[5] П р ж о н с к и й А.М. // Укр. физ. журн. 1977. Т. 22. № 12. С. 2009-2012.
[6] Н е м ц е в а Н.Г., П р ж о н с к и й А.М. // Химия высоких энергий. 1982. Т. 16. № 2. С. 172-175.
[7] Н е м ц е в а Н.Г., П р ж о н с к и й А.М. // Химия высоких энергий. 1990. Т. 24. № 1. С. 76-79.
[8] Р а д ц и г А.А., С м и р н о в Б.М. Справочник по атомной и молекулярной физике. М.: Атомиздат, 1980. 240 с.
[9] K l i n e L.E. et al. // J. Appl. Phys. 1979. V. 50. N 11. P. 6789.
[10] С м и р н о в Б.М. Отрицательные ионы. М.: Атомиздат, 1978. 176 с.
[11] Ц е н д и н Л.Д. // ЖТФ. 1989. Т. 59. В. 1. С. 21-28.

Киевский государственный
университет им. Т.Г. Шевченко

Поступило в Редакцию
5 апреля 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 12 26 июня 1990 г.

07; 12

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ РАДИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ СВЕТОВЫХ ПОЛЕЙ

В.В. К о т л я р, В.А. С о й ф е р

Известна функция комплексного пропускания для пространственного фильтра, выполняющего операцию дифференцирования для одномерных световых полей (см., например, [1]). Вид этой функции следует из теоремы о дифференцировании Фурье-преобразования. Если $F(x)$ - Фурье-образ функции $f(\xi)$, то $xF(x)$-Фурье-образ функции $-i\dfrac{d}{d\xi}f(\xi)$.

Это означает, что если на входе Фурье-коррелятора (рис. 1) имеется световое поле с комплексной функцией $f(\xi)$, то помещая в частотную плоскость пространственный фильтр с функцией комплексного пропускания

$$\tau(x) = x = |x|e^{i\theta(x)}, \tag{1}$$

где $\theta(x) = \begin{cases} 0, & x > 0 \\ \pi, & x \leqslant 0 \end{cases}$,

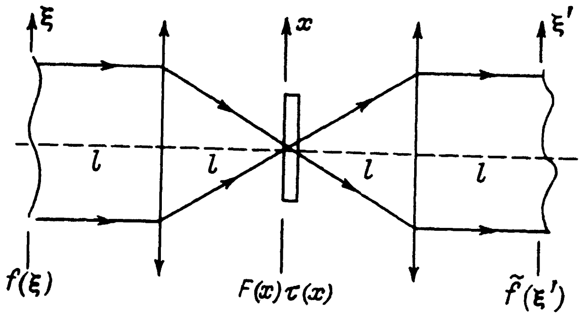

Рис. 1.

получим на выходе коррелятора световое поле с комплексной амплитудой

$$\tilde{f}(\xi') = i \frac{d}{d\xi'} f(\xi').$$

Известно также, что для оптического выполнения преобразования Гильберта в одномерном случае требуется в частотную плоскость коррелятора поместить пространственный фильтр с функцией пропускания

$$\tau(x) = e^{i\theta(x)}. \qquad (2)$$

В этом случае [1] на выходе коррелятора сформируется световое поле с комплексной амплитудой вида

$$\tilde{f}(\xi') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi)\,d\xi}{\xi - \xi'}. \qquad (3)$$

Сравнивая фильтры (1) и (2), видно, что преобразование Гильберта и операция дифференцирования должны приводить к сходным результатам, так как они осуществляются оптически с помощью пространственных фильтров, имеших одинаковую фазу функции пропускания.

Оказывается, что в двумерном случае для радиально-симметричных световых полей аналогом фильтра (1) будет пространственный фильтр с комплексной функцией пропускания

$$\tau(\rho,\varphi) = \rho e^{i\varphi}, \qquad (4)$$

где (ρ,φ) – полярные координаты в частотной плоскости коррелятора. Такой фильтр обеспечивает в частотной плоскости скачок на π при переходе точки $\rho = 0$ по любому лучу в координатах (ρ,φ)

Фильтр (4) позволяет оптически осуществить операцию дифференцирования световых полей с радиально-симметричными комплексными амплитудами. Действительно, световое поле $f(r)$ на выходе коррелятора можно представить в виде

$$\tilde{f}(r')=\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}F(\rho)\rho e^{i\varphi}e^{ir'\rho\cos(\varphi-\psi')}\rho d\rho d\varphi= \qquad (5)$$
$$=\int_0^{\infty}F(\rho)\rho^2 J_1(\rho r')d\rho,$$

где $F(\rho)=\int_0^{\infty}f(r)rJ_0(r\rho)dr$ — поле в частотной плоскости перед фильтром, $J_0(x)$, $J_1(x)$ - функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков соответственно. Используя рекурентное соотношение для функций Бесселя

$$\rho J_1(r'\rho)=-\frac{d}{dr'}J_0(r'\rho)$$

и условие ортогональности

$$r'\int_0^{\infty}J_0(r'\rho)J_0(r\rho)\rho d\rho=\delta(r-r'),$$

получим вместо (5) выражение

$$\tilde{f}(r')=-\int_0^{\infty}f(r)r\frac{d}{dr'}\left[\frac{\delta(r-r')}{r'}\right]dr=-\frac{d}{dr'}f(r'). \qquad (6)$$

Таким образом показано, что если $F(\rho)$ - Фурье-Бессель-образ функции $f(r)$, то функция $-d/d\rho\, F(\rho)$ -Фурье-Бессель-образ функции $f(r)re^{i\varphi}$.

Найдем также аналог преобразования Гильберта для центрально-симметричных световых полей. Для этого вместо фильтра (4) поместим в частотную плоскость коррелятора фильтр с пропусканием

$$\tau(\varphi)=e^{i\varphi}. \qquad (7)$$

Тогда на выходе коррелятора получим выражение для комплексной амплитуды светового поля

$$\tilde{f}(r')=\int_0^{\infty}f(r)rdr\int_0^{\infty}J_0(r\rho)J_1(r'\rho)\rho d\rho= \qquad (8)$$
$$=-\int_0^{\infty}f(r)r\frac{d}{dr'}K\left(\frac{r}{r_1}\right)dr,$$

где использовано соотношение (стр. 209 в [2])

$$\int_0^{\infty}J_0(r\rho)J_0(r'\rho)d\rho=K\left(\frac{r}{r'}\right),\quad r<r',$$

где $K(x)=\int\limits_0^{2\pi}\frac{dt}{\sqrt{1-x^2\sin^2 t}}$ – полный эллиптический интеграл Лежандра. Окончательно вместо (8) получим выражение

$$\tilde{f}(r')=\int\limits_0^{r'}dr\int\limits_0^{2\pi}dt\,\frac{f(r)r^2\sin^2 t}{(r'^2-r^2\sin^2 t)^{3/2}}. \tag{9}$$

Заметим, что в [3] был предложен фильтр с пропусканием $\tau = e^{in\varphi}$ для оптического выполнения преобразования Ханкеля n-го порядка.

Заметим также, что в реальных световых полях в окрестности точек с нулевой интенсивностью имеют место „винтовые дислокации" [4], и комплексная амплитуда света в области дислокации описывается выражением аналогичным (4).

Список литературы

[1] Сороко Л.М. Гильберт-оптика. М.: Наука, 1981.

[2] Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983.

[3] Березный А.Е., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А. // ДАН СССР. 1984. Т. 274. № 4. С. 802-805.

[4] Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. В. 5. С. 1789-1797.

Поступило в Редакцию
9 февраля 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 12 26 июня 1990 г.

05.1; 07; 12

ИЗМЕРЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ЗОНЕ МЕХАНИЧЕСКОГО КОНТАКТА ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

А.В. Осинцев, Ю.И. Островский, В.П. Щепинов

При изучении механического контакта твердых тел методом корреляционной голографической интерферометрии используется