[5] M e i j e r P.M., G o e d h e e r W.J. Proceedings of the 19-th international conference on phenomena in ionized gases, Belgrad, 1989. V. 3. P. 386-388.

Физико-технический
институт им. А. Ф. Иоффе
АН СССР, Ленинград

Поступило в Редакцию
6 декабря 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 2 26 января 1990 г.

07

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРНЫЕ СВОЙСТВА ОБЪЕМНЫХ ГОЛОГРАММ, ПОЛУЧЕННЫХ ПУТЕМ МНОГОКРАТНОЙ ЗАПИСИ ОПТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОЛНОЙ СИСТЕМЫ ОРТОНОРМИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

В.В. О р л о в

Ранее было предложено осуществлять оптическое разложение волнового поля объекта по произвольной системе ортогональных функций голографическим методом, основанным на многократной записи объемных голограмм оптических моделей ортогональных функций [1, 2]. В настоящей работе показано, что если на голограмме записана полная система ортонормированных функций, то она не имеет интермодуляционной структуры, обладает 100 % дифракционной эффективностью и восстанавливает волновое поле без искажений.

Пусть на одном участке светочувствительной среды осуществляется многократная запись N голограмм, с одним и тем же временем экспозиции t, при этом объект и опорный источник (в общем случае протяженный) состоят каждый из N точек, занимающих неизменное положение относительно светочувствительной среды. Обозначим через a_{mn} (b_{mn}) комплексную амплитуду n-й точки опорного источника (объекта) во время m-й экспозиции. Все множество комплексных амплитуд опорных источников и объектов можно представить в виде двух матриц

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{pmatrix}, \qquad \hat{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2N} \\ b_{N1} & b_{N2} & \dots & b_{NN} \end{pmatrix},$$

где матрица $\hat{A}$ соответствует опорному источнику, матрица $\hat{B}$ – объекту. Пусть вектор-строки матрицы $\hat{A}$ (аналогично матрицы $\hat{B}$) представляют собой некоторую полную систему ортонормированных функций. Тогда матрицы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ ортогональны и их вектор-столбцы также ортонормированы. Матрицами A и B могут быть матрицы, описывающие вращение в N-мерном пространстве, матрицы, чьи вектор-строки представляют собой систему функций Уолша или функций дискретного преобразования Фурье [3]. В простейшем случае матрицы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ диагональны.

Согласно модовой теории объемных голограмм [4], при записи одной голограммы и ее последующем восстановлении волновое поле в глубине голограммы на расстоянии z от ее поверхности описывается операторным соотношением

$$\vec{C}(z) = e^{iD\hat{E}z}\vec{C}(0), \tag{1}$$

где $\vec{C}(0)$, $\vec{C}(z)$ – векторы комплексных амплитуд поля, падающего на поверхность голограммы, и поля в глубине голограммы соответственно; $\hat{E}$ – матрица голограммы; $D = \frac{k\sqrt{\varepsilon_0}\alpha t}{2}$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число поля в воздухе; ε_0 – диэлектрическая проницаемость светочувствительной среды; α – коэффициент пропорциональности, связывающий величину экспозиции с приращением диэлектрической проницаемости.

В данном случае при многократной записи голограмм соотношение (1) сохраняет свою справедливость, при этом матрица голограммы принимает вид

$$\hat{E} = \begin{pmatrix}
L & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & a_{m1}b^*_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{m1}b^*_{mN} \\
0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & a_{m2}b^*_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{m2}b^*_{mN} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & \cdot & \cdot & \cdot & L & a_{mN}b^*_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{mN}b^*_{mN} \\
b_{m1}a^*_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{m1}a^*_{mN} & L & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
b_{m2}a_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{m2}a^*_{mN} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
b_{mN}a^*_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{mN}a^*_{mN} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & L
\end{pmatrix},$$

где $L = \sum\limits_{m=1}^{N}\sum\limits_{m=1}^{N}(|a_{mn}|^2 + |b_{mn}|^2)$ и $a_{mi}b_{mj} = \sum\limits_{m=1}^{N} a_{mi}b_{mj}$, т.е. по индексу m, повторяющемуся дважды, производится суммирование. Недиагональные элементы матрицы голограммы $\hat{E}$ пропорциональны амплитудам пространственных гармоник диэлектрической проницаемости голограммы и равны скалярному произведению вектор-столбцов матриц опорного источника $\hat{A}$ и объекта $\hat{B}$. Элементы матрицы $\hat{E}$, равные нулю, отвечают пространственным гармоникам интермодуляционной структуры голограммы, обусловленной интерференцией точек опорного источника между собой и точек объекта между собой. Таким образом, это означает, что если при многократной записи голограмм опорными источниками служат оптические модели одной полной системы ортонормированных функций, а объектами оптические модели другой полной системы ортонормированных функций, то полученная голограмма не имеет интермодуляционной структуры.

Предположим, что голограмма восстанавливается m-м опорным источником. Для нахождения поля внутри голограмм достаточно найти такие собственные векторы матрицы $\hat{E}$ (моды голограммы), в виде линейной комбинации которых можно представить поле данного опорного источника. Будем искать моды голограммы в виде

$$\vec{\Lambda}_m = (a_{m1}, \ldots, a_{mN}, \tau b_{m1}, \ldots, \tau b_{mN}),$$

где τ – неизвестный коэффициент. Решив уравнение $\hat{E}\vec{\Lambda}_m = \lambda_m \vec{\Lambda}_m$, найдем, что m-й экспозиции соответствует две моды голограммы:

$$\vec{\Lambda}_{m1} = \left(a_{m1}, \ldots, a_{mN}, \sqrt{\tfrac{Q}{G}}\, b_{m1}, \ldots, \sqrt{\tfrac{Q}{G}}\, b_{mN}\right),$$

$$\vec{\Lambda}_{m2} = \left(a_{m1}, \ldots, a_{mN}, -\sqrt{\tfrac{Q}{G}}\, b_{m1}, \ldots, -\sqrt{\tfrac{Q}{G}}\, b_{mN}\right)$$

и два соответствующих им собственных числа $\lambda_{m1} = L + \sqrt{QG}$, $\lambda_{m2} = L - \sqrt{QG}$, где Q, G – интенсивности опорного и объектного пучков соответственно во время каждой экспозиции. Поле m-го опорного источника можно представить в виде

$$\vec{C}(0) = (a_{m1}, \ldots, a_{mN}, 0, \ldots 0) = \frac{1}{2}(\vec{\Lambda}_{m1} + \vec{\Lambda}_{m2}). \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), найдем поле внутри голограммы:

$$\vec{C}(z) = \frac{1}{2} e^{iDLz}\left(e^{iD\sqrt{QG}\,z}\vec{\Lambda}_{m1} + e^{-iD\sqrt{QG}\,z}\vec{\Lambda}_{m2}\right). \qquad (3)$$

Из (3) следует, что по мере увеличения глубины голограммы z волновое поле m-го опорного источника полностью и без искажений трансформируется в волновое поле m-го объекта, затем поле m-го объекта в поле m-го опорного источника, далее процесс трансформации периодически повторяется. Дифракционная эффективность голограммы описывается соотношением

$$\eta(z) = \sin^2\left(D\sqrt{QG}\,z\right) \qquad (4)$$

и при $z = \frac{\pi}{2}\frac{1+2\nu}{D\sqrt{QG}}$, $\nu = 0, 1, 2 \ldots$ достигает 100%.

Если матрица опорных источников $\hat{A}$ представляет собой, например, систему функций Уолша, а матрица объектов $\hat{B}$ диагональна, то полученная голограмма, будучи освещена множеством точек опорного источника, комплексные амплитуды которого воспроизводят какой-либо объект, в первом порядке дифракции восстановит плоские волны, комплексные амплитуды которых пропорциональны коэффициентам разложения волнового поля объекта по данной системе ортонормированных функций.

Таким образом, объемные голограммы в принципе позволяют разлагать волновое поле объекта по произвольной полной системе дискретных ортонормированных функций столь же эффективно, как линза выполняет фурье-преобразование.

Автор благодарит Ю.Н. Денисюка за предложение исследовать объемные голограммы, полученные путем записи оптических моделей ортогональных функций, и ценное обсуждение работы.

Список литературы

[1] Денисюк Ю.Н., Давыдова И.Н. // Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 60. В. 2. С. 365–371.
[2] Денисюк Ю.Н., Давыдова И.Н., Байкова Л.Н. // Оптика и спектроскопия. 1987. Т. 63. В. 6. С. 1351–1354.
[3] Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М., 1975. 208 с.
[4] Сидорович В.Г. // ЖТФ. 1976. Т. 46. В. 6. С. 1306–1312.

Поступило в Редакцию
21 ноября 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 2 26 января 1990 г.

05.2

МАГНИТНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ В ОБЛАСТИ КОМНАТНЫХ ТЕМПЕРАТУР

А.М. Тишин

В последнее время ввиду экологической вредности фреонов все более неотложным становится вопрос о разработке и производстве альтернативных охлаждающих устройств, работающих в области комнатных температур. Одним из возможных вариантов является создание магнитных холодильных машин (МХМ), принцип действия которых основан на использовании магнитокалорического эффекта (МКЭ). Наиболее эффективным рабочим телом для МХМ, работающих в области комнатных температур, до сих пор считался Gd [1]. Однако для реализации потенциальных преимуществ магнитного охлаждения необходим поиск более эффективных рабочих тел, а также оптимизация конструкции МХМ.

Целью данной работы являлось определение магнетиков, пригодных для использования в качестве рабочих тел МХМ, действующих