

- [6] Какичашвили Ш.Д., Туниманова И.В., Цехомский В.А. // ЖНиПФик. 1977. № 3. С. 218-219.
- [7] Бюргановская Г.В., Варгин В.В., Лекко Н.А., Орлов Н.Ф. Действие излучения на неорганические стекла. М.: Атомиздат, 1968. 244 с.
- [8] Какичашвили Ш.Д., Швайцер Я.А. // ЖПС. 1985. Т. XIII. № 6. С. 1022-1025.
- [9] K u h n W., L e h m a n n L. // Z. Physik. Chem. 1932. 18 B. S. 32-36.
- [10] Какичашвили Ш.Д. // Оптика и спектроскопия. 1977. Т. 42. С. 390-394.

Институт кибернетики
АН ГССР,
Тбилиси

Поступило в Редакцию
18 июля 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 19 12 октября 1990 г.
01

© 1990

УСЛОВИЯ СПОНТАННОГО ОБРАЗОВАНИЯ АВТОСОЛИТОНОВ В СЛАБОНЕОДНОРОДНЫХ НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ

Б.С. Кернер, С.Л. Кленов

Во многих физических системах, в том числе различных полупроводниковых структурах и приборах (р-п-переходах, биполярных и полевых транзисторах, тиристорах и др.), газоразрядных приборах, нелинейных оптических системах, композитных сверхпроводниках можно возбудить автосолитон – устойчивое сильнонеравновесное локализованное состояние [1]. Автосолитоны могут возникать и спонтанно вблизи малых локальных неоднородностей, которые всегда присутствуют в реальных системах [1,2]. Спонтанное образование автосолитона обусловлено эффектом „локального пробоя” – лавинообразным локальным изменением параметров неравновесной системы, например, температуры или концентрации электронов в полупроводниках и газах [1, 2]. Такой эффект наблюдался при численном моделировании [3] и экспериментальном исследовании [4] конкретных систем. В данном сообщении найдены общие условия „локального пробоя”, возникающего вблизи малой локальной неоднородности неравновесной системы и приводящего к спонтанному образованию автосолитона без участия флуктуаций.

Форма и свойства автосолитонов во многих неравновесных системах в одномерном случае описываются системой двух уравнений диффузионного типа [1]:

$$\tau_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = L^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - q(\theta, \eta, A), \quad \tau_{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = L^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - Q(\theta, \eta, A), \quad (1)$$

где A - уровень возбуждения системы; τ_θ, τ_η и l, L - характерные времена и длины изменения параметров θ и η ; $q(\theta, \eta, A)$ и $Q(\theta, \eta, A)$ - нелинейные функции.¹

Малые неоднородности в реальных системах можно учесть, добавив в правые части уравнений (1) соответственно слагаемые $\lambda\varphi(x)$ и $\lambda\psi(x)$, где $\lambda \ll 1$. При этом локальным неоднородностям отвечают функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$, отличные от нуля лишь в некоторой области $-\Lambda < x < \Lambda$. Отклонения параметров θ и η вблизи малой локальной неоднородности от значений $\theta = \theta_h$ и $\eta = \eta_h$ в идеально однородной устойчивой системе согласно (1) определяются из уравнений:

$$\frac{\partial \Delta\theta}{\partial t} = l^2 \frac{\partial^2 \Delta\theta}{\partial x^2} - q'_\theta \Delta\theta - q'_\eta \Delta\eta - \tilde{q} + \lambda\varphi(x), \quad (2)$$

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial \Delta\eta}{\partial t} = L^2 \frac{\partial^2 \Delta\eta}{\partial x^2} - Q'_\theta \Delta\theta - Q'_\eta \Delta\eta - \tilde{Q} + \lambda\psi(x), \quad (3)$$

удовлетворяющих циклическим или же нейтральным условиям на границах $x = \pm \frac{L}{2}$ протяженной системы, точнее, системы размера $L \gg \left(\frac{lL}{\lambda}\right)^{1/2}$. В (2), (3) $\Delta\theta = \theta - \theta_h$, $\Delta\eta = \eta - \eta_h$, $\xi = \frac{\tau_\theta}{\tau_\eta}$; функции \tilde{q} и \tilde{Q} включают нелинейные члены разложения функций q и Q в ряды Тейлора до третьего порядка малости величин $\Delta\theta$ и $\Delta\eta$; время t измеряется в единицах τ_θ .

Как известно [5], при $\lambda = 0$ устойчивость соответствующего однородного состояния ($\theta = \theta_h, \eta = \eta_h$) системы в случае $\frac{l}{L} \ll 1$ нарушается (неустойчивость Тьюринга) относительно неоднородных возмущений $\delta\theta, \delta\eta \sim \exp(ikx - \gamma t)$ с $k = k_c \neq 0$, когда уровень возбуждения системы превышает некоторое критическое значение $A = A_c$. При $\lambda \neq 0$ однородное состояние системы не реализуется даже при $A < A_c$. Изучим распределения $\Delta\theta(x, t)$ и $\Delta\eta(x, t)$ в такой слабонеоднородной устойчивой системе.

Рассмотрим область значений параметра $A < A_c$, в которой $\beta \equiv \frac{A_c - A}{A_c} \sim \nu^2 \ll 1$, где обозначено $\nu^2 = \lambda$. Решения $\Delta\theta$ и $\Delta\eta$ будем искать в виде рядов $\Delta\theta = \nu \Delta\theta^{(0)} + \nu^2 \Delta\theta^{(1)} + \dots$, $\Delta\eta = \nu \Delta\eta^{(0)} + \nu^2 \Delta\eta^{(1)} + \dots$

¹ В газовой и полупроводниковой плазме параметры θ и η характеризуют распределения температуры T_e и концентрации n_e носителей, величина A определяется плотностью электромагнитного излучения или электрического поля, разогревающего носители заряда, нелинейные функции $q(\theta, \eta, A)$ и $Q(\theta, \eta, A)$ определяются зависимостью кинетических коэффициентов плазмы от n_e и T_e [1].

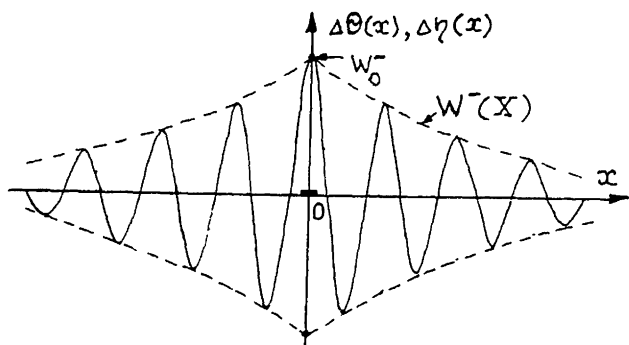


Рис. 1. Вид распределения параметров неравновесной системы вблизи малой локальной неоднородности.

В первом порядке по ν из (2), (3) получим $\begin{pmatrix} \Delta\theta^{(0)} \\ \Delta\eta^{(0)} \end{pmatrix} = W e^{ik_c x} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \text{к.с.}$, где W — амплитуда распределений $\Delta\theta$ и $\Delta\eta$, $\bar{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ — собственный вектор матрицы

$$A = - \begin{pmatrix} k^2 l^2 + Q'_1 & Q'_2 \\ \xi Q'_1 & \xi(k^2 l^2 + Q'_2) \end{pmatrix},$$

отвечающий при $A = A_c$ нулевому собственному значению. Переходя к переменным нового масштаба $T = \nu^2 t$ и $X = \nu x$ [6] и используя уравнения для членов порядка ν^2 и ν^3 , для амплитуды $W(X, T)$ распределений $\Delta\theta$ и $\Delta\eta$ вне области локализации неоднородности ($|x| > \Lambda$) получим уравнение типа Гинзбурга-Ландау

$$\frac{\partial W}{\partial T} = -\gamma W + D \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \alpha |W|^2 W, \quad \frac{X}{2} \geq |x| > \Lambda \quad (4)$$

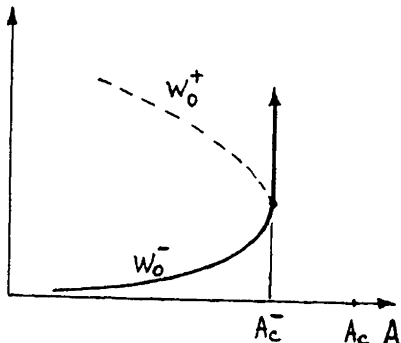
с граничными условиями

$$D \frac{\partial W}{\partial X} \Big|_{X=-\Lambda} - D \frac{\partial W}{\partial X} \Big|_{X=\Lambda} = \int_{-\Lambda}^{\Lambda} (b_1 \psi + \xi b_2 \psi) e^{-ik_c x} dx \equiv g_0, \quad (5)$$

$$W \Big|_{X=-\Lambda} = W \Big|_{X=\Lambda}, \quad \frac{\partial W}{\partial X} \Big|_{X=\pm \nu \frac{X}{2}} = 0$$

(для определенности в точках $x = \pm \frac{X}{2}$ использованы нейтральные граничные условия). В (4), (5) $\gamma = \mu \beta \nu^{-2}$, $\mu = \bar{b} \frac{d\bar{a}}{dA} \bar{a}$; $\alpha \sim 1$;

Рис. 2. Зависимость амплитуды W_0 страт вблизи малой W_0 локальной неоднородности от уровня возбуждения системы А. Штриховая линия отвечает неустойчивому решению с амплитудой W_0^+ . Стрелкой символически показан „локальный пробой“ вблизи неоднородности, т.е. лавинообразное изменение параметров системы при $A > A_c^-$.



b_1 и b_2 — компоненты вектора \vec{b} , сопряженного \vec{a} ; предполагается, что размер неоднородности $\Lambda \ll (\mathcal{L}\mathcal{L})^{1/2}$. Заметим, что для моделей идеально однородных сред, т.е. при $\lambda = 0$, уравнение для амплитуды W распределений $\Delta\theta$, $\Delta\eta$ получено Курamoto и Цудзуки [6].

В рассматриваемом случае, в отличие от [6], в уравнении (4) величина коэффициента $\alpha > 0$. Поэтому задача (4), (5) имеет два стационарных затухающих в пространстве (по обе стороны от неоднородности) решения W^- и W^+

$$W^\pm(X) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\alpha}} ch^{-1} \left[\sqrt{\frac{\gamma}{D}} (|X| - \sqrt{\Lambda}) + C^\pm \right] e^{i\phi}, \quad (6)$$

где $\phi = \arg(g_0)$. Анализ устойчивости этих решений показывают, что решение $\Delta\theta$, $\Delta\eta$ с амплитудой W^- является устойчивым, а с амплитудой W^+ — неустойчивым. Используя первый интеграл уравнения (4) и граничные условия (5) при $|X| = \sqrt{\Lambda}$, получим уравнение для нахождения амплитуды $W_0 = |W^\pm(\sqrt{\Lambda})|$ на границе области локализации неоднородности

$$\alpha W_0^4 - 2\gamma W_0^2 + \frac{|g_0|^2}{2D} = 0. \quad (7)$$

Из этого уравнения можно определить значения C^\pm в (6):

$$C^\pm = \operatorname{arctanh} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{\alpha |g_0|^2}{2D\gamma^2}} \right)^{1/2} \right]. \quad (8)$$

В соответствии с (6), стационарные распределения параметров

$$\begin{pmatrix} \Delta\theta \\ \Delta\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \lambda^{1/2} W^-(X) e^{ik_c X} + \text{к.с.} + O(\lambda) \quad (9)$$

в устойчивой системе имеют характер статических страт, затухающих по амплитуде в пространстве при удалении от малой локализованной неоднородности (рис. 1). Как следует из (7), такие распределения малой амплитуды существуют лишь при уровнях возбуждения системы A , меньших некоторого критического значения $A = A_c^- < A_c$. Критическое значение уровня возбуждения системы $A = A_c^-$ согласно (7) определяется из выражения

$$\frac{A_c - A_c^-}{A_c} = \frac{|g_0|}{\mu} \sqrt{\frac{\alpha}{2D}} \lambda. \quad (10)$$

В точке $A = A_c^-$ устойчивое малоамплитудное решение $W^-(X)$ сливается с неустойчивым $W^+(X)$ и исчезает (рис. 2). Поэтому при $A > A_c^-$ в системе происходит „локальный пробой” [1, 2], т.е. лавинообразное локальное изменение параметров системы вблизи неоднородности, приводящее к образованию автосолитона без участия флуктуаций.

Заметим, что согласно (10) величина $(A_c - A_c^-) A_c^{-1}$ пропорциональна амплитуде локальной неоднородности λ . Этот результат справедлив при $\lambda \ll 1$, но $\lambda^{1/2} \gg (\mathcal{L}\mathcal{L})^{1/2} \mathcal{L}^{-1}$, т.е. когда амплитуда локальной неоднородности не слишком мала, а размер системы \mathcal{L} достаточно велик. При этом распределения $\Delta\theta(x)$, $\Delta\eta(x)$ при A , близких к A_c^- , экспоненциально затухают вне неоднородности, т.е. оказываются локализованными (рис. 1). Противоположная ситуация реализуется, когда $\lambda^{1/2} \ll (\mathcal{L}\mathcal{L})^{1/2} \mathcal{L}^{-1}$. В этом случае для нахождения амплитуды W_0 решения $\Delta\theta(x)$, $\Delta\eta(x)$ которое практически не затухает в пространстве, вместо (7) имеем уравнение

$$\alpha W_0^3 - g W_0 + \frac{|g_0|}{\mathcal{L} \lambda^{1/2}} = 0. \quad (11)$$

Соответственно, вместо (10) находим

$$\frac{A_c - A_c^-}{A_c} = \frac{3}{\mu} \alpha^{1/3} \left(\frac{|g_0| \lambda}{2 \mathcal{L}} \right)^{2/3} \sim \lambda^{2/3}. \quad (12)$$

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Кернер Б.С., Осипов В.В. // УФН. 1989. Т. 157. В.2. С. 201-266.
- [2] Кернер Б.С., Осипов В.В. // ДАН СССР. 1982. Т. 264, В. 6. С. 1366-1370. УФН. 1990. Т. 160. В. 9. С. 1-73.
- [3] Гафийчук В.В., Кернер Б.С., Осипов В.В., Тысюк И.В. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 8. С. 46-56.
- [4] Кернер Б.С., Синкевич В.Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т.36. В. 10. С. 359-362.

- [5] Н и к о л и с Г., П р и г о ж и н И. Самоорганизация в неравновесных системах. 1979. М.: Мир, 512 с.
- [6] K u r a m o t o V., T s u z u k i T. // Prog. Theor. Phys. 1975. V. 54. N 3. P. 687-699.

Поступило в Редакцию
27 июля 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 19 12 октября 1990 г.

01; 04

© 1990

ОБ АНОМАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ КРИОГЕННОГО Z -ПИНЧА

И.Т. Я к у б о в

1. К р и о г е н н ы й Z -п и н ч. В экспериментах [1, 2] мощные Z -пинчевые разряды были осуществлены при пробое замороженных до $T = 11$ К дейтериевых нитей радиусом $R = 400-100$ мкм и длиной $l = 5$ см [1, 2]. Наблюдались две стадии разрыва (рис. 1). Первая - аномально длинная, в ходе которой радиус разряда медленно нарастал. Лишь при $t = 130$ нс разряд терял устойчивость, испуская примерно 10^{10} нейтронов и импульс рентгена [2]. Анализируя характер выхода нейтронов авторы [3] считают, что этому событию предшествовало резкое самосжатие в течение очень короткого интервала времени.

Результаты экспериментов позволили говорить о новых перспективах Z -пинча в термоядерном синтезе. Для этого однако надо разобраться в физике явления. В первую очередь, это касается аномальной стабильности плазменного столба (время развития перетяжечной неустойчивости порядка 1 нс), относительно которой не было выдвинуто каких-либо гипотез. Ниже высказывается предположение о том, что плазменный столб является сильно неравновесным - горячие электроны сосуществуют с холодными ионами, хотя плотность вещества остается близкой к твердотельной. Это своеобразное состояние, в котором ионы образуют кристалл, а электроны - нейтрализующий фон. Ниже приводятся оценки, указывающие на возможность такой неравновесности и аномальной стабильности по отношению к МГД-неустойчивостям.

2. И о н н ы й в и г н е р о в с к и й к р и с т а л л. Предположим, что в результате пробоя электроны нагреваются до температуры $T_e \approx 10$ эВ, а ионы остаются при $T = 11$ К. В этих условиях ионы образуют вигнеровский ионный кристалл на