Список литературы

[1] Stolen R.H., Bjorkholm J.A. // IEEE J. of Quantum Electronics. 1982. V. QE-18. P. 1062.
[2] Stolen R.H. // IEEE J. of Quantum Electronics. 1975. V. QE-11. P. 100.
[3] Дианов Е.М., Захидов Э.А., Карасик А.Я., Мамышев П.В., Прохоров А.М. // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 39.
[4] Hill K.O., Jonson D.C., Kawasaki B.S. // Appl. Opt. 1981. V. 20. P. 1075.
[5] Lin C., Bösch M.A. // Appl. Phys. Lett. 1981. V. 38. P. 479
[6] Washio K., Inoke K., Tanigawa T. // Electron. Lett. 1980. V. 16. P. 331.
[7] Lin C., Reed W.A., Pearson A.D. // Opt. Lett., 1981. V. 6. P. 493.
[8] Шуберт М., Вильгельми Б. Введение в нелинейную оптику. М., 1973. 244 с.
[9] Stolen R.H., Bösch M.A., Lin C. // Opt. Lett. 1981. V. 6. P. 213.
[10] Дианов Е.М., Дянков Г.Л., Неуструев В.Б.// Квантовая электроника. 1987. Т. 14. С. 1128.
[11] Gloge D. // Appl. Opt. 1971. V. 10. P. 2442.

Физико-технический институт
им. А.Ф. Иоффе АН СССР,
Ленинград

Поступило в Редакцию
17 июля 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 17 12 сентября 1990 г.

01

О КОРРЕЛЯЦИОННОЙ РАЗМЕРНОСТИ СТРУКТУРИРОВАННЫХ РЯДОВ

В.М. Остряков, И.Г. Усоскин

Последние годы ознаменовались бурным развитием области науки, занимающейся исследованием стохастических колебаний в нелинейных системах. Структура области, притягивающей фазовую траекто-

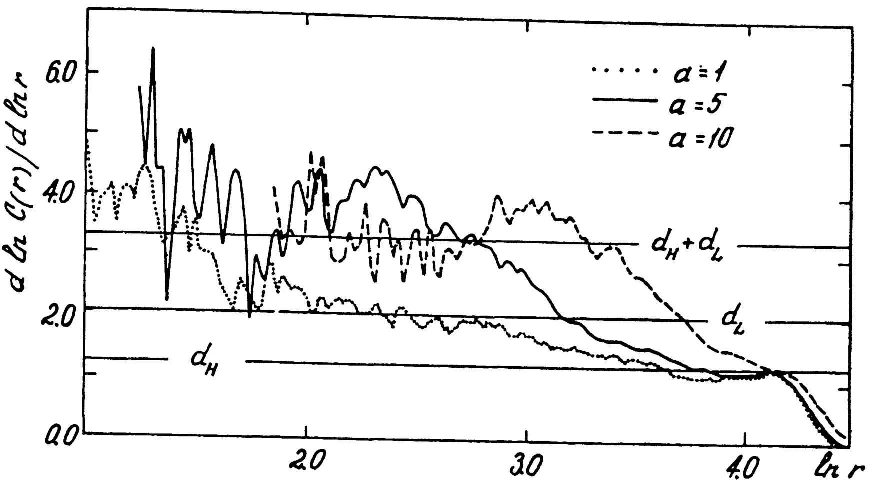

Рис. 1. Результаты анализа аддитивного сигнала $X(t)=x_L(t)+ax_H(t)$; $N=350$, $\tau=1$, $n=6$.

рию такой системы (или просто аттрактора), может быть весьма замысловатой. Количественные характеристики аттрактора, такие как его размерность, показатели Ляпунова и энтропия Колмогорова-Синая, служат мерой его хаотичности. При определенных условиях они могут быть найдены из анализа временной реализации лишь одной координаты многомерного фазового пространства [1, 2].

На практике временные ряды часто являются внешним отражением сложных неизвестных заранее взаимодействий, поэтому флуктуации исследуемой величины могут обусловливаться несколькими причинами, физическая природа которых совершенно различна. Отсюда ясно, что описать такой процесс в рамках единого теоретического подхода вряд ли возможно. Подобная ситуация, по-видимому, не исключение и встречается, например, в рядах астрофизического и геофизического происхождения [3]. В связи с этим возникает вопрос: каковы количественные показатели результирующего ряда, если доминирующего фактора не существует? На первый взгляд кажется, что анализ приведет к аддитивному увеличению размерности соответствующего аттракторного множества, однако проделанные расчеты свидетельствуют о появлении дополнительных (более сложных) свойств, см. ниже.

В данной работе мы попытались исследовать последовательности $X(t)$, включающие в себя заведомо более одного аттрактора. При этом, пользуясь методикой [1], мы ограничились нахождением только размерности. Исходный ряд $X(t)$ был составлен на основе известных аттракторов Хенона $x_H(t)$ и Лоренца $x_L(t)$, имеющих корреляционные размерности $d_H=1.25$ и $d_L=2.05$ соответственно [2]. Нами рассматривался не только аддитивный случай $X(t)=$

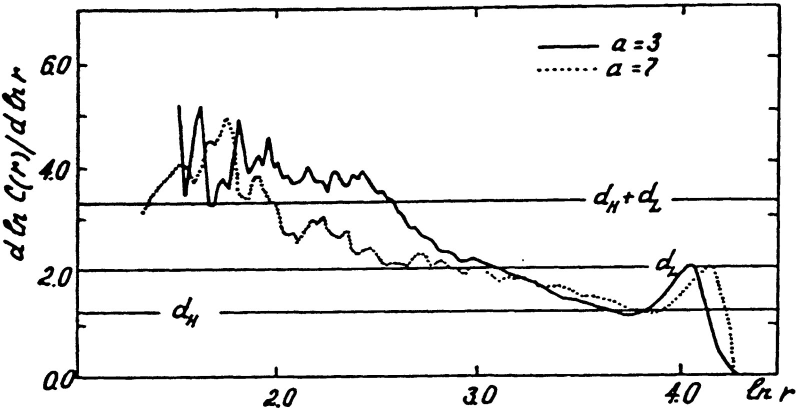

Рис. 2. Результаты анализа модулированного сигнала $X(t) = x_L(t)(a + x_H(t))/(a+1)$; $N = 500$, $\tau = 1$, $n = 8$.

$= x_H(t) + a x_L(t)$, но и случай существования модуляции $X(t) = x_L(t)(a+x_H(t))$, где параметр a в последнем примере определяет ее глубину.

Не будем подробно описывать методику вычисления величины d, она хорошо известна и неоднократно применялась ранее (см., например, [4, 5]). Заметим, лишь, что d соответствует плато на зависимости $d \ln C(r)/d \ln r$, где $C(r)$ – корреляционный интеграл, вычисленный для фазового пространства размерности n:

$$C(r) \simeq \frac{1}{N^2} \sum_{ij} \theta \left(r - \| X_i - X_j \|\right).$$

Здесь θ – функция Хевисайда, X_i – многомерный радиус-вектор в точку i, составленный из „экспериментальных" точек $X(t)$, общее число которых N : $X_i = \{X(t_i), X(t_i+\tau), \dots, X(t_i+(n-1)\tau)\}$, где τ – время задержки. Некоторые примеры проведенных расчетов представлены на рис. 1 и 2.

В результате можно сделать следующие общие выводы. Рассмотренный нами аддитивный случай подтверждает высказанное ранее в [4] качественное соображение о проявлении в структурированном сигнале аттракторов разной размерности только тогда, когда вклады компонентов несоизмеримы. Это означает, что разные аттракторы проявляются в различных областях фазового пространства по r, см. рис. 1. Если же их амплитуды сравнимы, то наблюдается плато лишь на значении суммарной размерности: $d \simeq d_H + d_L$, причем в нашем случае оно тем шире, чем больший вклад в результирующую последовательность вносит $x_H(t)$ (напомним, что $max|x_L(t)| \simeq 30$ и $max|x_H(t)| \simeq 1.5$). Важно, что при этом ни один из аттракторов не проявляется самостоятельно.

Наличие более сложного взаимодействия между составляющими (модуляции) наряду с d_H и d_L также обнаруживает дополнительный сателлитный прямолинейный участок с размерностью $d \simeq d_H + d_L$ (см. рис. 2), хотя выделить эти три размерности уже труднее, нежели в аддитивном сигнале. При большой глубине модуляции более отчетливо можно различать суммарную размерность, тогда как две другие практически неразличимы (рис. 2, случай $\alpha = 3$). Заметим также, что на практике большие значения d могут и не проявляться, если уровень шумов выше некоторого порога [5]. В этом случае ответить на вопрос, аддитивен ли исследуемый сигнал или существует более сложная его структурированность, может ли ширина (по r) соответствующего плато.

Таким образом, основным результатом данной работы является тот факт, что при анализе реальных временных последовательностей возможно обнаружение нескольких аттракторов, характеризуемых разными размерностями. Эти аттракторы могут иметь разную природу, и детальный анализ корреляционного интеграла может дать информацию о внутренних свойствах наблюдаемой, что, в свою очередь, важно для теоретического описания исследуемого явления.

Список литературы

[1] Grassberger P., Procaccia I. // Physica D. 1983. V. 9. N 1. P. 189–208.

[2] Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A. // Physica D. 1985. V. 16. N 3. P. 285–317.

[3] Остряков В.М., Усоскин И.Г. // Солнечные данные. 1988. № 2. С. 91–95.

[4] Афраймович В.С., Рейман А.М. Размерность и энтропия в многомерных системах. В сб.: „Нелинейные волны. Динамика и эволюция". М.: Наука, 1989. С. 238–262.

[5] Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука. 1987. 424 с.

Физико-технический институт
им. А.Ф. Иоффе АН СССР,
Ленинград

Поступило в Редакцию
22 февраля 1990 г.
В окончательной редакции
14 июня 1990 г.