использовать на практике для оценки сверху начального углового распределения инжектируемых электронов, если переписать (24) в виде

$$\bar{\theta}_0^2 < \left(\frac{I_A}{I_{b\max}} \right)^{S_b-1}.$$

Для выяснения вопроса о поведении функции $X(t)$ удобно перейти от интегрального уравнения (21) к его дифференциальной форме. Введя обозначение

$$Y(t) = \left[1 + \frac{\tilde{C}}{\tau_h} \int_0^t X^2(t') e^{-2t'/\tau_B} dt' \right]^{-\delta_1} \quad (25)$$

и продифференцировав (21) и (25) по времени, получим систему из двух линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{X}(t) = \frac{1}{\alpha\tau_h} f^2(X) \left[S_b X^{S_b-1} - \frac{df}{dX} \frac{X^{S_b-1}}{f(X)} \right]^{-1} \cdot e^{-t/\tau_B(t)} \cdot Y(t),$$

$$\dot{Y}(t) = -\frac{\delta_1 \tilde{C}}{\tau_h} X^2 e^{-2t/\tau_B(t)} \cdot Y^{1+\frac{1}{\delta_1}} \quad (26)$$

с начальными условиями $X(0) = 1$, $Y(0) = 1$, где $f(X) = X(1 - \eta X^{S_b-1})^{1/2}$. Легко убедиться, что выражение, стоящее в квадратных скобках в (26), всюду положительно, поскольку $S_b > 1$. Кроме того, при $X \rightarrow \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}$ $\dot{X} \rightarrow (1 - \eta X^{S_b-1})^2 \rightarrow 0$. Так как функция $Y(t)$ особенностей не имеет, монотонно убывая со временем, то можно сделать вывод: функция $X(t)$ монотонно возрастает, асимптотически приближаясь к величине $\eta^{-\frac{1}{S_b-1}}$. Добавим к этому, что на малых временах поведение $X(t)$ определяется характерным временем

$$\alpha\tau_h(X \sim 1 + \frac{1-\eta}{S_b\alpha\tau_h} t),$$

на больших временах $t < \tau_B$ активная база фокусировки заканчивается и пучок лишь медленно “дожимается”. Отношение характерных времен может составлять несколько порядков; подставив необходимые выражения, получим с учетом $I_{b0} = I_A$

$$\frac{\tau_B}{\alpha\tau_h} = \frac{8}{\eta}\chi(t), \quad \frac{\tau_{B0}}{\alpha\tau_h} = \frac{8}{\eta}. \quad (27)$$

Таким образом, активная база фокусировки начинается тем раньше, а фокусировка тем острее, чем меньше η .

Сделаем замечание по поводу оценки величины η . Этот параметр определяется начальным угловым распределением $\varphi(\theta_0)$ инжектируемых в плазму электронов

$$\eta = \int_0^{\theta_0^{\max}} \sin^3 \theta_0 \cdot \varphi(\theta_0) d\theta_0 \left[\int_0^{\theta_0^{\max}} \sin \theta_0 \cdot \varphi(\theta_0) d\theta_0 \right]^{-1}.$$

В общем случае $\varphi(\theta_0)$, разумеется, неизвестно, однако значительную часть ситуаций можно, по-видимому, охватить зависимостью вида $\varphi(\theta_0) = \cos^m \theta_0$. Тогда

$$\eta = 1 - \frac{m+1}{m+3} \frac{1 - \cos^{m+3} \theta_0^{\max}}{1 - \cos^{m+1} \theta_0^{\max}}. \quad (28)$$

Значения параметров m и θ_0^{\max} можно оценить путем численного моделирования сильноточного диода по известным моделям [7]. Отметим, что, зная максимальный угол инжекции и используя (24), можно оценить снизу показатель m . Для этого аппроксимируем (28) линейной зависимостью

$$\eta \approx \frac{4}{\pi(m+3)} \theta_0^{\max}.$$

Тогда

$$m > \frac{4\theta_0^{\max}}{\pi} \left(\frac{I_{b \max}}{I_A} \right)^{S_b-1} - 3. \quad (29)$$

Необходимо также исследовать поведение функции $\chi(t)$. Заметим, что

$$\chi(t) = \frac{\sigma r_b^2}{\sigma_0 r_{b0}^2} = \frac{g(t)}{X(t)Y(t)}.$$

Дифференцируя с учетом (26), получаем

$$\dot{\chi}(t) = \frac{\dot{g}(t)}{XY} + \frac{1}{\tau_h} e^{-t/\tau_B} \cdot X \left[\delta_1 \tilde{C} e^{-t/\tau_B} \cdot Y^{\frac{1}{S_b}-1} - \frac{1}{\alpha} \Psi(X) \right],$$

где

$$\Psi(X) = \frac{(1 - \eta X^{S_b-1})^2}{S_b X^{S_b} (1 - \eta X^{S_b-1}) - (X^{S_b} - 1) \left(1 - \frac{S_b+1}{2} \eta X^{S_b-1} \right)}.$$

Оба слагаемые в квадратных скобках, а следовательно, и X асимптотически стремятся к нулю при $t \rightarrow \infty$. Знак производной в нуле определяет изменения скин-времени. При $\dot{\chi}(0) < 0$, что соответствует условию

$$\dot{g}(0) + \frac{1}{\tau_h} \left(\delta_1 \tilde{C} - \frac{1-\eta}{S_b \alpha} \right) < 0, \quad (30)$$

τ_B со временем уменьшается по отношению к начальному значению, т.е. стадия активной фокусировки укорачивается, и наоборот.

Дальнейший анализ поведения пучка и плазмы, описываемого функциями $X(t)$ и $Y(t)$, требует численного интегрирования системы уравнений (26). Введем безразмерную переменную $\zeta = t/\tau_{B0}$. Тогда для временных зависимостей $X(t)$, $Y(t)$ и $g(t)$, входящих в уравнения, имеет место преобразование вида $\tilde{\omega}(\zeta) = \omega(t)$, и (26) приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{X}}{d\zeta} &= \frac{\tau_{B0}}{\alpha\tau_h} f^2(\tilde{X}) \left[S_b \tilde{X}^{S_b-1} - \frac{df}{d\tilde{X}} \frac{\tilde{X}^{S_b} - 1}{f(\tilde{X})} \right]^{-1} \cdot \tilde{Y} \exp \left(-\zeta \frac{\tilde{X} \cdot \tilde{Y}}{\tilde{g}} \right), \\ \frac{d\tilde{Y}}{d\zeta} &= -\delta_1 \tilde{C} \frac{\tau_{B0}}{\tau_h} \cdot \tilde{X}^2 \cdot \tilde{Y}^{1+\frac{1}{\eta}} \exp \left(-2\zeta \frac{\tilde{X} \cdot \tilde{Y}}{\tilde{g}} \right), \\ \tilde{X}(0) &= \tilde{Y}(0) = 1. \end{aligned}$$

Преобразуя выражение в квадратных скобках и учитывая (27), перепишем систему в окончательном виде

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{X}}{d\zeta} &= \frac{8}{\eta} \tilde{X}^3 \cdot \Psi(\tilde{X}) \cdot \tilde{Y} \exp \left(-\zeta \frac{\tilde{X} \cdot \tilde{Y}}{\tilde{g}} \right), \\ \frac{d\tilde{Y}}{d\zeta} &= -\frac{8\alpha C_1}{\eta} \tilde{X}^2 \cdot \tilde{Y}^{C_2} \exp \left(-2\zeta \frac{\tilde{X} \cdot \tilde{Y}}{\tilde{g}} \right). \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь

$$C_1 = \delta_1 \tilde{C} = \frac{3/2 - a}{b(a+1)(b+1)}, \quad C_2 = 1 + \frac{1}{\delta_1} = \frac{4 - a + b(a+1)}{3/2 - a}.$$

Для простоты исследования представим функцию роста тока в виде зависимости с линейным фронтом

$$\tilde{g}(\zeta) = \begin{cases} 1 + (g_{\max} - 1) \frac{\zeta}{\zeta_f}, & 0 \leq \zeta \leq \zeta_f, \\ g_{\max}, & \zeta > \zeta_f, \end{cases} \quad (32)$$

где $\zeta_f = \tau_f/\tau_{B0}$.

Таким образом, в систему (31) входят семь параметров, в той или иной степени определяющих поведение решения: η , α , S_b , a , b , ζ_f , g_{\max} . Заметим, что величины α и η связаны, поскольку в силу (8) и (14)

$$\alpha = \frac{\gamma^2 - 1}{2\gamma} \frac{mc^2 n_{b0}}{P_0} \eta. \quad (33)$$

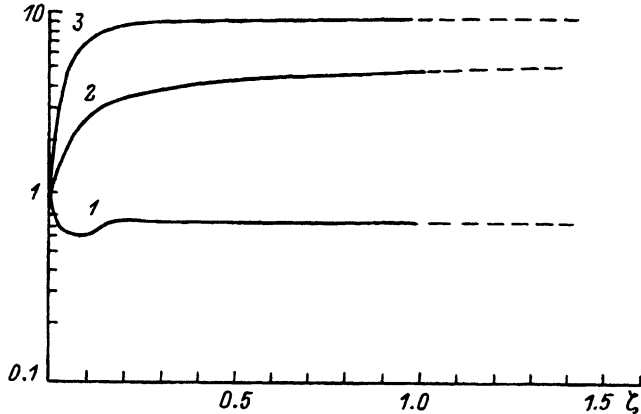


Рис. 1. Поведение системы пучок-плазма во времени.

1 — $\tilde{r}_b/r - b_0$, 2 — \tilde{T}/T_0 , 3 — $\tilde{\theta}^2/\eta$; $a = 2/3$, $S_p = 5/3$, $S_b = 2$, $\eta = 0.1$, $\alpha = 1$, $\zeta_f = 0.2$, $g_{\max} = 5$.

Это означает, что диапазоны изменения этих величин взаимообусловлены (при ограниченном изменении параметров n_{b0} и P_0). Аналогичное ограничение накладывает соотношение (24).

Исследование эволюции пучка и плазмы, а также влияния на нее указанных выше параметров проводилось путем численного интегрирования (31) методом Рунге-Кутты-Вернера. В качестве иллюстрации типичного поведения системы "пучок-плазма" на рис. 1 представлены зависимости $\tilde{r}_b(\zeta)/r_{b0} = \tilde{X}^{-1/2}(\zeta) \cdot \tilde{g}^{1/2}(\zeta)$, $\tilde{\theta}^2(\zeta)/\eta = \tilde{X}^{S_b-1}(\zeta)$ и $\tilde{T}(\zeta)/T_0 = [\tilde{Y}(\zeta)]^{-\frac{1}{1.5-a}}$ для следующих значений параметров: $a = 2/3$, $S_p = 5/3$, $S_b = 2$, $\eta = 0.1$, $\alpha = 1$, $\zeta_f = 0.2$, $g_{\max} = 5$ (эти значения можно считать достаточно характерными для широкого класса сильноточных ускорителей с энергией электронов 1 МэВ). Видно, что резкое сжатие в начальный момент быстро ($\zeta \sim 0.1$) сменяется непродолжительной дефокусировкой (на $\approx 15\%$ в течение $\sim 0.1\zeta$), после чего огибающая остается практически постоянной. Дефокусировка объясняется, очевидно, влиянием роста тока $g(t)$, а также тем, что зависимость $\tilde{X}(\zeta)$, т.е. плотность тока, очень быстро выходит на насыщение на уровне $\eta^{-1} = 10$. Температура плазмы растет медленнее, чем плотность тока, увеличиваясь меньше чем на порядок (в 5 раз).

На рис. 2-6 представлены функции $\tilde{X}(\zeta)$ и $\tilde{Y}(\zeta)$ для различных значений параметров a , S_p , S_b , η и α с тем, чтобы выявить степень их влияния на процесс сжатия (параметры ζ_f и g_{\max} мы не варьировали ввиду очевидности их влияния). На основе представленных зависимостей можно сделать следующие выводы: 1) с уменьшением a с 0.7 до 0.3 плотность тока падает, а температура возрастает, но очень незначительно; 2) практически та же картина наблюдается при увеличении параметра S_p с 5/3 до 3; 3) при увеличении S_b с 5/3 до 3 плотность тока существенно падает, температура также падает, но незначительно; 4) наиболее сильное влияние на $\tilde{X}(\zeta)$ и $\tilde{Y}(\zeta)$ оказывает параметр η : при уменьшении η с 0.1 до 0.01

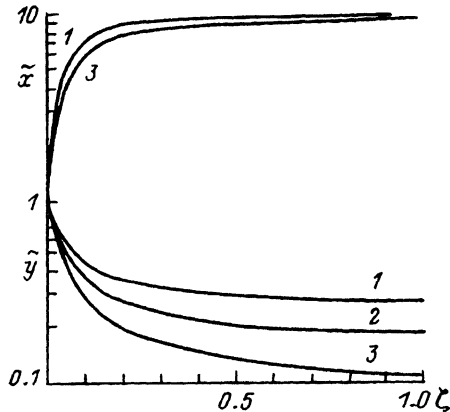


Рис. 2. Функции $\bar{X}(\zeta)$ и $\bar{Y}(\zeta)$ при разных значениях α .

α : 1 — 0.67, 2 — 0.5, 3 — 0.3 (остальные параметры те же, что и на рис. 1).

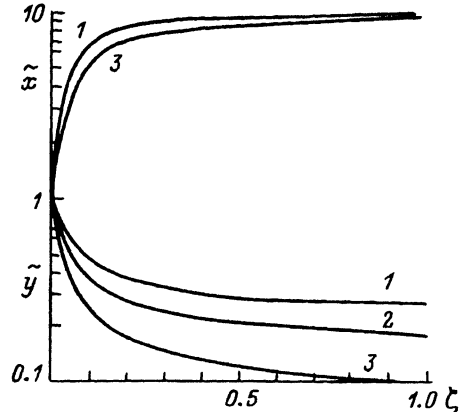


Рис. 3. Функции $\bar{X}(\zeta)$ и $\bar{Y}(\zeta)$ при разных значениях S_p .

1 — $S_p = 5/3$, 2 — 2, 3 — 3 (остальные параметры те же, что и на рис. 1).

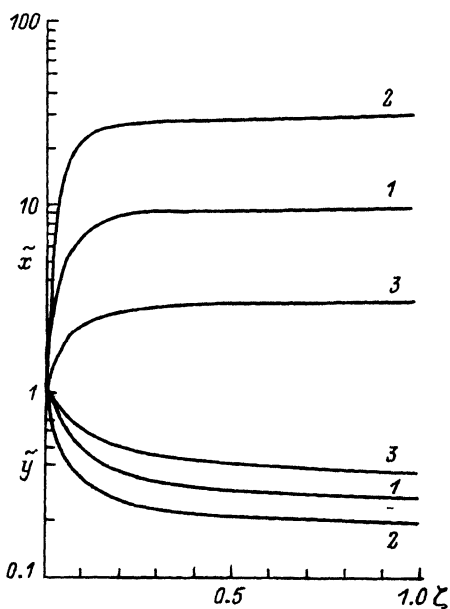


Рис. 4. Функции $\bar{X}(\zeta)$ и $\bar{Y}(\zeta)$ при разных значениях S_b .

1 — $S_b = 2$, 2 — $5/3$, 3 — 3 (остальные параметры те же, что и на рис.1).

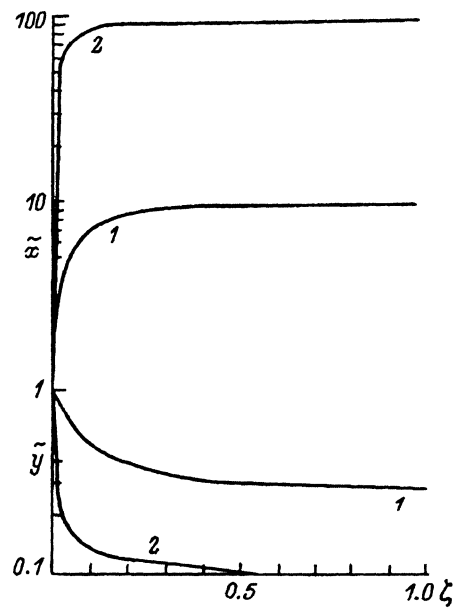


Рис. 5. Функции $\bar{X}(\zeta)$ и $\bar{Y}(\zeta)$ при разных значениях η .

1 — $\eta = 0.1$, 2 — 0.01 (остальные параметры те же, что и на рис. 1).

плотность тока возрастает на порядок, а температура — почти на порядок; 5) с ростом параметра α от 0.01 до 10 плотность тока незначительно уменьшается, а температура растет, но так же незначительно.

В целом можно заключить, что процесс сжатия наиболее чувствителен к двум параметрам (если не говорить о влиянии фронта тока, полагая его, например, бесконечно крутым), которые являются параметрами пучка: среднеквадратичному углу инжектируемых электронов η и показате-

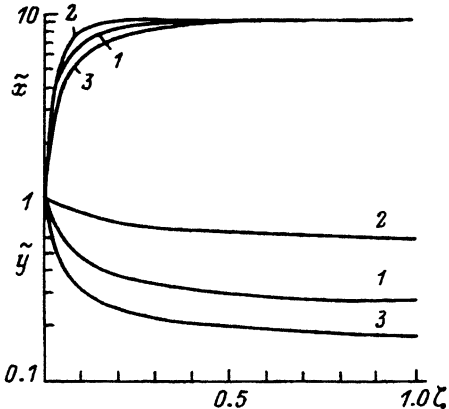


Рис. 6. Функции $\tilde{X}(\zeta)$ и $\tilde{Y}(\zeta)$ при разных значениях α .
 1 — $\alpha = 1$, 2 — 0.01, 3 — 10 (остальные параметры те же, что и на рис. 1).

лю адиабаты пучка S_b . Влияние остальных параметров является весьма слабым.

2. Условия применимости полученных результатов

а) Необходимым условием фокусировки является зарядовая нейтрализация пучка в течение импульса $n(t) \gg n_b(t)$. Выразим концентрации через функции $X(t)$ и $Y(t)$

$$n(t) = n_0 Y^{-\delta_a}(t), \quad n_b(t) = n_{b0} X(t).$$

Здесь

$$\delta_2 = \frac{\delta}{\delta_1} b(a+1) = \frac{b(a+1)}{3/2 - a}.$$

Вводя вспомогательную функцию $\Omega(t) = x(t) \cdot Y^{\delta_2}(t)$, запишем требование зарядовой нейтрализации в виде

$$\Omega(t) \ll \frac{n_0}{n_{b0}}. \quad (34)$$

Естественно, что должна быть нейтрализация в начальный момент времени $n_{b0} \ll n_0$. Поскольку $Y(t) < 1$, а $X(t) < \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}$, то $\Omega(t) < \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}$. Если потребовать выполнения условия

$$\eta^{-\frac{1}{S_b-1}} < \frac{n_0}{n_{b0}} \quad \text{или} \quad \eta > \left(\frac{n_{b0}}{n_0} \right)^{S_b-1}, \quad (35)$$

то нейтрализация будет заведомо сохраняться. Сильное неравенство заменено здесь на менее жесткое, что, очевидно, не влияет на справедливость качественной оценки (35). В частности, для характерных значений параметров, достигаемых в сильноточных ускорителях, $n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $n_{b0} = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ($j_{b0} \simeq 10^6 \text{ А/см}^2$), полагая $S_b = 2$ (двумерное сжатие пучка), получаем из (35) $\eta > 10^{-3}$, что, надо полагать, выполняется в подавляющем большинстве практически реализуемых ситуаций. Так, если принять для величины η представление (28), то нетрудно видеть, что для

максимального угла инжекции $\theta_0^{\max} > 60^\circ$ $\eta \simeq 2/(m+3)$ и (35) означает слабое ограничение $m \lesssim (n_0/n_{b0})^{S_b-1}$; при $\theta_0^{\max} < 30^\circ$ и $m \leq 2$ $\eta \simeq \frac{1}{2}(\theta_0^{\max})^2$ и (35) означает $\theta_0^{\max} \gtrsim (n_{b0}/n_0)^{\frac{S_b-1}{2}}$. Для принятых значений имеем в первом случае $m \lesssim 10^3$, во втором $\theta_0^{\max} \gtrsim 1^\circ$, что для сильноточных ускорителей с очевидностью можно считать выполненным.

В общем случае для достаточного малых значений η , не удовлетворяющих условию (35), зарядовая нейтрализация может нарушиться до окончания импульса. Тем самым мы имеем дополнительный механизм ограничения степени фокусировки, помимо начального углового распределения, и возникает важный вопрос о максимально возможной степени фокусировки. Заменяя сильное неравенство (34) на слабое, запишем эту величину в виде

$$X_{\max} \sim \min \left\{ \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}, \frac{n_0}{n_{b0}} Y^{-\delta_2}(\infty) \right\}. \quad (36)$$

Здесь учтен тот факт, что формально минимально возможное значение функции $Y(t)$ достигается асимптотически на бесконечности. Оценим величину $Y(\infty)$ снизу. Имея в виду, что $X(t) < \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}$, $\tau_B \leq \tau_{B0} \cdot X_{\max}$, $\tau_{B0}/\tau_h = 8(\alpha/\eta)$, из (25) получим

$$Y(\infty) \gtrsim \left[1 + \eta^{-\frac{2}{S_b-1}} \cdot 4\tilde{C} \cdot \frac{\alpha}{\eta} X_{\max} \right]^{-\delta_1},$$

где в соответствии с (30)

$$X_{\max} = \begin{cases} 1, & \dot{g}(0) + \frac{1}{\tau_h} \left(\delta_1 \tilde{C} - \frac{1-\eta}{S_b \alpha} \right) < 0, \\ \frac{g_{\max}}{X(\infty)Y(\infty)}, & \dot{g}(0) + \frac{1}{\tau_h} \left(\delta_1 \tilde{C} - \frac{1-\eta}{S_b \alpha} \right) > 0. \end{cases}$$

Поскольку

$$\alpha \simeq \eta \frac{mc^2}{T_0} \cdot \frac{n_{b0}}{n_0},$$

то при $\eta \ll 1$, опуская численный множитель $[2\tilde{C}(\gamma^2 - 1)/\gamma Z_{i0}]^{-\delta_1} \sim 1$, получаем оценку

$$Y(\infty) \gtrsim \left[\eta \frac{2}{S_b - 1} \frac{T_0}{mc^2} \frac{n_0}{n_{b0}} \cdot X_{\max}^{-1} \right]^{\delta_1}. \quad (37)$$

Составляя качественное соотношение

$$\eta^{-\frac{1}{S_b-1}} \sim \frac{n_0}{n_{b0}} Y^{-\delta_2}(\infty)$$

и используя (37) (полагаем $X_{\max} = 1$, поскольку нас интересует наиболее сильное ограничение на величину X_{\max}), имеем

$$\eta^{\frac{1-S_b}{S_b-1}} \sim \left(\frac{mc^2}{T_0} \right)^{1-5/2\delta} \cdot \left(\frac{n_0}{n_{b0}} \right)^{5/2\delta}.$$

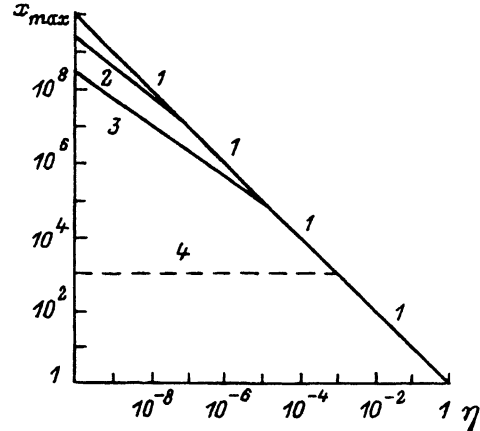


Рис. 7. Зависимость величин X_{\max} от η ($S_b = 2$).

1-1-1-1 — $\eta^{-\frac{1}{S_b-1}}$; 1-1-1-2 — $X_{\max}^{(2)}$ при $1/5 < \delta < 1/3$; 1-1-1-3 — $X_{\max}^{(2)}$ при $\delta = 1/3$; 1-4 — $X_{\max}^{(2)}$ при $\delta = 2/5$.

Здесь использовано, что $\delta_1 \delta_2 = 1 - 5/2\delta$. В силу естественных ограничений $T_0 \ll mc^2$, $n_{b0} \ll n_0$, $\eta < 1$ соотношение имеет смысл только при $\delta > 1/5$ и дает оценку величины η_* , при которой на степень фокусировки начинает влиять зарядовая нейтрализация

$$\eta_* \sim \left[\left(\frac{T_0}{mc^2} \right)^{1-5/2\delta} \cdot \left(\frac{n_{b0}}{n_0} \right)^{5/2\delta} \right]^{\frac{S_b-1}{5\delta-1}}. \quad (38)$$

Теперь представление (36) можно записать следующим образом:

$$X_{\max} \sim \begin{cases} X_{\max}^{(1)} = \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}, & \eta > \eta_*, \\ X_{\max}^{(2)} = \eta^{-\frac{2-5\delta}{S_b-1}} \cdot \left(\frac{mc^2}{T_0} \right)^{1-5/2\delta} \cdot \left(\frac{n_0}{n_{b0}} \right)^{5/2\delta}, & \eta < \eta_*, \delta > 1/5. \end{cases} \quad (39)$$

В силу того, что в общем случае $S_p \leq 3$, $b \geq 1/2$, а поскольку $a > 0$, то $\delta < 1/3$. Оценим максимально возможное значение η_* для принятых выше параметров, а также положив $T_0 = 100$ эВ и $\delta = 1/3$: $\eta_* \sim 10^{-5}$, а соответствующее этому $X_{\max} \sim 10^5$. Из сказанного можно сделать еще один важный вывод: теоретически нейтрализация не накладывает ограничений на максимально достижимую степень фокусировки, т.е. величина X_{\max} неограниченно возрастает при $\eta \rightarrow 0$. Заметим, что формально ограничение наступает при $\delta = 2/5$. Это проиллюстрировано на рис. 7.

б) Необходимо, чтобы возмущения и неоднородности, возникающие в электронной компоненте плазмы, не могли бы существенно исказить принятое нами пространственное распределение обратного тока. Для этого следует потребовать, чтобы характерный масштаб этих возмущений, определяемый плазменной частотой ω_{pe} , был пренебрежимо мал по сравнению с радиусом пучка

$$\frac{c}{\omega_{pe}} \ll r_b. \quad (40)$$

Замечая, что

$$\omega_{pe} = \left(\frac{4\pi e^2 n_e}{\gamma m} \right)^{1/2} = 2 \frac{c}{r_b} \left(\frac{I_b n Z_i}{I_A n_b} \right)^{1/2},$$

видим, что для закритического нейтрализованного по заряду пучка требуемое условие выполнено.

в) Оценим условия, при которых можно пренебречь радиальным разлетом плазмы. Для простоты рассмотрения предположим, что плотность тока распределена по сечению пучка равномерно. В этом случае любые поперечные градиенты в плазме внутри пучка отсутствуют и магнитное поле $B_\varphi = 0$. Снаружи пучка есть градиент давления и есть поле, но отсутствует обратный ток. Тогда из (3) следует, что внутри $V_{pr} = 0$ и ионы движутся с тепловой скоростью v_{iT} , а снаружи от границы идет отток ионов, определяемый градиентом давления. Таким образом, возникает волна разрежения, распространяющаяся внутрь пучка со скоростью звука

$$c_s = \left(S_p \frac{P}{nM} \right)^{1/2},$$

где M — масса иона.

Вынося из области, занятой пучком, плазму, волна до окончания импульса может добраться до оси пучка и привести к нарушению зарядовой нейтрализации. Чтобы этого не произошло, следует поставить наиболее жесткое условие

$$r_b(\tau_{и}) > \tau_{и} \cdot c_s(\tau_{и}). \quad (41)$$

Проанализируем это соотношение качественно, полагая, что $\tau_{и} \gg \tau_B$. Тогда

$$r_b(\tau_{и}) \approx r_b(\infty) = r_{b0} \cdot X_{\max}^{-1/2} \cdot g_{\max}^{1/2},$$

$$c_s(\tau_{и}) \approx c_s(\infty) = c_{s0} \left(\frac{T_{\max}}{T_0} \right)^{\frac{a+1}{2}}, \quad c_{s0} = \left(S_p \frac{Z_{i0} T_0}{M} \right)^{1/2}.$$

Поскольку $T/T_0 = Y^{-\delta/\delta_1}$, то максимальную температуру можно оценить, используя (37);

$$\frac{T_{\max}}{T_0} \lesssim \left(\eta^{-\frac{2}{S_b-1}} \frac{mc^2}{T_0} \frac{n_{b0}}{n_0} \right)^\delta.$$

Полагая $X_{\max} = \eta^{-\frac{1}{S_b-1}}$ и возведя для удобства (41) в квадрат, запишем его в виде

$$r_{b0}^2 \cdot \eta^{\frac{1}{S_b-1}} \cdot g_{\max} \gtrsim c_{s0}^2 \tau_{и}^2 \left(\eta^{-\frac{2}{S_b-1}} \frac{mc^2}{T_0} \frac{n_{b0}}{n_0} \right)^{\delta(a+1)}$$

или окончательно

$$\eta \gtrsim \left[\frac{c^2 \tau_{и}^2}{r_{b0}^2} Z_{i0} g_{\max}^{-1} \cdot \frac{m}{M} \left(\frac{T_0}{mc^2} \right)^{1-\delta(a+1)} \left(\frac{n_{b0}}{n_0} \right)^{\delta(a+1)} \right]^{\frac{S_b-1}{1+2\delta(a+1)}}. \quad (42)$$

Так, для следующих значений: $\tau_{и} = 10^{-7}$ с, $r_{b0} = 0.3$ см, $Z_{i0} = 1$, $g_{\max} = 10$, $m/M = 10^{-5}$, $T_0 = 50$ эВ, $n_{b0}/n_0 = 10^{-3}$, $a = 2/3$, $\delta = 1/5$, $S_b = 2$ получим $\eta \gtrsim 0.1$. Несмотря на такое жесткое ограничение, заметим, что оценка (42), во-первых, может колебаться в достаточно широких

пределах в зависимости от значений параметров, во-вторых, является максимально завышенной.

Таким образом, пренебрежение радиальным разлетом плазмы не накладывает существенных ограничений на справедливость полученных результатов, хотя роль этого ограничительного фактора более важна, чем возможное нарушение зарядовой нейтрализации.

Следует заметить, что при $T/T_0 \gg 1$, когда градиент плотности плазмы снаружи пучка становится значительным, в принципе возможна тепловая конвекция ионов с образованием в радиальном направлении устойчивой динамической картины типа ячеек Бенара (естественно, при наличии твердой внешней стенки). В этом случае влияние радиального расширения плазмы как восходящего конвективного потока на зарядовую нейтрализацию пучка практически исчезает, поскольку компенсируется нисходящим конвективным потоком.

г) Сравним по порядку величины поглощенную энергию пучка и джоулево тепло j_p^2/σ (см. (12)). Имеем

$$\rho Q \sim \left(\frac{dE}{dx} \right) \rho L \frac{I_b}{e} \frac{1}{\pi r_b^2 L} \sim \rho \left(\frac{dE}{dx} \right) \frac{j_b}{e},$$

где (dE/dx) — полные потери энергии электрона на единице пути ($Mэв \times см^2/г$), L — толщина плазменного слоя.

Отсюда

$$\rho Q / \frac{j_p^2}{\sigma} \sim e^{2t/\tau_B} \cdot \left(\frac{dE}{dx} \right) \frac{\sigma M n}{e^2 c n_b}. \quad (43)$$

Энергия электронов в сильноточных пучках обычно лежит в диапазоне 0.1–10 Мэв, поэтому $(dE/dx) \sim 1$ [3]. Тогда в начальный момент для $\sigma_0 \sim 10^2 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$, $M \sim 10^{-22} \text{ г}$ и $n_0/n_{b0} \sim 10^3$ отношение (43) составляет 10^{-2} , т.е. поглощенной энергией пучка можно пренебречь. Ясно, что на временах, превышающих скин-слоевое, джоулево тепло перестает доминировать над прямым разогревом. Однако это происходит тем позже, чем меньше η . В этом легко убедиться, если записать временную зависимость отношения (43) в виде

$$\rho Q / \frac{j_p^2}{\sigma} \sim e^{2t/\tau_B} \cdot X^{-1}(t) \cdot Y^{-(1+\delta_2)}(t).$$

Значение производной такой функции в нуле есть

$$\frac{2}{\tau_{B0}} \left[1 - \frac{4}{S_b} \frac{1-\eta}{\eta} + 4(1+\delta_2)\delta_1 \tilde{C} \frac{\alpha}{\eta} \right],$$

т.е. при достаточно малых значениях η становится отрицательным.

Таким образом, чем меньше η , тем лучше выполняется требование малости прямого нагрева плазмы пучком по сравнению с омическим нагревом. Здесь же отметим, что возможность пренебрежения теплопереносом в (12) обеспечивается выполнением двух оговоренных выше условий: продольной однородности плазмы и условия (41).

д) При движении в плотной плазме электроны пучка рассеивают свой импульс, сталкиваясь с ионами плазмы, поэтому необходимо, чтобы относительное изменение газокинетического и магнитного давлений в результате упругого и неупругого рассеяния на толщине плазменного слоя L было мало.

Полагая, что величина $\bar{\theta}^2$ не очень близка к единице, выразим относительное изменение скорости электрона через сброс его кинетической энергии на длине траектории, приблизительно равной L ,

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{1}{\gamma(\gamma^2 - 1)} \frac{\Delta E}{mc^2}, \quad \Delta E \simeq \left(\frac{dE}{dx}\right) \rho L.$$

Магнитное давление $P_B \sim \beta^2$ (см. (7)), поэтому

$$\frac{\Delta P_B}{P_B} = 2 \frac{\Delta\beta}{\beta}.$$

Требую условия $\Delta P_B/P_B \ll 1$, получаем ограничение на толщину слоя L

$$L \ll \gamma(\gamma^2 - 1) \frac{mc^2}{Mn} / \left(\frac{dE}{dx}\right). \quad (44)$$

Реальные значения толщин ($L \lesssim 0.1$ см) удовлетворяют этому ограничению с большим запасом.

Изменение газокинетического давления в отличие от магнитного обусловлено как неупругим, так и упругим рассеянием, поскольку $P_b \sim \gamma\beta^2 \bar{\theta}^2$. Очевидно, что

$$\left| \frac{\Delta P_b}{P_b} \right| = \left| \left[1 - \frac{\Delta(\gamma\beta^2)}{\gamma\beta^2} \right] \cdot \left[1 + \frac{\Delta\bar{\theta}^2}{\bar{\theta}^2} \right] - 1 \right|.$$

Приращение среднеквадратичного угла можно приближенно заменить величиной среднеквадратичного отклонения электрона, прошедшего слой L , от первоначального направления за счет многократных кулоновских отклонений, выражение для которого имеет вид [9]

$$\overline{(\Delta\theta)^2} = 8\pi n \frac{Z_i^2 r_e^2}{\beta^4} \Lambda L,$$

где r_e — классический радиус электрона, Λ — кулоновский логарифм.

Полагая $|\Delta P_b|/P_b \ll 1$ и имея в виду, что

$$\frac{\Delta(\gamma\beta^2)}{\gamma\beta^2} = (\gamma^2 + 1) \frac{\Delta\beta}{\beta},$$

получим другое ограничение на толщину слоя, учитывая, что $\Delta\beta/\beta \ll 1$ и $\gamma^4 \ll 1$,

$$L \ll \frac{(\gamma^2 - 1)^2 mc^2}{\gamma^3 Mn} / \left(\frac{dE}{dx}\right) \cdot \left| \frac{\bar{\theta}_s^2}{\bar{\theta}^2} - 1 \right|^{-1}, \quad (45)$$

где

$$\bar{\theta}_s^2 = 8\pi Z_i^2 r_e^2 \gamma \Lambda \frac{mc^2}{M} / \left(\frac{dE}{dx}\right)$$

— величина, определяющая, какой канал рассеяния преобладает в данном ограничении.

Так, при $\bar{\theta}^1 \ll \bar{\theta}_s^2$ доминирует упругое рассеяние, причем (45) принимает вид

$$L \ll \frac{\bar{\theta}^2}{8\pi Z_i^2 r_e^2 \Lambda n}. \quad (46)$$

При $\bar{\theta}^2 > \bar{\theta}_s^2$ доминирует неупругий канал, однако ограничение (45) в этом случае является очень слабым, поскольку оно аналогично (44) с точностью до постоянного множителя γ^2 . Отметим, что для наших значений параметров угол $\bar{\theta}_s^2 \sim 0.1 - 1$, т.е. достаточно велик.

Таким образом, наиболее жесткое требование на толщину слоя, обусловленное рассеянием электронов, в соответствии с (46) можно записать следующим образом:

$$L \ll \frac{\eta}{8\pi Z_{i0}^2 r_e^2 \Lambda n_0} \quad \text{или} \quad \eta \gg 8\pi \Lambda r_e^2 Z_{i0}^2 n_0 L. \quad (47)$$

Для реальных значений параметров это соотношение легко выполняется.

е) Наконец, укажем еще одно очевидное ограничение [1]: время пролета электронов между магнитными стенками должно быть много меньше характерного времени изменения газокINETического давления. Очевидно, время пролета максимально в начальный момент. Ему соответствует характерное время $\alpha\tau_h$. Имеем

$$\alpha\tau_h \gg \frac{r_{b0}}{\bar{v}_\perp} = \frac{r_{b0}}{\beta c \eta^{1/2}} \simeq \frac{r_{b0}}{c \eta^{1/2}}.$$

Здесь \bar{v}_\perp — средняя поперечная скорость электронов.

Используя (27), приведем это условие к виду

$$\eta \gg \left(\frac{c}{\sigma_0 r_{b0}} \right)^{2/3}. \quad (48)$$

Для принятых нами значений $\sigma_0 \sim 10^{14} \text{ с}^{-1}$ и $r_{b0} \sim 0.1 \text{ см}$ получаем $\eta \gg 10^{-2}$, т.е. это ограничение является одним из самых сильных.

Сравнение полученных условий применимости наших основных результатов показывает, что в зависимости от конкретных значений параметров задачи наиболее сильным может быть одно из четырех ограничений: (35), (42), (47), (48). По-видимому, в большинстве случаев наиболее жестким является условие (48). В целом следует заключить, что использованные нами приближения и упрощения являются оправданными с практической точки зрения, за исключением, быть может, пренебрежения поглощенной энергией пучка в (12). Очевидно, что учет этого слагаемого должен приводить к ослаблению фокусировки в результате более сильного температурного роста проводимости.

Таким образом, мы показали, что в плотной плазме при определенных условиях сильноточный РЭП может испытывать значительное сжатие и увеличение поперечного углового разброса скоростей электронов. Максимальная степень сжатия определяется в первую очередь начальным угловым разбросом η и реально может достигать 1–2 порядков по плотности тока. В частности, если плазма используется как конвертор энергии РЭП в тормозное излучение, то это может существенно повлиять на пространственно-угловое распределение поля тормозного излучения.

Список литературы

- [1] *Иванов А.А., Рудаков Л.И.* // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. Вып. 4. С. 1332–1341.
- [2] *Миллер Р.* Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1984.
- [3] *Арцимович Л.А.* Атомная физика и физика плазмы. М.: Наука, 1978.
- [4] *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1965.
- [5] *Чен Ф.* Введение в физику плазмы. М.: Мир, 1987.
- [6] *Mosher D.* // Phys. Rev. 1974. Vol. A10. N 6. P. 2330–2333.
- [7] *Астрелин В.Т., Иванов В.Я.* // Автометрия. 1980. № 3. С. 92–99.
- [8] Тормозная способность электронов и позитронов. Докл. 37 МКРЕ. М.: Энергоатомиздат, 1987.
- [9] *Кролл Н., Трайвеллис А.* Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975.

Научно-производственное предприятие
“Экология”
Московская область

Поступило в Редакцию
3 октября 1991 г.
В окончательной редакции
18 августа 1992 г.