рующих полях, то существует высокая вероятность того, что $\mathcal{L}$ близок к $\hat{\mathcal{L}}$.

Вычисляя интеграл (9) для измеренной диаграммы $F(\varphi)$ и нескольких функций $\hat{F}(\varphi)$, можно таким методом найти систему линий $\hat{\mathcal{L}}$, к которым искомый контур $\mathcal{L}$ не близок, и линий $\hat{\mathcal{L}}$ к которым он может быть близок. Эта информация („похож"–„не похож") может быть использована либо для непосредственного определения $\mathcal{L}$ (например, для создания или хотя бы для проверки гипотез о $\mathcal{L}$), либо как вспомогательная для более сложных и точных методов.

5. Сделаем два заключительных замечания.

а) Если диаграмма $F(\varphi)$ не удовлетворяет условию (2), то не только она, но и любая близкая к ней не может быть создана токами на $\hat{\mathcal{L}}$ (т.е. ее нельзя не только реализовать такими токами, но и аппроксимировать [1]). Поэтому малые ошибки при измерении $F(\varphi)$ и, тем самым, в величине I мало изменят результаты.

б) В этом методе надо знать не диаграмму $F(\varphi)$, а только сглаживающие функционалы от нее. Поэтому методы восстановления диаграммы во всем интервале $0 < \varphi < 2\pi$ по измерению ее в части интервала могут оказаться применимыми.

Список литературы

[1] Каценеленбаум Б.З., Шалухин М.Ю. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 2. С. 225–233.

[2] Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями. Методы конструктивного синтеза /Под ред. Б.З. Каценеленбаума и А.Н. Сивова. М.: Наука, 1989. 176 с.

Институт радиотехники и электроники АН СССР, Москва

Поступило в Редакцию 22 декабря 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып.5 12 марта 1990 г.

01; 08

© 1990

РАДИАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ НЕОДНОРОДНОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

А.А. Дойников, С.Т. Завтрак

В работах [1–3] рассматривалось радиационное взаимодействие газовых пузырьков, пульсирующих в поле бегущей звуковой волны.

Между тем во многих экспериментах, а также в реальных условиях, приходится иметь дело с неоднородной, например, стоячей волной. В связи с этим представляется интересным изучить поведение газовых пузырьков в сжимаемой жидкости в поле неоднородной звуковой волны, что и делается в настаоящей работе.

Рассмотрим два газовых пузырька с равновесными радиусами R_1 и R_2, центры которых находятся в точках с радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$. Будем считать, что пузырьки пульсируют под воздействием знешней акустической волны давления, которую запишем в общем виде $P_{ac}=a(\vec{r})\exp(-i\omega t)$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор произвольной точки жидкости. Как обычно, полагаем, что размеры пузырьков существенно меньше длины падающей волны и расстояния l между ними. Полный потенциал скоростей жидкости запишем в виде суммы $\varphi=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_{ac}$, где $\varphi_j=a_j h_0^{(1)}(k\rho_j)\exp(-i\omega t)$, j = 1, 2, $h_0^{(1)}(z)$ – сферическая функция Ханкеля, k – волновое число, $\rho_j=|\vec{r}-\vec{r}_j|$, $\varphi_{ac}=-ia(\vec{r})\exp(-i\omega t)/(\rho_0\omega)$ – потенциал падающей волны, ρ_0 – плотность покоящейся жидкости.

Используя граничные условия на поверхности пузырьков, получаем выражения для φ_j, а также уравнения пульсаций радиусов пузырьков

$$\varphi_j=-ikR_j^2\dot{X}_j(t)h_0^{(1)}(k\rho_j),$$

$$\ddot{X}_1+\omega_1^2X_1+f_1\dot{X}_1+\frac{R_2^2}{R_1 l}\exp(ikl)\ddot{X}_2=-\frac{a(\vec{r}_1)}{\rho_0 R_1}\exp(-i\omega t), \quad (1)$$

$$\ddot{X}_2+\omega_2^2X_2+f_2\dot{X}_2+\frac{R_1^2}{R_2 l}\exp(ikl)\ddot{X}_1=-\frac{a(\vec{r}_2)}{\rho_0 R_2}\exp(-i\omega t).$$

Здесь $X_j(t)$ и ω_j – приращение радиуса и резонансная частота j-го пузырька соответственно, $f_{1,2}$ – коэффициенты затухания, которые введены феноменологически. Решая систему (1), имеем

$$X_1(t)=-\frac{\exp(-i\omega t)}{\rho_0 R_1(\omega_1^2-\omega^2-i\omega f_1)}\left[a(\vec{r}_1)+\frac{R_2\omega^2 a(\vec{r}_2)\exp(ikl)}{l(\omega_2^2-\omega^2-i\omega f_2)}\right],$$

$$X_2(t)=-\frac{\exp(-i\omega t)}{\rho_0 R_2(\omega_2^2-\omega^2-i\omega f_2)}\left[a(\vec{r}_2)+\frac{R_1\omega^2 a(\vec{r}_1)\exp(ikl)}{l(\omega_1^2-\omega^2-i\omega f_1)}\right].$$

Радиационную силу, действующую на j-й пузырек, вычисляем по формуле, полученной в работе [4]:

$$\vec{F}_j=\rho_0\left\langle\int_{S_j}\left[\vec{n}_j(v^2-k^2\varphi^2)/2-\vec{v}\cdot(\vec{v}\cdot\vec{n}_j)\right]ds_j\right\rangle,$$

где $\vec{n}_j$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности j-го пузырька, $\vec{v} = \vec{\nabla} \cdot \varphi$ – скорость жидкости, ds_j – элемент поверхности покоящегося j-го пузырька. Треугольные скобки означают усреднение по времени.

Опуская громоздкие выкладки, запишем окончательную формулу для силы $\vec{F}_1$, действующей на 1-й пузырек:

$$\vec{F}_1 = \frac{2\pi R_1 R_2 \omega^2}{\rho_0 l\left[(\omega_1^2-\omega^2)^2+\omega^2 f_1^2\right]\left[(\omega_2^2-\omega^2)^2+\omega^2 f_2^2\right]} \times$$

$$\times R_l\left\{\vec{m}a^*(\vec{r}_1)\cdot a(\vec{r}_2)\exp(ikl)(1/l-ik)(\omega_1^2-\omega^2-i\omega f_1)(\omega_2^2-\omega^2+i\omega f_2)+\right. \tag{2}$$

$$\left.+(\omega_1^2-\omega^2-i\omega f_1)(\omega_2^2-\omega^2-i\omega f_2)\exp(-ikl)a^*(\vec{r}_2)\vec{\nabla}\cdot a(\vec{r}_1)\right\}+$$

$$+\frac{2\pi R_1}{\rho_0\left[(\omega_1^2-\omega^2)^2+\omega^2 f_1^2\right]} R_l\left\{(\omega_1^2-\omega^2-i\omega f_1)a^*(\vec{r}_1)\vec{\nabla}\cdot a(\vec{r}_1)\right\},$$

где $\vec{m} = \vec{l}/l$, $\vec{l} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Силу $\vec{F}_2$, действующую на 2-й пузырек, можно получить, если заменить индекс „1" на индекс „2", и наоборот.

Анализируя выражение (2), заключаем, что в сжимаемой жидкости, помимо традиционной составляющей силы Бьеркнеса, направленной по $\vec{m}$ (1-е слагаемое (2)), и содержащей как обычный короткодействующий, так и дальнодействующий (впервые обнаруженный в работе [1]) члены, возникает составляющая, направленная по градиенту внешнего поля (2-е слагаемое (2)). На наличие последней дальнодействующей составляющей впервые было указано в работе [2]. И, наконец, в 3-ем слагаемом нетрудно узнать обычную силу радиационного давления.

Рассмотрим случай стоячей волны. Чтобы получить силу $\vec{F}_1$ в поле стоячей волны, подставим в (2) $a(\vec{r}) = 2A\cos(\vec{k}\cdot\vec{r})$. Получим

$$F_1 = \frac{8\pi R_1 R_2 A^2\omega^2}{\rho_0 l\left[(\omega_1^2-\omega^2)^2+\omega^2 f_1^2\right]\left[(\omega_2^2-\omega^2)+\omega^2 f_2^2\right]}\left\{\frac{\vec{m}}{l}\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}_1)\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}_2)\times\right.$$

$$\times\left\{\left[(\omega_1^2-\omega^2)(\omega_2^2-\omega^2)+\omega^2 f_1 f_2\right]\left[\cos kl + kl\sin kl\right]+\left[\omega f_1(\omega_2^2-\omega^2)-\omega f_2(\omega_1^2-\omega^2)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\left[\sin kl + kl\cos kl\right]\right\}-\vec{k}\cos(\vec{k}\vec{r}_2)\sin(\vec{k}\vec{r}_1)\left\{\left[(\omega_1^2-\omega^2)(\omega_2^2-\omega^2)-\omega^2 f_1 f_2\right]\times\right.$$

$$\left.\left.\times\cos kl-\left[\omega f_2(\omega_1^2-\omega^2)+\omega f_1(\omega_2^2-\omega^2)\right]\sin kl\right\}\right\}-$$

$$-\frac{4\pi A^2 R_1\sin(2\vec{k}\vec{r}_1)\vec{k}(\omega_1^2-\omega^2)}{\rho_0\left[(\omega_1^2-\omega^2)^2+\omega^2 f_1^2\right]}.$$

Интересно рассмотреть относительное движение газовых пузырьков в поле стоячей волны. Можно показать [5], что под действием обычной силы радиационного давления пузырьки вначале собираются в узлах и пучностях стоячей волны. Причем „крупные" собираются в узлах, а „мелкие" – в пучностях. „Крупные" пузырьки, попав в плоскости, проходящие через узлы стоячей волны, перестают пульсировать. Что же касается „мелких", то, как следует из выражения (3), существуют такие расстояния между пузырьками в плоскостях, проходящих через пучности волны, при которых силы радиационного взаимодействия обращаются в ноль, т.е. образуются связанные состояния пузырьков, отличные от коагуляции. Это происходит, если первоначальное расстояние между пузырьками было больше длины падающей волны.

Таким образом, при определенных условиях в поле стоячей волны могут образовываться интересные пузырьковые структуры.

Список литературы

[1] Немцов Б.Е. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 8. В. 2. С. 858–861.

[2] Дойников А.А., Завтрак С.Т. // Акустический журнал. 1988. Т. 34. В. 2. С. 246–250.

[3] Дойников А.А., Завтрак С.Т. // Акустический журнал. 1989. Т. 35. В. 2. С. 256–259.

[4] Алексеев В.Н. // Акустический журнал. 1983. Т. 29. В. 2. С. 129–136.

[5] Завтрак С.Т. // Акустический журнал. 1987. Т. 33. В. 1. С. 31–36.

Белорусский государственный университет им. В.И. Ленина, Минск

Поступило в Редакцию 10 октября 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 5 12 марта 1990 г.

06.3

© 1990

НИЗКОПОРОГОВЫЕ (I_n = 3.0 мА, T = 300 K) КВАНТОВОРАЗМЕРНЫЕ AlGaAs ЛАЗЕРНЫЕ ДИОДЫ С ЗАРОЩЕННОЙ ГЕТЕРОСТРУКТУРОЙ, ПОЛУЧЕННЫЕ ЖФЭ

Ж.И. Алферов, В.М. Андреев, А.М. Андриеш, А.З. Мереуцэ, А.В. Сырбу, В.П. Яковлев

В последнее время были достигнуты существенные результаты по снижению порогового тока генерации (I_n) в мезаполосковых квантоворазмерных AlGaAs лазерах, полученных низкотемпера-