01

ВЛИЯНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ МОД ФЛУКТУИРУЮЩЕГО ПОЛЯ НА ДИНАМИКУ СОЛИТОНОВ

В.М. Логинов

В связи с развитием современных средств коммуникации, большой теоретический и прикладной интерес вызывают исследования, посвященные изучению условий, когда нелинейные линии передачи с дисперсией „проводят" импульсные возмущения той или иной природы (примером могут служить световые импульсы в фиберах) без существенного искажения их первоначальных характеристик, или даже приводят к их резонансному усилению [1, 2]. На практике часто реализуются условия, когда свойства среды, в которой распространяется нелинейное возмущение, флуктуируют в пространстве и во времени, поэтому для понимания механизмов трансформации нелинейных волновых образований, в частности солитонов, особую важность приобретают точно решаемые модели, на которых можно проследить влияние не только слабых флуктуаций, но и изучить область сильных флуктуаций, исследовать влияние спектральных свойств флуктуаций на усредненную динамику и т.п. Современное состояние вопроса о воздействии слабых флуктуационных полей на динамику солитонов изложено в обзоре [3]. В работах [4, 5] методом обратной задачи рассеяния были установлены точные решения для специального вида стохастических уравнений Кортевега – де Фриза, синус-Гордона, нелинейного уравнения Шредингера и ряда других. При моделировании флуктуаций параметров среды гауссовским белым шумом были найдены явные решения для средней огибающей солитонов. Было также установлено, что уравнение, которому подчиняется динамика средних, представляет собой обычное уравнение диффузии с постоянным коэффициентом диффузии. Это означает, что стохастическая среда с гауссовскими дельта-коррелированными флуктуациями параметров приводит к диффузионному расплыванию солитонов.

Данная заметка посвящена ответу на вопрос, какие моды флуктуационного воздействия оказывают неблагоприятное, „размывающее" действие на распространяющийся в стохастической среде солитон.

В цитированных выше работах [4, 5] было показано, что односолитонные решения описываются хорошо известными в физике солитонов гиперболическими функциями $\operatorname{sech}^2(\xi+\omega(t))$, $\operatorname{sech}(\xi+\omega(t))$, где ξ – некоторая переменная, а $\omega(t)=\int\limits_0^t \alpha(\tau)\,d\tau$, $\alpha(t)$ – случайный процесс с известной статистикой. Усредненные характеристики солитонов получаются после усреднения соответствующих функций по ансамблю реализаций процесса $\alpha(t)$ (далее такое среднее обозначается символом $\langle ... \rangle$). Вид односолитонных решений позволяет сформулировать общую постановку задачи о вычислении среднего от произвольной достаточно гладкой функции $\Phi(\xi+w(t))$ (ξ – переменная, статистически не связанная с α, структура функционала $w(t)$ определена выше) или установления уравнения, которому подчиняется это среднее. В данной работе ограничимся гауссовской статистикой процесса $\alpha(t)$. [1] Будем считать, что $\langle\alpha(t)\rangle=0$. На вид корреляционной зависимости $k(\tau)=\langle\alpha(t+\tau)\alpha(t)\rangle$ ограничений не накладываем. С помощью оператора сдвига функцию $\Phi(\xi+w)$ можно представить в виде $\Phi(\xi+w)=exp\left(w\frac{\partial}{\partial\xi}\right)\Phi(\xi)$, так что после усреднения по статистике α получаем: $\psi(\xi,t)=\langle\Phi(\xi+w)\rangle=$ $=exp\left[\frac{1}{2}\langle w^2(t)\rangle\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right]\Phi(\xi)$. Отсюда после дифференцирования по t имеем

$$\frac{\partial\psi(\xi,t)}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\langle w^2(t)\rangle\frac{\partial^2\psi(\xi,t)}{\partial\xi^2}. \tag{1}$$

Это и есть искомое уравнение для среднего $\psi(\xi,t)$. Оно представляет собой обычное уравнение диффузии с зависящим от „времени" коэффициентом диффузии $D(t)=\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\langle w^2\rangle$ (в некоторых задачах t – пространственная переменная). Начальное условие для ψ имеет вид $\psi(\xi,0)=\Phi(\xi)$.

Если $\alpha(t)$ – дельта-коррелированный процесс с $K(\tau)=2D\delta(\tau)$, то дисперсия $\langle w^2\rangle=2Dt$ и коэффициент $D(t)$ не зависит от t и равен D.

Отметим, что в работах [4, 5] уравнения диффузионного типа для средней огибающей солитонов с постоянным D были установлены исходя из явного вида решений и моделирования флуктуаций параметров стохастической среды гауссовским белым шумом. В действительности же область применимости уравнения (1) значительно шире.

Спектральная плотность $S(\omega)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty K(\tau)\cos\omega\tau\,d\tau$ для процессов типа белого шума постоянна во всей области частот (пусть далее t -временная переменная). Из (1) при $D(t)=const$ вытекает, что среднее $\psi(\xi,t)$ при больших t трансформируется в гауссовский пакет, который расплывается по диффузионному закону. Отсюда, однако, неясно, какие моды спектра флуктуаций оказывают наиболее сильное дестабилизирующее влияние. При моделировании флуктуаций параметров среды процессом Орнштейна–Уленбека, для которого корреляционая функция имеет вид экспоненты: $K(\tau)=\sigma^2e^{-\nu|\tau|}$,

---

[1] Общая процедура вычисления среднего $\langle\Phi(\xi+w)\rangle$ для произвольных случайных процессов $\alpha(t)$ и вид уравнений для $\langle\Phi\rangle$ для некоторых негауссовых моделей α будут изложены отдельно.

а спектральная плотность $S(\omega)=\frac{2\nu\sigma^2}{\pi(\nu^2+\omega^2)}$ монотонно уменьшается с ростом частоты и имеет перегиб на характерной частоте ν, коэффициент диффузии $D_{oy}(t)$ равен $D_{oy}(t)=\frac{\sigma^2}{\nu}(1-e^{-\nu t})$. Видно, что при $\nu t \ll 1 D_{oy} \approx \sigma^2 t$ и с ростом t выходит на стационарное значение $\frac{\sigma^2}{\nu}$. Если принять $\frac{\sigma^2}{\nu}\equiv D$, то $D_{oy}(t)<D$ для всех значений t. Таким образом, корреляции между флуктуациями приводят к замедлению диффузионного расплывания возмущения $\psi(\xi,t)$, причем времена, на которых $D_{oy}(t)<D$ тем больше, чем меньше ν (т.е. чем больше корреляционный радиус $\frac{1}{\nu}$). Малость ν, в свою очередь, указывает на то, что характер и скорость диффузионного расплывания определяется свойствами низкочастотных мод спектра флуктуаций S, поскольку при малых ν спектр сосредоточён в окрестности $\omega\approx 0$. Рассмотрим далее случай, когда в спектре флуктуирующей силы мода с нулевой частотй вообще отсутствует. Моделью такого воздействия может служить гауссовский белый шум, у которого отфильтрована нулевая частота. При этом $K(\tau)$ имеет вид: $K(\tau)=2D\delta(\tau)-D\nu e^{-\nu|\tau|}$, соответственно $S_\varphi(\omega)=\frac{D}{\pi}\,\frac{\omega^2}{\omega^2+\nu^2}$, так что коэффициент диффузии $D(t)$ равен $D(t)=De^{-\nu t}$. Имеем существенное отличие в поведении этого коэффициента от случая, когда воздействие обладало столообразной формой спектра. При больших ν, когда в спектре $S_\varphi(\omega)$ „вымываются" низкочастотные моды, динамика $\psi(\xi,t)$ приобретает недиффузионный характер, поскольку $D(t)$ экспоненциально быстро стремится к нулю и профиль $\psi(\xi,t)$ в силу уравнения (1), перестает зависеть от переменной t и сохраняется: $\psi(\xi,t)\big|_{t\to\infty}=\varphi(\xi)$. Этот результат, однако, является асимптотическим. При конечных t и достаточно больших ν искажение первоначального профиля $\varphi(\xi)$ экспоненциально мало. Таким образом, динамика среднего $\psi(\xi,t)$ критична в первую очередь к присутствию в спектре флуктуаций случайного поля низкочастотных мод. Полученный результат в принципе указывает на то, какими свойствами должна обладать стохастическая среда, чтобы искажение формы распространяющегося в ней возмущения было минимальным.

Отметим, что критичность средней динамики к флуктуационным модам на нулевой частоте проявляется и в других задачах, например, в задаче о движении заряженной частицы во флуктуирующем электрическом поле [6].

Список литературы

[1] Mollenauer L.F., Stolen R.H. // Laser Focus. 1982. V. 18. P. 193-198.

[2] Gasch A., Berning T., Täger D. // Phys. Rev. 1986. V. A34. P. 4528-4531.
[3] Bass F.G., Kivshar Yu.S., Konotop V.V., Sinitsyn Yu.A. // Phys. Reports. 1988. V. 157. P. 63-181.
[4] Wadati M. // J. Phys. Soc. Jap. 1983. V. 52. P. 2642-2648.
[5] Маймистров А.И., Маныкин Э.А. // Изв. вузов. Физика. 1987. № 4. С. 91-97.
[6] Логинов В.М., Шапиро В.Е. // ЖТФ. 1981. Т. 51. С. 40-45.

Поступило в Редакцию
26 ноября 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 6 26 марта 1990 г.

05.4

О НЕПЕРКОЛЯЦИОННОМ ПОВЕДЕНИИ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОМПОЗИТОВ $(YBa_2Cu_3O_7)_{1-x}Ag_x$

А.Б. Мосолов

В связи с надеждами получить высокотемпературный сверхпроводник с достаточно хорошими как электрическими, так и механическими характеристиками, в последнее время заметное внимание стали привлекать сверхпроводящие металлокерамические композиты. Наилучшие результаты в этом направлении (заметное повышение j_c и увеличение прочности) достигнуты в композитах на основе керамики $YBa_2Cu_3O_7$ и Au или Ag [1-4]. Установлено, что Au и Ag в процессе синтеза достаточно слабо влияют на кристаллическую решетку этой системы и, занимая в композитах преимущественно межгранулярные места, заметно улучшают межзеренные контакты, что приводит, например, к резкому падению удельного сопротивления образцов ρ(300 K) уже при весьма малых концентрациях Ag. Практически до порога перколяции сверхпроводящей фазы критическая температура композита T_c снижается незначительно и, следовательно, композитные материалы остаются высокотемпературными сверхпроводниками даже при весьма большом содержании металла ~50-60%.

В настоящей работе изучаются механические свойства ВТСП композитов $(YBa_2Cu_3O_7)_{1-x}Ag_x$.

Для синтеза композитов состава $(YBa_2Cu_3O_7)_{1-x}Ag_x$ использовались порошки Ag и $YBa_2Cu_3O_7$ (последний был получен по