Список литературы

[1] Metze G.M., Choi H.K., Tsaur B.-Y.// Appl. Phys. Lett. 1984. N 45. P. 1107.
[2] Fischer R., Morcos H., Naumann D.A., Zabel H., Choi C., Otsuka N., Longerbone M., Erickson L.P. // J. Appl. Phys. 1986. V.1640.
[3] Lee J.W., Schichijo H., Tsai H.L., Matyi R.J. // Appl. Phys. Lett. 1987. V. 50. P. 31.
[4] E C-Mosry N., Tarn J.C. // Appl. Phys. Lett. 1987. V. 51. P. 1608.
[5] Nayafuji N., Ochi S., Miyashita M., Tsugami M., Marotani T., Kawagishi A. // Journ. of Cryst. Growth. 1988. V. 93. P. 494.

Поступило в Редакцию
3 марта 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 11 12 июня 1990 г.

01

© 1990

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ СО СТРАННЫМ АТТРАКТОРОМ

В.В. Афанасьев, Ю.Е. Польский

Одним из эффективных методов стабилизации состояния нелинейных динамических систем (ДС) типа Лоренца:

$$\dot{x}=\sigma(y-x), \quad \dot{y}=rx-y-xz, \quad \dot{z}=xy-bz \tag{1}$$

при возникновении странного аттрактора (СА) [1–3] является инерциальное воздействие на параметры σ, r, b системы [4, 5]. В режиме СА система (1) ведет себя непредсказуемо при сколь угодно малом флуктуационном воздействии на ДС из-за сколь угодно малых взаимных переходов между бесконечно большим количеством траекторий в определенных очень малых областях фазового пространства [1]. Анализ инерциальных воздействий на ДС (1) до настоящего времени проводился только при движениях в окрестности точек равновесия без учета флуктуаций в системе и без оценивания энергетической эффективности ИВ. В данной работе рассматривается влияние отклонений от состояний равновесия, вызываемых флуктуациями, на квазиреонансную частоту системы (1), на эффективность ИВ и проводится сравнение энергетической эффективности стабилизирующих воздействий на ДС со СА.

Зарождение СА в ДС сопровождается в отсутствии флуктуаций движением в трехмерном фазовом пространстве по бесконечно тонкой раскручивающейся спирали $S(x, y, z)$ с непересекающимися витками около одного из состояний равновесия системы $C_{1,2}(\pm X_0, \pm Y_0, Z_0)$ [1–3]. Действие флуктуаций приводит к движению в пределах спирали-трубки, ось которой совпадает с $S(x,y,z)$, а площадь поперечного сечения пропорциональна интенсивности флуктуаций. Отдельные витки спирали-трубки могут перекрываться между собой, что открывает возможность управления состоянием ДС путем последовательного во времени сведения ДС со СА с более удаленных от $C_{1,2}$ витков спирали на менее удаленные с превращением $C_{1,2}$ в устойчивые фокусы.

Управлять состоянием ДС со СА можно с помощью ИВ с частотами ω, превышающими квазирезонансную частоту Ω системы [4, 5]. Аналитические оценки Ω, полученные в [4] для ДС (1), позволяют определить параметры стабилизирующих ИВ в предположении движений в окрестности точек $\pm X_0 = \pm\sqrt{b(r-1)}$ [2]. Флуктуации, шумы и помехи приводят к случайным отклонениям $\Delta_x(t)$ от X_0. На первом этапе анализа естественно предположить, что $\Delta_x(t)$ представляет собой сверхнизкочастотный случайный процесс типа $1/f$, наблюдаемый практически во всех автоколебательных системах [6]. Возрастание спектральной плотности $\Delta_x(t)$ на НЧ требует анализа влияния $\Delta_x(t)$ с дисперсией D_x на ДС со СА прежде всего в области частот $\Delta\omega \ll \Omega$. Влияние $\Delta_x(t)$ на ДС при этом сводится в первом приближении к воздействию на систему квазистационарных отклонений от X_0 случайной величиной $A = kX_0$, где $|A| = \sqrt{D_x}$.

Частоту Ω, необходимую для установления параметров стабилизирующих ИВ, определим в квазистационарном приближении по методике [4], когда движение ДС в фазовом пространстве прoисходит в тонком z-слое. Наличие флуктуаций приводит к дополнительному ограничению на критерий применимости квазистационарного приближения:

$$\dot{z} \ll \left(x \pm \sqrt{D_x}\right)\left(y \pm \sqrt{D_y}\right) - B\left(z \pm \sqrt{D_z}\right), \tag{2}$$

связывающему толщину, z-слоя с дисперсиями флуктуаций D_x, D_y, D_z. С учетом (2) уравнение для малых отклонений $u = x - X_0 - A$, $u \ll X_0$ в квазилинейном приближении [7] принимает следующий вид:

$$\ddot{u} + \dot{u}\left(\sigma + r + 2AX_0/B\right) + u2\sigma\left(r - 1 + 3AX_0/B\right) = 0,$$

откуда Ω определяется из

$$\Omega^2 = 2\sigma(r-1) + 6k\sigma(r-1) - [\sigma + r + 2k(r-1)]^2/4. \tag{3}$$

Сравнение (3) с формулой (4), полученной в [4], показывает, что наличие A эквивалентно изменению параметра r на величину $\Delta r_A \simeq \alpha k(r-1) \gtrless 0$, т.к. $k \gtrless 0$, а коэффициент $\alpha \simeq 2 \dots 3$. Отсюда следует: а) ИВ может обеспечить устойчивое состояние ДС со СА, находящейся на границе хаотизации, при величине возвращающегося члена, пропорционального мощности инерциального воздействия [5], превышающего $|2u\sigma\Delta r_A|$, где Δr_A определяется интенсивностью собственных шумов ДС: $\Delta r_A \simeq \alpha X_0 \sqrt{D_x}(r-1)$; б) НЧ модуляция параметров ДС, приводящая к модуляции А, может быть источником стохатизации ДС [8]; в) с увеличением А возрастает эффективность ИВ на ДС за счет параметрического изменения $b(t) = b + \Delta_b \cos\omega t$, т.к. при этом, как следует из [5], система (1) сводится к уравнению для малых отклонений u от X_0 + А вида

$$\ddot{u} + \dot{u}(\sigma + r + 2k(r-1) + M) + u[2\sigma(r-1)(1+3k) + 3\sigma M] = 0, \tag{4}$$

где $M \simeq 6\sigma\left(\dfrac{\Delta_b k(r-1)}{\omega b}\right)^2$.

Сравнивая (4) с (3), видим, что ИВ $b(t)$ приближенно соответствует увеличению r на $\Delta r_b \simeq \dfrac{3M}{2(1+3k)}$ или увеличению σ на $\Delta\sigma_b \simeq \dfrac{\Delta r_b \sigma}{(r-1)}$. Причем $\Delta r_b, \Delta\sigma_b$ и возвращающий член M пропорциональны A^2, следовательно, ИВ $b(t)$ эффективно только при наличии отклонений ДС от состояний равновесия. В силу этого имеет место авторегулирование рассматриваемого ИВ за счет $b(t)$ в отличие от $b(t)$ и $r(t)$.

Анализ влияния отклонений А при ИВ $\sigma(t) = \sigma + \Delta_\sigma \cos\omega t$ и $r(t) = r + \Delta_r \cos\omega t$, проведенный по методике [5], показывает, что воздействие $\sigma(t)$ на ДС (1) в окрестности точек $\pm(X_0 + A)$ эквивалентно изменению параметра σ на величину $\Delta\sigma_1 \simeq \Delta_\sigma^2 (r-1) \times (1+3k)/\omega^2$, а воздействие $r(t)$ эквивалентно изменению r на величину $\Delta r_1 \simeq \Delta_r^2 \sigma(1+3k)/\omega^2$. При этом квазирезонансная частота системы Ω_σ при $\sigma(t)$ определяется по

$$\Omega_\sigma^2 \simeq 2(r-1)(1+3k)(\sigma + \Delta\sigma_1) - [r + \sigma + 2k(r-1) + \Delta\sigma_1]^2/4, \tag{5}$$

а частота Ω_r при $r(t)$ –

$$\Omega_r^2 \simeq 2\sigma(r-1+\Delta r_1)(1+3k) - [r + \sigma + 2k(r-1) + \Delta r_1(1+2k)]^2/4.$$

Как следует из (5), частоты Ω_σ, Ω_r в зависимости от k могут быть как больше, так и меньше Ω, определенной в [4]. Следовательно, ИВ может как стабилизировать, так и стохатизировать состояние ДС.

Управление состоянием ДС Лоренца (устранение СА) может быть достигнуто двумя способами: 1) стационарным воздействием на ДС с обеспечением $r<\sigma(\sigma+b-3)/(\sigma-b-1)$ путем изменения параметров ДС [1,2], при этом увеличение σ на $\Delta\sigma_0$ соответствует возможному увеличению r с сохранением режима стационарной генерации на величину $\Delta r_0 \simeq \Delta\sigma_0 K$, где при $\Delta\sigma_0 \ll \sigma$ $K \simeq (\sigma+b-3)/(\sigma-b-1)$; 2) инерциальным воздействием на ДС $\sigma(t)$, $r(t)$ или $b(t)$ при отклонениях А от состояния равновесия.

В отсутствии флуктуаций в ДС (1) при зарождении СА для обеспечения межвиткового перехода с приближением к точке равновесия необходимо затратить энергию $E \sim (R_i - R_{i-1})^2$, где R_i – радиус i-го витка спирали $S(x,y,z)$, например, для $r = 28$, $\sigma = 10$, $b = 8/3$ величина $(R_i - R_{i-1})/R_i \simeq 0.06$ [2]. При наличии флуктуаций, вызывающих отклонения от состояния равновесия ДС, сравнение энергетической эффективности инерциального и стационарного воздействий проведем сопоставляя вызываемые ими изменения параметров σ и r. ИВ становится энергетически предпочтительнее стационарного, когда $\Delta\sigma_1$, вызываемое $\sigma(t)$ и Δr_1, вызываемое $r(t)$, становятся больше соответствующих стационарных изменений $\Delta\sigma_0 = 2\Delta_\sigma$ и $\Delta r_0 = 2\Delta_r$. Можно показать, что это выполняется при

$$\Delta_\sigma/\sigma \geq 2\omega^2/[(r-1)\sigma(1+3k)], \quad \Delta_r/r \geq 2\omega^2/[\sigma r(1+3k)], \tag{6}$$

например, для характерных параметров ДС $r = 55$, $\sigma = 10$, $b = 8/3$ и $\omega^2 = 10\Omega^2$ [5], $\Delta_\sigma/\sigma \geq 0.56$ при $k = 0.2$ и $\Delta_\sigma/\sigma \geq 0.47$ при $k = 0.3$.

Из неравенств (6) видно, что для повышения эффективности ИВ необходимо увеличивать произведение $r\sigma$ и уменьшать частоту Ω путем оптимального выбора параметров системы.

В ы в о д ы: 1) флуктуации, вызывающие отклонения ДС от состояния равновесия, изменяют как квазирезонансную частоту, так и эффективность ИВ на системы; 2) ИВ за счет изменения параметра "b" ДС (1) авторегулируются при отклонениях системы от состояния равновесия; 3) управляющее ИВ на ДС типа Лоренца энергетически выгоднее стационарного воздействия при выполнении неравенств (6), величина энергетического выигрыша зависит от величины флуктуационного отклонения от состояния равновесия системы.

С п и с о к   л и т е р а т у р ы

[1] О р а е в с к и й А.Н. // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 1. С. 130–142.

[2] Л и х т е н б е р г А., Л и б е р м а н М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984. 528 с.

[3] Х а к э н Г. Лазерная светодинамика / Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 320 с.

[4] А ф а н а с ь е в В.В., П о л ь с к и й Ю.Е. // Письма в ЖТФ. 1989. № 16. С. 86–89.
[5] А ф а н а с ь е в В.В., П о л ь с к и й Ю.Е. // Письма в ЖТФ. 1990 (в печати).
[6] М а л а х о в А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968. 660 с.
[7] Б е л л м а н Р., К а л а б а Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. М.: Мир, 1968. 183 с.
[8] В а в р и в Д.Н., Т р е т ь я к о в О.А., Ч е р н ы ш е в И.Ю. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 10. С. 903-908.

Поступило в Редакцию
3 марта 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 11 12 июня 1990 г.

04; 07

© 1990

АКТИВНАЯ СРЕДА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ДИФРАКЦИОННУЮ РАСХОДИМОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОИОНИЗАЦИОННОГО CO_2-ЛАЗЕРА

И.В. Г л у х и х, А.И. Д у т о в,
С.В. Ф е д о р о в, В.Н. Ч и р к о в,
М.С. Ю р ь е в, И.Л. Я ч н е в

Расходимость излучения импульсного электроионизационного CO_2-лазера (ЭИЛ) атмосферного давления с длительностью накачки $\tau_н \geqslant 10$ мкс при удельном энерговкладе $q_н$ = 200 Дж/л и энергосъеме $q_г$ = 20–30 Дж/л в несколько раз превышает дифракционный предел даже при использовании неустойчивого телескопического резонатора [1]. Связано это с возникновением в активной среде (АС) в течение $\tau_н$ сильных оптических неоднородностей. Среди механизмов, ответственных за ухудшение оптического качества АС, особую роль играет тепловое самовоздействие (СВ) излучения [2, 3]. Наиболее неблагоприятным следствием СВ является образование в объеме АС мелкомасштабных оптических неоднородностей [3], которые вызывают труднокомпенсируемые искажения волновго фронта излучения. В связи с этим особый интерес вызывает возможность подавления СВ. Анализ такой возможности и ее экспериментальная проверка являлись целью работы, главные результаты которой излагаются в настоящем сообщении.

Если в АС импульсного CO_2-лазера возникает мелкомасштабное возмущение интенсивности $v_0(x)$, то его развитие во времени