

Фотонный спектр магнитогиротропных плоскостойких структур

© Д.И. Семенцов, М.М. Степанов

Ульяновский государственный университет,
432970 Ульяновск, Россия

E-mail: sementsovdi@ulsu.ru, scaldov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 26 апреля 2007 г.)

Исследуются фотонно-кристаллические свойства магнитогиротропной среды, представляющей собой периодическую плоскостойкую доменную структуру, магнитная гиروتропия которой в оптическом диапазоне определяется тензором диэлектрической проницаемости. Получено дисперсионное соотношение для управляемой внешним магнитным полем TM -волны и проведен его анализ как в приближении мелкослойной среды, так и в случае, когда спектр $\omega(k)$ содержит разрешенные и запрещенные области в исследуемом диапазоне волновых чисел. Исследовано влияние на характер спектра симметрии структуры.

PACS: 42.70.Qs, 85.70.Sq

1. Введение

Повышенное внимание исследователей к фотонным кристаллам и фотонно-кристаллическим структурам (ФКС), наблюдаемое в последние годы, обусловлено прежде всего наличием в частотном спектре так называемых фотонных запрещенных зон, внутри которых волны соответствующего диапазона не распространяются в структуре [1–5]. Практическая реализация управляемых искусственных ФКС является достаточно серьезной технической проблемой, поэтому большой интерес представляют ФКС естественного происхождения. Дисперсионные и волноведущие свойства ФКС определяются не только ее типом и размерностью, но и направлением распространения излучения по отношению к оси периодичности структуры. Наиболее характерными естественными периодическими структурами являются монокристаллические пленки ферритов-гранатов с регулярной доменной структурой, магнитогиротропные свойства которых делают их управляемыми внешним магнитным полем [6–8]. Граница раздела между доменами — двумя магнитными слоями, намагниченности которых различаются по величине и направлению, — представляет собой оптическую неоднородность, формируемую гирационными членами тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$ и обладающую волноведущими свойствами. В феррит-гранатовых пленках с перпендикулярной анизотропией легко реализуется полосовая доменная структура (ПДС), распределение намагниченности в которой близко к ступенчатому (бинарному), что подтверждается характером спектра магнитооптической дифракции, наблюдаемой при нормальном падении света на поверхность пленки [9–11]. При распространении света в указанных пленках вдоль оси периодичности ПДС в области брэгговского отражения должны проявляться ее селективные свойства, тогда как при распространении вдоль доменов и доменных границ проявляются ее волноведущие свойства [12–17]. В настоящей работе исследуются особенности спектра собственных электромагнитных волн в магнитной ФКС, представляющей

периодическую плоскостойкую доменную структуру. Исследуется влияние симметрии доменной структуры, которая может изменяться внешним магнитным полем, на конфигурацию разрешенных и запрещенных зон.

2. Основные соотношения

Рассмотрим периодическую волноводную структуру, состоящую из чередующихся плоскостойких доменов ферромагнитного диэлектрика с противоположной ориентацией магнитных моментов. Все слои — домены обладают одинаковыми материальными параметрами, толщиной S_j ($j = 1, 2$), два соседних домена составляют период структуры $D = S_1 + S_2$. Будем считать, что магнитные моменты в доменах ориентированы вдоль оси Z , периодичность имеет место вдоль оси Y , а волноводные моды распространяются вдоль оси X ; управляющее подмагничивающее поле, меняющее симметрию структуры (т.е. параметр $\Delta = S_1 - S_2$), но сохраняющее ее период, совпадает по направлению с намагниченностью для одной группы доменов и противоположно ей для другой группы доменов (рис. 1).

В этом случае компоненты тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$ структуры являются функцией координаты

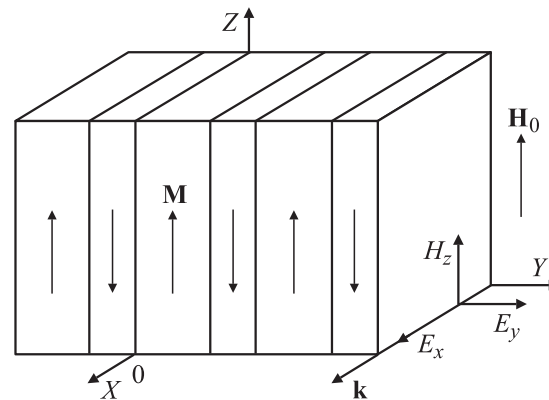


Рис. 1. Геометрия задачи.

наты y . Поскольку в реальных тонкопленочных монокристаллических структурах ширина доменных границ намного меньше ширины доменов и периода структуры ($\delta \ll D$), распределение намагниченности в периодической структуре можно считать однородным внутри каждого из доменов, а ширину доменной стенки $\delta = 0$. При этом тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}_j$ для каждого из доменов может быть представлен в виде [6,7]

$$\hat{\epsilon}_j = \begin{pmatrix} \epsilon & -i\epsilon_{aj} & 0 \\ i\epsilon_{aj} & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\epsilon_{aj} = (-1)^j \epsilon_a$, а величины ϵ_a и ϵ зависят от намагниченности. В такой структуре, если пренебречь магнитной гиротропией на оптических частотах ($\mu = 1$) и зависимостью волноводных полей от координаты z , возможно существование двух типов собственных волн, распространяющихся вдоль доменов и доменных границ: TM -волны с компонентами поля E_x , E_y , H_z и TE -волны с компонентами H_x , H_y , E_z . В отсутствие магнитной гиротропии параметры TE -волны не зависят от состояния намагниченности в структуре и величины внешнего магнитного поля, поэтому этот тип волны далее не рассматривается. Зависимость модовых волновых полей от времени и координат выбираем в виде

$$\left. \begin{matrix} \mathbf{E}(t, x, y) \\ \mathbf{H}(t, x, y) \end{matrix} \right\} = \left. \begin{matrix} \mathbf{E}(y) \\ \mathbf{H}(y) \end{matrix} \right\} \exp[i(\omega t - kx)], \quad (2)$$

где ω — частота, а k — константа распространения волноводной моды. Уравнения, определяющие зависимость от координаты y ненулевых компонент TM -волны и следующие из общих уравнений электромагнитного поля, принимают вид

$$\begin{aligned} ikE_y + E'_x &= ik_0 H_z, \\ H'_z &= ik_0 \epsilon E_x - k_0 \epsilon_a E_y, \\ kH_z &= -ik_0 \epsilon_a E_x + k_0 \epsilon E_y, \end{aligned} \quad (3)$$

где штрих означает производную $\partial/\partial y$. Система уравнений (3) приводит к следующему уравнению для z -компоненты магнитного поля:

$$H''_z + (k_0^2 \epsilon_{\perp} - k^2) H_z = 0, \quad (4)$$

где $\epsilon_{\perp} = \epsilon - \epsilon_a^2/\epsilon$ — эффективная проницаемость поперечно намагниченной среды. Решение этого уравнения и выражения компонент электрического поля для каждого из слоев с учетом (3), (4) могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} H_{zj}(y) &= A_j \sin \kappa y + B_j \cos \kappa y, \\ E_{yj} &= \frac{\epsilon_{aj}}{\epsilon_{\perp} \kappa} H'_{zj} + \frac{k}{k_0 \epsilon_{\perp}} H_{zj}, \\ E_{xj} &= \frac{1}{ik_0 \epsilon_{\perp}} H'_z + \frac{\epsilon_{aj} k}{ik_0 \epsilon_{\perp} \epsilon} H_{zj}, \end{aligned} \quad (5)$$

где параметр $\kappa = (k_0^2 \epsilon_{\perp} - k^2)^{1/2}$. Для определения четырех констант A_j и B_j необходимо использовать граничное условие на одной из границ противоположно намагниченных слоев (например, $y = 0$)

$$H_{z1}(0) = H_{z2}(0), \quad E_{x1}(0) = E_{x2}(0), \quad (6)$$

а также условия периодичности, которые связывают поля на границах, отстоящих друг от друга на период структуры, и, согласно теореме Блоха–Флоке, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} H_{z1}(S_1) &= H_{z2}(-S_2) \exp(i\kappa_{ef} D), \\ E_{x1}(S_1) &= E_{x2}(-S_2) \exp(i\kappa_{ef} D), \end{aligned} \quad (7)$$

где κ_{ef} — эффективная (блоховская) поперечная компонента волнового вектора, определяющая характер распределения поля в структуре по координате y . Подставляя в (6) и (7) выражения для соответствующих компонент полей (5), получаем однородную систему уравнений для амплитуд A_j и B_j . Равенство нулю детерминанта этой системы приводит к стандартному виду дисперсионного соотношения для бинарной структуры

$$\cos \kappa_{ef} D = \cos \kappa S_1 \cos \kappa S_2 - (1 + 2\gamma^2) \sin \kappa S_1 \sin \kappa S_2, \quad (8)$$

где параметр $\gamma = k\epsilon_a/\kappa\epsilon$. Преобразуем правую часть этого уравнения к более удобной для дальнейшего анализа форме

$$\cos \kappa_{ef} D = (1 + \gamma^2) \cos \kappa D - \gamma^2 \cos \kappa \Delta. \quad (9)$$

Легко также показать, что значения соответствующих компонент поля в плоскостях, разделенных целым числом периодов структуры, связаны передаточной матрицей структуры

$$\mathbf{G}(y - nD) = (\hat{m})^n \mathbf{G}(y), \quad (10)$$

где компоненты двумерного вектора \mathbf{G} являются тангенциальные составляющие поля E_x и H_z , а матрица \hat{m} имеет следующие матричные элементы:

$$\begin{aligned} m_{11} &= (1 + \gamma^2) \cos \kappa D - \gamma(\gamma \cos \kappa \Delta + \sin \kappa \Delta), \\ m_{22} &= (1 + \gamma^2) \cos \kappa D - \gamma(\gamma \cos \kappa \Delta - \sin \kappa \Delta), \\ m_{12} &= \frac{i\epsilon_{\perp} k_0}{\kappa} [\sin \kappa \Delta + \gamma(\cos \kappa D - \cos \kappa \Delta)], \\ m_{21} &= \frac{i(1 + \gamma^2)\kappa}{\epsilon_{\perp} k_0} [\sin \kappa \Delta - \gamma(\cos \kappa D - \cos \kappa \Delta)]. \end{aligned} \quad (11)$$

В отсутствие поглощения (т.е. при вещественных параметрах ϵ и ϵ_a) определитель этой матрицы равен единице. Легко показать, что фактор $\exp(i\kappa_{ef} D)$ является собственным числом передаточной матрицы. Используя

свойство ее унимодулярности, получим уравнение для собственных чисел, которое приводится к виду

$$2 \cos \kappa_{ef} D = m_{11} + m_{22}. \quad (12)$$

Подставляя в это уравнение выражение для соответствующих матричных элементов, приходим к уравнению (8).

Полученное дисперсионное соотношение должно удовлетворять условию периодичности в „ κ -пространстве“, т. е.

$$\omega(k, \kappa_{ef}) = \omega(k, \kappa_{ef} + 2\pi n/D). \quad (13)$$

В результате указанной периодичности все физически неэквивалентные состояния находятся в первой „зоне Бриллюэна“, т. е. $-\pi/D \leq \kappa_{ef} \leq \pi/D$. Общее решение волноводной задачи с учетом условий периодичности может быть в итоге представлено в виде (3), где зависимость модовых полей от координаты y должна иметь вид

$$\mathbf{G}(y) = \sum \mathbf{G}_n \exp \left[i \left(\kappa_{ef} + \frac{2\pi n}{D} \right) y \right], \quad (14)$$

\mathbf{G}_n — модовые амплитуды, а суммирование проводится по полному набору волноводных мод. Фазовая скорость соответствующей волноводной моды определяется соотношением

$$\mathbf{V}_\phi^{(n)} = \omega \left[k \mathbf{e}_x + \left(\kappa_{ef} + \frac{2\pi n}{D} \right) \mathbf{e}_y \right] \times \left[k^2 + \left(\kappa_{ef} + \frac{2\pi n}{D} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (15)$$

где \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — орты вдоль соответствующих направлений. Направление распространения этой моды определяется углом, для которого $\Theta_n = \arctg[(\kappa_{ef} + 2\pi n/D)/k]$.

3. Предел мелкослоистости

В предельном случае „мелкослоистой среды“, когда $\kappa_{ef} D \ll 1$ и поперечный период изменения волнового поля $\Lambda = 2\pi/\kappa_{ef}$ намного превосходит период структуры D , дисперсионное соотношение (9) переписывается следующим образом:

$$\kappa_{ef}^2 + k^2 \left[1 - \frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon^2} \left(1 - \frac{\Delta^2}{D^2} \right) \right] = k_0^2 \varepsilon_\perp. \quad (16)$$

Из приведенного выражения следует, что волноводный характер распространения излучения, при котором $k^2 > 0$, сохраняется до тех пор, пока $\omega \geq c\kappa_{ef}/\sqrt{\varepsilon_\perp}$. В то же время при $\kappa_{ef}^2 > 0$ реализуется периодический волноводный режим, при котором поперечное распределение поля в структуре является периодическим, а при $\kappa_{ef}^2 < 0$ распределение поля становится экспоненциальным. Учитывая, что в случае мелкослоистости

величины $k\mathbf{e}_x$ и $\kappa_{ef}\mathbf{e}_z$ являются компонентами волнового вектора \mathbf{K} , т. е. $k = K \cos \Theta$ и $\kappa_{ef} = K \sin \Theta$, дисперсионное соотношение можно переписать в виде

$$K = k_0 \sqrt{\varepsilon_{ef}} = k_0 \sqrt{\varepsilon_\perp / \left[1 - \frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon^2} \left(1 - \frac{\Delta^2}{D^2} \right) \cos^2 \Theta \right]}, \quad (17)$$

где введена эффективная диэлектрическая проницаемость среды, зависящая от направления распространения волны по отношению к оси периодичности структуры. Из (17) следует, что при распространении волны вдоль границ раздела слоев (вдоль оси X , $\Theta = 0$) волновое число определяется выражением

$$K(0) = k(0) = k_0 \sqrt{\varepsilon_\perp} \left[1 - \frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon^2} \left(1 - \frac{\Delta^2}{D^2} \right) \right]^{-1/2}. \quad (18)$$

В этом случае периодичность структуры сказывается на дисперсии волны, изменяя ее в результате перестройки периода структуры и ее симметрии. Если же волна распространяется вдоль оси периодичности структуры (вдоль оси Y , $\Theta = \pi/2$), то $K(\pi/2) = \kappa_{ef}(\pi/2) = k_0 \sqrt{\varepsilon_\perp}$, откуда следует, что на дисперсии не сказывается периодичность среды.

Фазовая скорость волны в соответствии с (17) определяется выражением

$$V_\phi = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_\perp}} \left[1 - \frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon^2} \left(1 - \frac{\Delta^2}{D^2} \right) \cos^2 \Theta \right]^{-1/2}. \quad (19)$$

Поскольку в выбранной модели компоненты тензора диэлектрической проницаемости не зависят от частоты, групповая скорость будет также определяться выражением (19). Однако частотная зависимость даже в окне прозрачности магнитооптического материала может быть существенной [8], что приведет к различию групповой и фазовой скоростей.

4. Численный анализ дисперсионного уравнения

Решения дисперсионного уравнения при $|\cos \kappa_{ef} D| \leq 1$ отвечают вещественным значениям эффективной поперечной компоненты волнового вектора и волноводным решениям с незатухающими волноводными модами. Если же $|\cos \kappa_{ef} D| > 1$, т. е. $|m_{11} + m_{22}| > 2$, то параметр κ_{ef} является комплексной величиной и ее мнимая часть определяет затухание блоховских волн. При этом в спектре волноводных мод $\omega(\kappa_{ef}, k)$ образуются запрещенные зоны. Частоты, отвечающие границам зоны, согласно (12), определяются условием $|m_{11} + m_{22}| = 2$.

В общем случае входящих в полученное дисперсионное соотношение параметров его анализ возможен только на основе численного решения. Для приведенного далее численного анализа были использованы следующие параметры структуры: $D = 2.5 \mu\text{m}$, $\varepsilon = 5.58$,

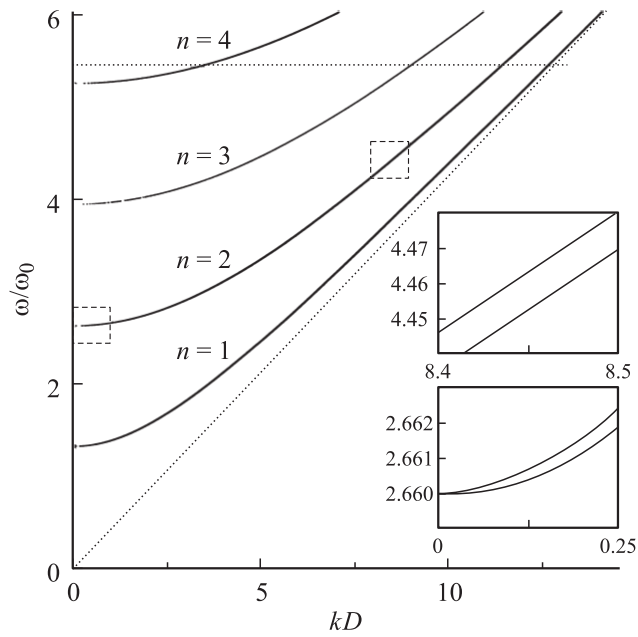


Рис. 2. Зонный спектр: зависимость нормированной частоты от константы распространения.

$\varepsilon_a = 0.05$. Зависимость нормированной частоты распространяющегося в структуре излучения от константы распространения представлена на рис. 2, частота нормирована на величину $\omega_0 = c/D$. Группа нечетных кривых соответствует $\cos \kappa_{ef}D = -1$, четные кривые соответствуют $\cos \kappa_{ef}D = 1$. Эти кривые двойные, не разрешенные в выбранном масштабе, причем интервал между этими кривыми зависит от параметра D/Δ , который в данном случае принят равным $D/\Delta = 2.96$. Решения, отвечающие значениям $\cos \kappa_{ef}D > 1$, находятся между указанными кривыми и относятся к запрещенным зонам, ширина которых во многом определяется магнитооптическим параметром ε_a и зависит от величины Δ/D . При $D/\Delta = n$, где n — целое число, каждая n -я запрещенная зона исчезает. Решения для остальных значений $\cos \kappa_{ef}D < 1$ заполняют внешние интервалы между этими кривыми, а также асимптотой $k = k_0\sqrt{\varepsilon_\perp}$, и относятся к разрешенным зонам. Нумерацию запрещенных зон удобно начинать от асимптоты; при этом их число для фиксированной частоты определяется целой частью числа $k_0D\sqrt{\varepsilon_\perp}$. На вставке приведена дисперсионная ветвь, формирующая запрещенную зону с $n = 2$. Наименьшую ширину имеет зона с $n = 2$, так как величина D/Δ близка к 3; при $D/\Delta = 3$ эта зона в спектре должна отсутствовать (см. далее).

На рис. 3 приведена зависимость константы распространения от симметрии структуры, полученная до того же значения длины электромагнитной волны, что и на предыдущем рисунке ($\omega = 5.5\omega_0$). Темные полосы соответствуют запрещенным зонам, т.е. значениям константы распространения, где $|\cos(\kappa_{ef}D)| > 1$ (рядом приведены все проявляющиеся для данного значения

частоты запрещенные зоны в увеличенном масштабе). Видно, что ширина соответствующих запрещенных зон существенно зависит от величины Δ/D , а их положение совпадает с приведенным на предыдущем рисунке. Число полупериодов осцилляций ширины зоны при изменении симметрии ПДС определяются номером m , отвечающим данной зоне. Количество и положение узлов объясняет отсутствие в спектре зон с $n = D/\Delta$. Так же объясняется равенство значений ширины заданной запрещенной зоны для некоторых выбранных величин параметра асимметрии (рис. 4).

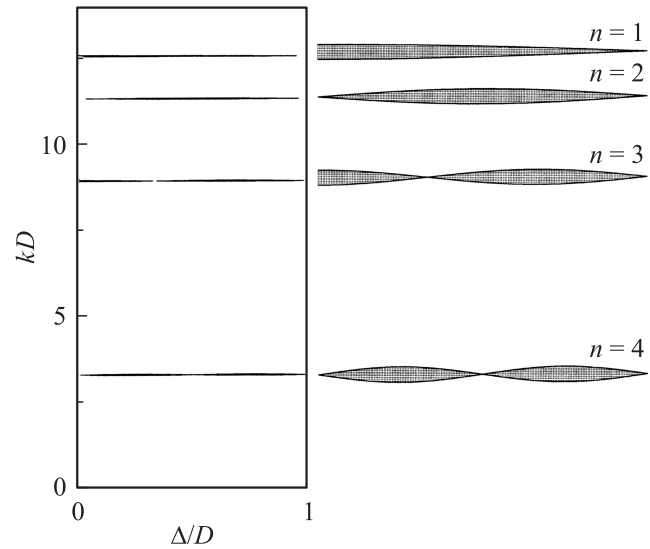


Рис. 3. Зависимость ширины запрещенных зон от симметрии структуры.

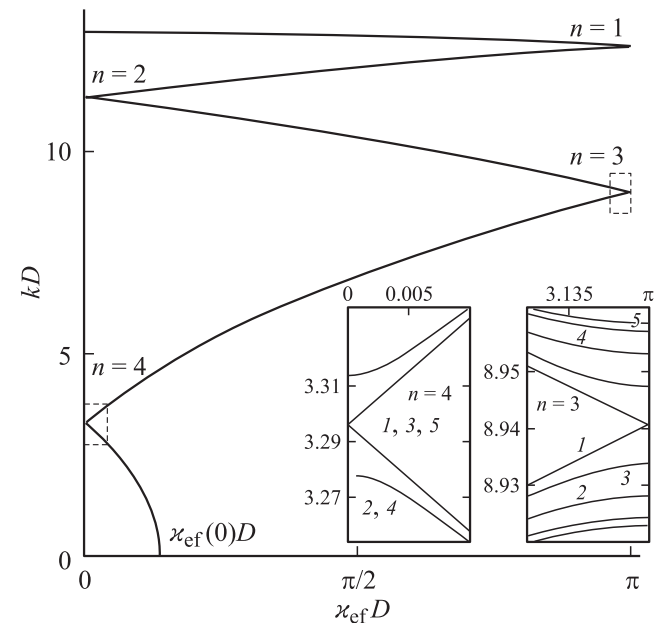


Рис. 4. Зависимость константы распространения от эффективной поперечной компоненты волнового вектора. На вставках показаны окрестности запрещенных зон $n = 3, 4$.

На рис. 4 приведено одно из решений дисперсионного уравнения, представляющее зависимость константы распространения k от эффективной поперечной компоненты волнового вектора κ_{ef} и полученное для частоты излучения $\omega = 5.5\omega_0$ (пунктир на рис. 2). Пронумерованы запрещенные зоны, внутри которых $|\cos(\kappa_{ef}D)| > 1$. На вставках в увеличенном масштабе приведены указанные зависимости вблизи запрещенных зон $n = 3, 4$. Кривые 1–5 отвечают значениям параметра асимметрии $\Delta/D = (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1)$. На вставке, относящейся к $n = 4$, кривые 2 и 4, а также 1, 3 и 5 совпадают, поскольку при соответствующих им значениях параметра Δ/D ширина запрещенной зоны для данного n оказывается одинаковой. Для константы распространения, отвечающей значениям $\kappa_{ef} = 0, \pi/D$, получаем выражение $k_m = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_{\perp} - \pi^2 m^2 / D^2}$, где m принимает целые значения. Четные значения m соответствуют запрещенным зонам с $\kappa_{ef} = 0$, нечетные — $\kappa_{ef} = \pi/D$. Оценка ширины запрещенной зоны, отвечающей значениям $\Delta = (0.25, 0.75)D$, в центре зоны Бриллюэна ($\kappa_{ef} = 0$) составляет по константе распространения $\Delta k \simeq 200 \text{ cm}^{-1}$, по частоте $\Delta\omega \simeq 2.5 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ и по энергии $\Delta E \simeq 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$.

Выявленные дисперсионные свойства волн в среде с ПДС существенным образом зависят от величины магнитооптического параметра ε_a , который в однородно намагниченном состоянии определяет величину удельного фарадеевского вращения $\Theta_F = \pi \varepsilon_a / \lambda \sqrt{\varepsilon}$ [6]. Для материалов с высокой магнитооптической активностью величина Θ_F в видимом и ближнем ИК-диапазонах принимает достаточно высокие значения. К таким материалам относятся прежде всего Vi-содержащие гранаты, для которых, согласно [8], поворот плоскости поляризации достигает значений нескольких градусов (например, для пленки состава $\text{Bi}_{2.4}\text{Lu}_{0.7}\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ $\Theta_F \simeq 5.6 \text{ deg}/\mu\text{m}$ при $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$), что соответствует $\varepsilon_a = 0.1$. Так, для исследуемой в [15] феррит-гранатовой ФКС величина магнитооптического параметра на длине волны $\lambda = 1.15 \mu\text{m}$ составляет $\varepsilon_a = 0.368$. Более того, для современных композитных и периодических сред на основе Vi-содержащих гранатов за счет резонансного усиления магнитооптических эффектов может быть реализована величина $\Theta_F = 1 \cdot 10^2 \text{ deg}/\mu\text{m}$ [18,19].

Проведенный анализ показывает, что полосовая доменная структура, реализуемая в монокристаллических слоях ферритов-грантов, является естественной фотонно-кристаллической структурой. Характерным для такой структуры является наличие в спектре собственных электромагнитных волн разрешенных и запрещенных зон в диапазоне, где длина волны соизмерима с периодом структуры. В оптическом диапазоне, где гирослоистые свойства структуры связаны с недиагональными компонентами тензора диэлектрической проницаемости, управляемой внешним магнитным полем, является ТМ-волна. Изменяя симметрию и период структуры, магнитное поле меняет конфигурацию разрешенных и

запрещенных зон в спектре, тем самым влияя на коэффициенты прохождения и отражения волны на рассматриваемой структуре. В области длин волн, намного превосходящих период структуры, дисперсионное уравнение записано в приближении мелкослоистой среды; введена эффективная диэлектрическая проницаемость, зависящая от направления распространения волны.

Отметим, что анализ дисперсионных свойств структуры производился без учета толщины слоя, в котором реализуется полосовая доменная структура. Подобное рассмотрение будет проведено отдельно и будет учитывать волноводные моды самой пленки.

Список литературы

- [1] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. Высоочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. Наука, М. (1989).
- [2] K. Sakoda. Optical properties of photonic crystals. Springer Verlag (2001).
- [3] S.G. Johnson, J.D. Joannopoulos. Photonic crystal. Kluwer, Boston (2002).
- [4] Н.А. Гиппиус, С.Г. Тиходеев, А. Крист, Й. Куль, Х. Гиссен. ФТТ **47**, 139 (2005).
- [5] В.В. Попов, Т.В. Теперик, F.J. Garcia de Abajo. ФТТ **49**, 1206 (2007).
- [6] Г.А. Смоленский, В.В. Леманов. Ферриты и их техническое применение. Наука, Л. (1975).
- [7] А.К. Звездин, В.А. Котов. Магнитооптика тонких пленок. Наука, М. (1988).
- [8] В.В. Рандошкин, А.Я. Червоненкис. Прикладная магнитооптика. Энергоатомиздат, М. (1990).
- [9] Э.В. Матюшкин, В.Н. Веницкий. ФТТ **17**, 605 (1975).
- [10] Г.С. Кандаурова, В.В. Зверев. ФТТ **17**, 1061 (1975).
- [11] И.Ф. Гисмятов, Д.И. Семенцов. ФТТ **42**, 1043 (2000).
- [12] Н.М. Саланский, М.Ш. Ерухимов, В.В. Тюрнеев. ФТТ **16**, 3676 (1974).
- [13] Д.И. Семенцов, А.М. Морозов. ФТТ **20**, 2591 (1978).
- [14] A. Figotin, I. Vitebsky. Phys. Rev. E **63**, 066 609 (2001).
- [15] S.A. Nikitov, Ph. Tailhades. Opt. Commun. **199**, 389 (2001).
- [16] С.Л. Высоцкий, С.А. Никитов, Ю.А. Филимонов. ЖЭТФ **3**, 636 (2005).
- [17] В.Е. Буравцова, Е.А. Ганьшина, В.С. Гушин, С.И. Касаткин, А.М. Муравьев, Н.В. Плотникова, Ф.А. Пудонин. ФТТ **46**, 864 (2004).
- [18] Mitsuteru Inoue, Kenichi Arai. J. Appl. Phys. **83**, 6768 (1997).
- [19] А.Н. Калищ, В.И. Белотелов. Учен. зап. Казан. гос. ун-та. Сер. физ.-мат. **148**, 129 (2006).