

Предложенный подход является адекватным при описании широкого диапазона режимов роста. В частности, хорошее совпадение с экспериментом получено для предельных случаев диффузионного и кинетического режимов роста. Найдены и реализованы экспериментально режимы, дающие эпитаксиальные слои с неоднородностью толщины, не превышающей 1% на 4 см длины подложки.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Достов В.Л., Жилыев Ю.В., Ипатова И.П., Куликов А.Ю., Макаров Ю.Н., Маркрян Г.Р. // Высокочистые вещества. 1989. № 7. С. 74-80.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 733 с.
- [3] Шоу Д.У. В кн.: Рост кристаллов, т. 1. М.: Мир, 1977. С. 54-60.
- [4] Kirwan D.J. // J. Electrochem. Soc. 1965. V. 112. P. 988-997.
- [5] Достов В.Л., Жилыев Ю.В., Ипатова И.П., Куликов А.Ю. // ЖТФ. 1990. № 3 (в печати).

Физико-технический
институт им. А.Ф. Иоффе
АН СССР, Ленинград

Поступило в Редакцию
6 февраля 1990 г.
В окончательной редакции
с 25 октября 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 24

26 декабря 1990 г.

03; 05.1

© 1990

ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМ ТИПА ПОРИСТАЯ СРЕДА-ЖИДКОСТЬ

В.Ш. Х а л и л о в

В известной математической модели динамики насыщенной жидкостью пористой среды деформационные свойства описаны с помощью так называемых эффективных напряжений G_{ij}^f . Напомним, что их ввел Терцаги в виде [1]

$$G_{ij}^f = G_{ij} - p \delta_{ij}, \quad (1)$$

где G_{ij}^f - внешние напряжения, приложенные к твердой фазе, p - давление в поровой жидкости, δ_{ij} - символ Кронекера, как

обобщение экспериментов по деформациям насыщенных пористых сред. М.А. Био использовал данное выражение при построении уравнений сохранения импульса, ссылаясь на то, что величина ϵ_{ij}^f может быть легко измерена [1]. В этом случае форма уравнений упрощается, а учет деформационных особенностей среды переходит в эмпирические константы (у М.А. Био — четыре упругих модуля). Однако при этом теряется возможность конкретизации тензора напряжений твердой фазы хотя бы в осредненном по пространству виде и отсутствуют микроструктурные особенности деформирования, учет которых важен при записи уравнений сохранения. В [2] и последующих работах данный подход был использован и развит в более общих системах уравнений механики. Более последовательным представляется подход с детальным учетом микроструктуры и расчетом осредненного тензора напряжений. По результатам работы [3] сформулируем некоторые деформационные особенности двухфазной системы пористая среда — жидкость.

1. Отличие двухфазной системы пористая среда — жидкость от других классов двухфазных сред в том, что в ней обе составляющие фазы существенно непрерывны. Следствием этого является возможность независимого изменения величин, определяющих состояние фазы (напряжение, плотность, смещения и т.д.).

2. При деформировании поровая жидкость имеет возможность вытекать из порового объема, уменьшая его, что приводит к изменению деформационных свойств среды — величины ее сжимаемости. Действительно, так как деформация общего элементарного объема среды осуществляется за счет изменения объема порового пространства, наличие или отсутствие в нем жидкости обусловит величину деформации, следовательно, поровое давление в жидкой фазе определяет упругие параметры пористой среды.

3. Наоборот, величина деформации среды, в том числе порового пространства, определяет величину порового давления. При этом даже в случае, когда фильтрационные перетоки отсутствуют, величины давления в порах и напряжения в твердой фазе отличны. Изменение порового пространства в общем случае не тождественно изменению объема поровой жидкости такому, чтобы оно обеспечивало в нем возникновение напряжения, соответствующего напряжению в твердой фазе.

4. При описании деформационных свойств двухфазной системы пористая среда — жидкость необходим учет структурного строения межфазной границы (или порового пространства).

Покажем это на примере расчета величины относительного объемного содержания фаз ϵ . Пусть имеем два вида геометрического строения частиц, показанных на рис. 1, а, б. Пусть твердая фаза упруго деформируема по Гуку

$$\theta_1 = \frac{\epsilon}{3E(1-2\nu)},$$

а жидкая по Гейту

$$\theta_2 = \frac{p}{\alpha P_0},$$

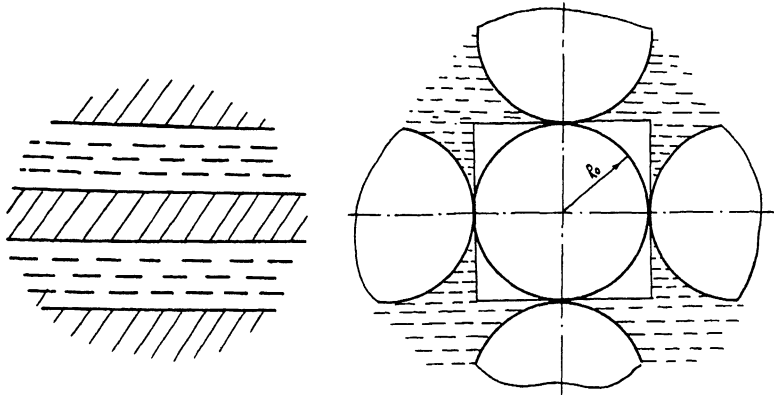


Рис. 1. Два типа структуры пористых сред.

где $Q_{1,2}$ – относительное изменение объема твердой фазы и жидкости, G – след тензора напряжений, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, P_0, α – упругие параметры жидкости. Вво-

дя по определению для жидкой фазы $\varepsilon = \frac{V_2}{V_1 + V_2}$, где V –

удельный объем, получим для структуры (а) зависимость

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0)\Gamma(G, P)}, \quad (2)$$

$$\text{где } \Gamma(G, P) = \frac{1 - \frac{G}{3E(1-2\nu)}}{1 - P/\alpha P_0}, \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{1 - \frac{V_{f0}}{V_{20}}}.$$

Зависимость (2) показана на рис. 2, а. Из рисунка следует, что при увеличении порового давления объем жидкости будет уменьшаться, а пористость увеличиваться. Наоборот, увеличение горного давления обуславливает соответствующее уменьшение относительного объема твердой фазы и увеличение пористости.

Предположим далее, что частицы твердой фазы представлены правильными упругими сферами одинакового диаметра и находятся в контакте друг с другом (рис. 1, б). Допустим для простоты, в частности – кубическая, поры заполнены жидкостью. Выбор идеализации формы и упаковки частично заменяет процедуру пространственного осреднения произвольных, хаотически расположенных частиц. Ограничиваясь одной кубической ячейкой, содержащей частицу, рассчитаем изменение пористости $\varepsilon(P, G)$. В нашем случае объем ячейки есть $V = V(R_0 - \delta)^3$, где R_0 – радиус частицы, δ – величина сжатия в контакте. Из результатов задачи Герца имеем для нее выражение [4]

$$\delta = \left[\frac{4}{3} \pi \frac{(G - P)}{E} \right]^2 R_0 \quad \text{при } G > P.$$

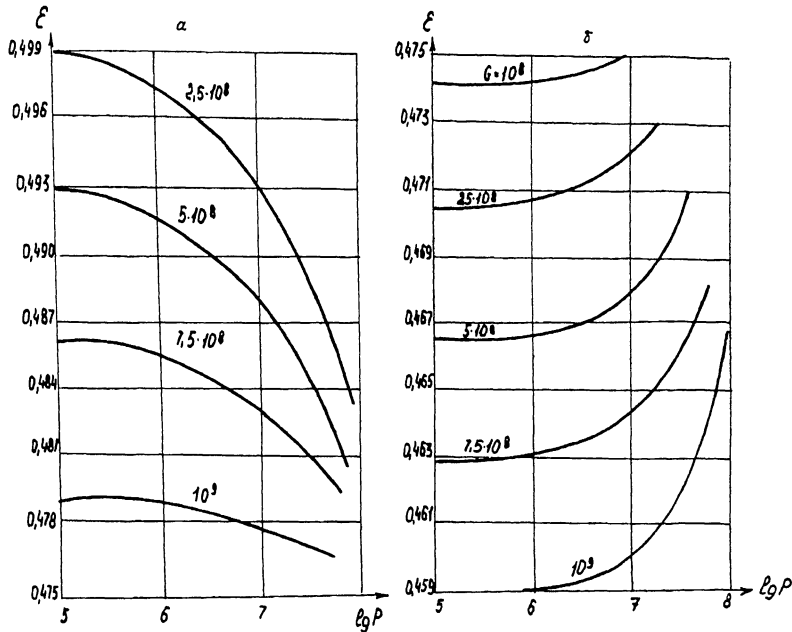


Рис. 2. Зависимость изменения пористости от горного и порового давления для различных структур пористых сред.

Таким образом, объем частицы за вычетом областей контакта будет иметь вид

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 - 6\pi \left(\frac{4}{3} \pi \frac{G-P}{E} \right)^4 R_0^2 \left[R_0 - \frac{1}{3} \left(\frac{4}{3} \pi \frac{G-P}{E} \right)^2 R \right].$$

Здесь учтено, что сфера вследствие деформации изменяет свой радиус за счет изменения порового давления по зависимости

$$R = R_0 \left[1 - \frac{P}{3E(1-2\nu)} \right]^{1/3}.$$

Подставляя данные значения, будем иметь

$$\varepsilon = 1 - \frac{4.2 \left[1 - \frac{P}{3E(1-2\nu)} \right] - 18.84 \left(4.2 \frac{G-P}{E} \right)^4}{8 \left[1 - \left(4.2 \frac{G-P}{E} \right)^2 \right]^3} \times \left\{ \left[1 - \frac{P}{3E(1-2\nu)} \right] - \frac{1}{3} \left(4.2 \frac{G-P}{E} \right)^2 \right\}.$$

Упростим выражение, введя обозначения

$$P = \frac{\rho}{3E(1-2\nu)}; \quad Q = \frac{G-\rho}{E/4.2};$$

тогда получим

$$\varepsilon = 1 - \frac{1.05(1-P) - 4.74Q^4 [(1-P)^{1/3} - Q^{2/3}]}{2(1-Q^2)^3}.$$

Принимаемая $\rho = G = 0$, будем иметь $\varepsilon = 0.475$ - известное значение пористости для кубической упаковки сфер. В случае равенства порового и горного давления, т.е. при $G = \rho$ и $Q = 0$, получим $\varepsilon = 1 - 0.525(1 - P)$.

В случае отсутствия жидкой фазы, т.е. при $P = 0$, будем иметь выражение

$$\varepsilon = 1 - \frac{1.05 - 4.71 Q^4 (1-Q^{2/3})}{2(1-Q^{2/6})^3}.$$

В общем виде, отбрасывая малые значения порядка Q^4 , получим выражение

$$\varepsilon = 0.475 + 0.525 (P - 3Q^2 + 3PQ^2). \quad (3)$$

На рис. 2, б показаны кривые для формулы (3). Анализ графиков на рис. 2 показывает, что зависимость ε от ρ и G носит нелинейный характер и существенно обусловлена структурой. При переходе от одной структуры к другой характер изменения $\varepsilon(\rho, G)$ меняется на противоположный.

Следует отметить, что структура 1а весьма условна, а структура 1б, несмотря на ее значительную идеализацию, близка к реальным условиям, например, нефтяного пласта.

Особенности 1-4 обуславливают деформационные свойства двухфазной системы типа пористая среда - жидкость в задачах динамики и деформации, и вносят существенный вклад в формирование тензора напряжений в твердой фазе. Напомним, что в [3] приведен пример расчета осредненного тензора напряжений в условиях упругой формации зернистой среды, соответствующей структуре 1б. Пусть далее при заданных ранее условиях жидкая фаза находится в стационарном течении осредненной по поровому пространству скоростью \vec{v} в направлении одной из осей сферических координат \vec{r}_φ . Вследствие течения жидкости на поверхности частицы приложены касательные напряжения τ - как функция скорости \vec{v} . В этом случае, используя как в [3] обобщенное решение Трефтца, запишем выражение для дивергента после всех преобразований:

$$\langle \tau_{R\varphi} \rangle = \frac{\tau^f}{4\pi \left(1 + \frac{G^f}{\tau^f}\right)^{1/2}} - \left\{ (1 - \sqrt{1 - \xi^2}) + 2\xi (\pi + \dots) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)^{-1/2} - 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)^{1/2} + 1 - 1(1 - \xi^2)^{3/2} + \\
& + 3\pi \left[\frac{2}{3} - \sqrt{1 - \xi^2} + \frac{1}{3}(1 - \xi^2)^{3/2} + \frac{\xi}{2} \left[\pi + 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)^{-1/2} - \right. \right. \\
& \left. \left. - 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)^{1/2} \right] (-\delta - \xi) \right\} - \frac{\tau}{4\pi [1 + (P/\tau)^2]^{1/2}} \left\{ \xi + \right. \quad (4) \\
& \left. + \sqrt{1 - \xi^2} + 4\xi \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)^{-1/2} \right] + \right. \\
& \left. + (1 - \xi^2)^{3/2} - \xi^3 + 3\pi \left[\sqrt{1 - \xi^2} - \frac{1}{3}(1 - \xi^2)^{3/2} - \xi + \frac{\xi^3}{3} \right] + 2\xi \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\xi^2} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - 1 \right)^{1/2} - \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)^{-1/2} \right] (G \cdot \xi) \right\} + \theta \left[\left(\frac{P}{E} \right)^2 \cdot \left(\frac{\tau}{E} \right)^2 \right].
\end{aligned}$$

Еще упрощая, а также учитывая $\tau_{\varphi}^f = 0$, получим главные члены разложения для двух компонент тензора G_{ij} в виде

$$\begin{aligned}
\langle G_{RR} \rangle &= - \frac{P}{[1 + (\tau/P)^2]^{1/2} (0.83 + 12.45 P/E - 12.45 G)}, \\
\langle G_{R\varphi} \rangle &= \frac{\tau}{2 [1 + (P/\tau)^2]^{1/2}} + \frac{5.23 \tau (G - P)}{E [1 + (P/\tau)^2]^{1/2}}. \quad (5)
\end{aligned}$$

Выражения (5) есть пространственно осредненные компоненты тензора напряжений твердой фазы, в общем виде нелинейно зависят от независимо изменяемых величин напряжения, приложенного к твердой фазе и от давления в жидкости. Оценивая величину касательных нарушений для условий горных пород

$$P = 10^7 \text{ Па}, \quad \mu = 10^{-4} \frac{\text{к}}{\text{м.с}}, \quad \nu = 10^{-3} \text{ м/с},$$

проницаемость $K = 10^{-12} \text{ м}^2$, получим, что величина τ изменяется в пределах $1 \leq \tau \leq 10$ (Па), следовательно отношение

$$\delta = \frac{\tau}{P} \text{ весьма мало для заданных условий. Только в случае вы-}$$

сокоскоростного потока жидкости и одновременно малом давлении P данная величина δ будет близка к единице. Наличие в общих формулах выражения (5) величины $(G - P)$ показывает, что данная разность в значительной степени определяет вид осредненных компонент тензора. Возвращаясь к выражению Терцаги [1], отметим,

что эмпирическое обобщение и обоснование эффективных напряжений получило подветрждение с помощью представленного здесь микроструктурного анализа, то есть деформация частиц в окрестности контакта, определяемая разностью $\zeta - \rho$, вносит основной вклад в деформацию всего элементарного объема среды. Аналогично, если пористая среда есть сплошной континуум с сообщающимися трещинами, то деформация в окрестности окончания трещин, обусловленная также разностью $\zeta - \rho$, вносит основной вклад в деформацию всего совокупного объема. Таким образом, за счет многосвязности, неоднородности пространства для определенной заданной структуры пор и их размеров, а также вследствие различия напряжения в фазах и их независимого изменения тензор напряжения в твердой фазе имеет весьма специфический вид. Максимальные концентрации напряжений имеют место вблизи границ трещин или контакта частиц и могут достигать весьма больших значений. Превышение предела прочности приводит к сдвигу частиц друг относительно друга с течением, локальным разрушению и переупаковке. Изменения объема суммарной среды при деформации обусловлено изменением порового пространства, зависит от разности типа эффективных напряжений Терцаги.

Л и т е р а т у р а

- [1] Б и о М.А. В кт.: Механика. Сб. перев. и рефер. иностр. период. лит-ры. 1963. № 6. С. 103-135.
- [2] Н и к о л а е в с к и й В.Н., Б а с н и е в К.С., Г о р б у н о в А.Т., З о т о в Г.А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970. 427 с.
- [3] Х а л и к о в Г.А., Х а л и л о в В.Ш. // ПМТФ. 1985. № 5. С. 129-134.
- [4] Л у р ь е А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Гостоптехиздат, 1955. 325 с.

Башкирский государственный
университет

Поступило в Редакцию
26 января 1990 г.
В окончательной редакции
30 августа 1990 г.