

04; 09

(C) 1990

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ АЗИМУТАЛЬНЫХ  
ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В МАГНИТОАКТИВНОМ  
ПЛАЗМЕННОМ ВОЛНОВОДЕ

Н.А. Азаренков, К.Н. Остриков

Изучение проблем генерации и усиления электромагнитных волн в ряде задач плазменной электроники требует детального исследования дисперсионных свойств и способов возбуждения магнитоактивных плазменных волноводов, которые являются важной составной частью некоторых радиофизических приборов [1-3]. Исследования в этом направлении ведутся, как правило, для электромагнитных возмущений объемного и поверхностного типов [4], а в качестве способов возбуждения волноведущих структур наиболее часто выбираются пучковый [5] и параметрический [6, 7]. В настоящем сообщении рассматривается параметрическое возбуждение волн поверхностного типа в заданном внешнем поле накачки. Исследуемая волноведущая структура представляет собой цилиндрический металлический волновод радиуса  $a$ , полностью заполненный холодной плазмой и помещенный в аксиальное однородное магнитное поле  $H_0$ . Граница плазма-металл предполагается резкой, что справедливо, когда ширина переходной от металла к плазме области мала по сравнению с глубинами проникновения поверхностных волн  $\omega_e^{-1}$ . В такой структуре возможно существование необыкновенных электромагнитных поверхностных волн, распространяющихся поперек внешнего магнитного поля на границе плазмы с металлом (азимутальных поверхностных волн (АПВ)) [8, 9]. Диапазоны частот существования АПВ следующие:

$$\omega_h < \omega < \omega_{11}, \quad \omega_1 < \omega < \omega_e, \quad (1)$$

где  $\omega_{11}$  - нижняя и верхняя гибридные частоты,  $\omega_{11} = \omega_e 2^{-1} + [\zeta^{-1} \omega_e^2 + \Omega_e^2]^{1/2}$ ,  $\omega_e$ ,  $\Omega_e$  - электронные циклотронная и ленгмюровская частоты. При этом рассматриваемые волны являются односторонними: в каждом диапазоне частот знаком азимутального волнового числа  $m$  однозначно определено направление распространения волны. Так, в первом диапазоне частот  $m_1 < 0$ , а во втором  $m_2 > 0$ . Эта особенность АПВ дает принципиальную возможность одновременного возбуждения двух волн из разных диапазонов частот в азимутально однородном поле накачки частоты  $\omega_0$  ( $m_0 = 0$ ). Для этого соответствующим выбором номера

возбуждаемой моды и частоты накачки должны быть выполнены следующие распадные условия:

$$-m_1 = m_2 = m, \quad \omega_0 = \omega_1(m_1) + \omega_2(m_2). \quad (2)$$

Явный вид зависимости  $\omega_j(m_j)$  для различных предельных случаев приведен в [8]. Считая, что частота  $\omega_2$  много больше характерных ионных частот, рассматриваем только электронные движения в высокочастотных полях накачки и возбуждаемых АПВ.

Для определенности рассмотрим случай, когда плазменный волновод является „широким“ для обеих возбуждаемых волн, который реализуется в плотной ( $\Omega_e^2 \omega_e^2 \gg 1$ ) плазме при выполнении следующего неравенства

$$(\alpha^2 \delta^{-2}) \gg m^2 (\Omega_e \omega_e^{-1}), \quad (3)$$

где  $\delta = c \Omega_e^{-1}$  – нормальная глубина скинирования волны. Поле накачки считаем однородным, направленным по радиусу и зависящим от времени по закону:

$$\tilde{E}_r = E_0 \cos \omega_0 t. \quad (4)$$

Однородное по  $r$  и  $\varphi$  поле накачки может быть реализовано, например, в коаксиальном цилиндрическом конденсаторе с плазменным заполнением. Для того чтобы поле накачки в такой струк-

туре можно было считать однородным, величина  $q = E_0^{-1} \left| \frac{dE_0}{dr} \right|$ ,

характеризующая неоднородность  $E_0$  в цилиндрической геометрии, должна удовлетворять следующему неравенству:  $q(r=a) \ll \delta_j$ ,  $j = 1, 2$ . При  $E_0 \sim r^{-1/2}$  оно сводится к условию  $\omega_e \alpha \gg 1$ , которое в нашем случае является менее строгим, чем (3) и может специально не оговариваться. Результаты нашей работы могут быть применены для изучения возбуждения АПВ в таком конденсаторе в случае, когда расстояние между его обкладками велико по сравнению с глубинами проникновения возбуждаемых волн и волновые процессы на разных границах структуры можно рассматривать независимо. При выполнении условия (3) для частот возбуждаемых волн имеем выражения:

$$\omega_2 \approx m \omega_e \delta \alpha^{-1}, \quad (5a)$$

$$\omega_1 \approx \omega_h + 2^{-1} m^2 \Omega_e \delta^2 \alpha^{-2}, \quad (5b)$$

из которых видно, что  $\omega_1$  близка к верхней гибридной частоте, а для  $\omega_2$  выполняется неравенство:  $\omega_2^2 \ll \omega_e^2$ .

При вычислении компонент электромагнитных полей АПВ частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в условиях их параметрического взаимодействия в поле накачки (4) исходим из уравнений Максвелла и уравнений квазигидродинамики для холдной магнитоактивной плазмы. Учитывая

линейную по амплитуде поля накачки (4) параметрическую связь возбуждаемых волн, для компонент электромагнитных полей АПВ получаем следующие выражения:

$$H_{zj} = E_j \frac{e^{2\chi_j r}}{\sqrt{2\pi\chi_j r}} + \frac{\chi_j g_j(r)}{\chi_l^2 - \chi_j^2} E_o E_l^*, \quad E_{\varphi j} = -\frac{ic}{\omega_j} \frac{\epsilon_{lj}}{\epsilon_{lj}^2 - \epsilon_{2j}^2} \times \quad (6)$$

$$\times \left[ \left( \frac{m_j}{r} \frac{\epsilon_{2j}}{\epsilon_{1j}} + \chi_j \right) \frac{e^{2\chi_j r}}{\sqrt{2\pi\chi_j r}} E_j + \frac{g_i(r)}{\chi_l^2 - \chi_j^2} \left( \chi_l^2 + \frac{m_j}{r} \frac{\epsilon_{2j}}{\epsilon_{1j}} \chi_j \right) E_o E_l^* \right],$$

$$E_{rj} = -\frac{m_j c}{r \omega_j} H_{zj} - i \frac{\epsilon_{2j}}{\epsilon_{1j}} E_{\varphi j} + \frac{c}{\omega_j \epsilon_{1j}} g_{1j}(r) E_o E_l^*,$$

$$\text{где } g_i(r) = g_{2j}(r) + \epsilon_{2j} \epsilon_{1j}^{-1} g_{1j}(r), \quad g_{11} = -f_1(2\omega_e \omega_r^{-1} + m\delta r^{-1}),$$

$$g_{21} = f_1(1 - ar^{-1}), \quad f_1 = \frac{ee^{2\chi_2 r}}{2M\omega_o \omega_r \delta^2} \sqrt{\frac{\delta}{2\pi r}}, \quad g_{12} =$$

$$= f_2 \left( 1 - \frac{\alpha}{r} \frac{\alpha^2}{\delta^2} \frac{\omega_e^2}{\omega_r^2} (ms)^{-2} \right), \quad g_{22} = -f_2 \left[ \frac{\omega_e}{\omega_r} \left( 1 - \frac{\alpha}{r} \frac{\alpha^2}{\delta^2} (ms)^{-2} \right) + \frac{\omega_e}{\omega_o} \left( 1 + \frac{\alpha}{r} \frac{\alpha^2}{\delta^2} (ms)^{-2} \right) \right], \quad f_2 = \frac{es e^{2\chi_1 r}}{2M\delta\omega_o \omega_r} \sqrt{\frac{m\omega_e}{2\pi r a \omega_r}},$$

$$\chi_j^2 = \frac{\omega_j^2}{c^2} \frac{\epsilon_{2j}^2 - \epsilon_{1j}^2}{\epsilon_{1j}} -$$

обратные глубины проникновения АПВ,  $s = \Omega_e \omega_e^{-1}$ ,  $\epsilon_{ij} = \epsilon_i(\omega_j)$ ,  $\epsilon_{2j} = \epsilon_2(\omega_j)$  – компоненты тензора диэлектрической проницаемости холодной магнитоактивной плазмы,  $l, j = 1, 2; l \neq j$ ,  $e, M$  – заряд и масса электрона.

Из граничного условия, заключающегося в равенстве нулю тангенциальной составляющей напряженности электрического поля АПВ на границе плазма–металл ( $r = \alpha$ ), получаем следующее соотношение для амплитуд АПВ:

$$\mathcal{D}_j E_j = -\frac{g_i(\alpha) e^{-2\chi_j \alpha}}{\chi_l^2 - \chi_j^2} \sqrt{2\pi\chi_j \alpha} \left( \chi_l^2 + \frac{m_l}{\alpha} \frac{\epsilon_{2j}}{\epsilon_{1j}} \chi_j \right) E_o E_l^*, \quad (7)$$

где  $\mathcal{D}_j = \mathcal{D}(\omega_j, m_j) = (m_j \epsilon_{2j})(\alpha \epsilon_{1j})^{-1} + \chi_j$  – дисперсионное уравнение АПВ в отсутствие параметрической связи. Производя в  $\mathcal{D}_j$  замену  $\omega_j \rightarrow \omega_j + \frac{\partial}{\partial t}$  и учитывая в нем слабую столкновительную диссипацию, получаем следующую систему связанных уравнений для медленнomenяющихся амплитуд  $E_j$ :

$$\frac{\partial E_j}{\partial t} + v_j E_j = i\beta_i E_o E_l^*, \quad (8)$$

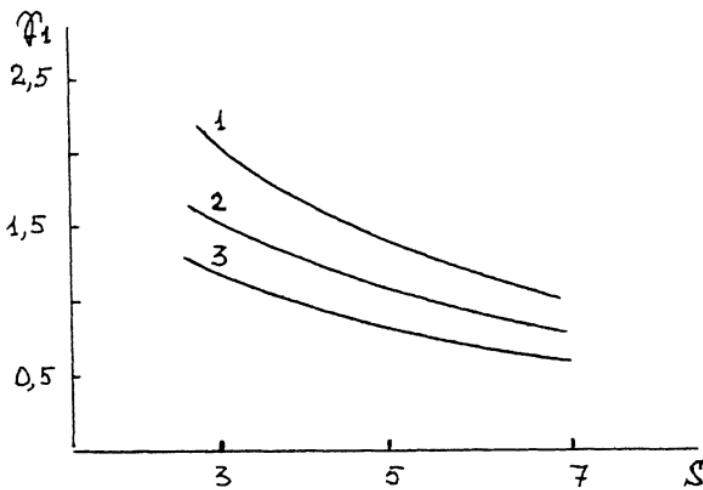


Рис. 1.

$$\text{где } \beta_i = \left( \frac{\partial \vartheta_j}{\partial \omega_j} \right)^{-1} \frac{\sqrt{2\pi \chi_j \alpha}}{\chi_j^2 - \omega_i^2} g_j(\alpha) e^{-\chi_j \alpha} \left( \omega_i^2 + \frac{m_j}{\alpha} \epsilon_{2j} \epsilon_{1j}^{-1} \chi_j \right) -$$

коэффициенты параметрической связи рассматриваемых волн в поле (4),  $\gamma_i$  — декременты столкновительного затухания АПВ. Система (8) справедлива на начальной стадии развития неустойчивости, когда влиянием возбуждаемых волн на накачку можно пренебречь. Из (8) получаем выражения для инкремента неустойчивости и порогового значения поля накачки:

$$\gamma = -2^{-1}(\nu_1 + \nu_2) + \sqrt{4^{-1}(\nu_1 - \nu_2)^2 + \beta_1 \beta_2 E_o^2}, \quad (9)$$

$$E_{\text{пор}} = \sqrt{\nu_1 \nu_2 (\beta_1 \beta_2)^{-1}}.$$

Из выражений (9) в условиях сильной надпороговости получим  $\gamma = \sqrt{\beta_1 \beta_2} E_o$ , а при выполнении соотношения  $\nu_1 (2\nu_2)^{-1} \gg \gg 2(E_o E_{\text{пор}})^2 \sim 1$  — выражение для инкремента диссипативной неустойчивости:  $\gamma = \nu_2 [(E_o E_{\text{пор}})^2 - 1]$ .

Для конкретных параметров исследуемой волноведущей структуры оценим значение  $E_{\text{пор}}$ , а также исследуем зависимость  $\gamma$  от плотности плазмы, магнитного поля и радиуса волновода. При  $n_o \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $H_o \approx 500 \text{ Э}$ ,  $\nu_j \omega_j^{-1} \approx 0.1$ ,  $\rho = \alpha \delta^{-1} = 20$  и  $m = 1$  величина  $E_{\text{пор}}$  составляет  $3.7 \text{ кВ/см}$ . С увеличением номера моды пороговое значение поля накачки увеличивается. Так, для  $m = 3$  величина  $E_{\text{пор}} = 4.2 \text{ кВ/см}$ . Значение можно снизить, уменьшая плотность плазмы или увеличивая величину магнитного поля. При  $H_o = 500 \text{ Э}$ , уменьшая плотность плазмы от  $2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  до  $1 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , порог неустойчивости уменьшается с  $6.5 \text{ кВ/см}$  до  $3.3 \text{ кВ/см}$ . Если плотность плазмы  $n_o = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , то изменением величины магнитного поля от  $250 \text{ Э}$  до  $1300 \text{ Э}$   $E_{\text{пор}}$  уменьшается от  $11 \text{ кВ/см}$  до  $2 \text{ кВ/см}$ .

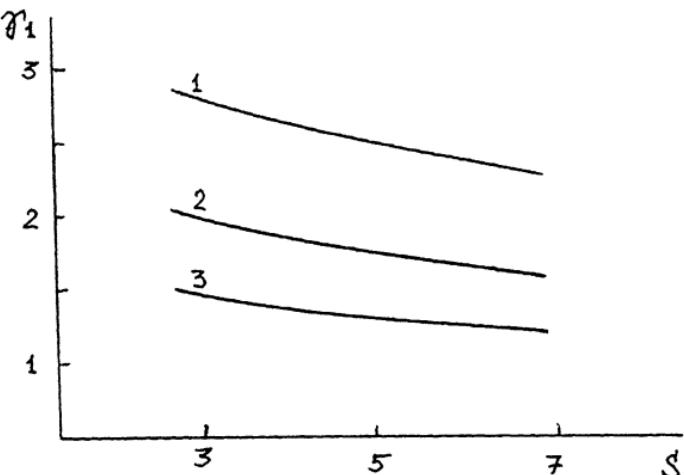


Рис. 2.

На рис. 1 представлена зависимость безразмерного инкремента неустойчивости  $\gamma_1 = (\gamma M_c)(e E_0)^{-1}$  от величины магнитного поля при  $\rho = 20$ ,  $E_0 = 1.3 E_{\text{пор}}$ ,  $\gamma_j \omega_j^{-1} = 0.1$ , для  $m = 1, 2, 3$ . Из рис. 1 видно, что с уменьшением  $H_0$  инкремент уменьшается в соответствии с аналитически выделенной зависимостью  $\gamma \sim H_0$  ( $\gamma \sim s^{-1}$ ). На рис. 2 изображена зависимость  $\gamma_1$  от плотности плазмы при  $d = \alpha \omega_e c^{-1} = 7$  и тех же значениях остальных параметров, что и для рис. 1. Из рис. 2 видно, что инкремент неустойчивости уменьшается с увеличением плотности плазмы. Аналитически выделенная зависимость  $\gamma_1(n_0)$  имеет следующий вид:  $\gamma_1 \sim n_0^{-1/4}$  ( $\gamma \sim s^{1/2}$ ). При  $s \geq 2$  функция  $s^{-1/2}$  представляет собой почти прямые нисходящие линии, что подтверждает численное решение, представленное на рис. 2. Из обоих рисунков следует, что первая мода характеризуется большим инкрементом и значением  $|\Delta \gamma_1(\Delta s)^{-1}|$ , где  $\Delta$  – приращение соответствующей величины, чем моды с  $m > 1$ .

В заключение отметим, что с ростом  $\alpha$  инкремент неустойчивости возрастает. Эту зависимость  $\gamma_1(\alpha)$  качественно можно пояснить из следующих соображений. Поскольку мы ведем рассмотрение в рамках теории слабой нелинейности, то коэффициенты связи  $\beta_1$  и  $\beta_2$  пропорциональны параметрам нелинейности возбуждаемых АПВ  $\mu_1$  и  $\mu_2$  ( $\mu_j = V_{Ej} V_{\phi j}^{-1}$ ,  $V_{Ej}$  – скорость осцилляций электронов в поле  $j$ -й волны,  $V_{\phi j}$  – величина, играющая роль фазовой скорости  $j$ -ой АПВ). Так как  $\gamma_1 \sim \sqrt{\beta_1 \beta_2}$ , то и  $\gamma_1 \sim \sqrt{\mu_1 \mu_2}$ . Можно показать, что произведение  $\mu_1 \mu_2$  возрастает с увеличением радиуса волновода. Однако, уже при  $\rho \geq 30$  условие  $\gamma \omega_j^{-1} \ll 1$  нарушается и одномодовое приближение, рассматриваемое в нашей задаче, становится несправедливым.

Таким образом, в настоящем сообщении рассмотрено параметрическое возбуждение азимутальных поверхностных волн в магнитоактивном плазменном волноводе во внешнем радиальном поле накачки. Показано, что одновременно могут возбуждаться две

АПВ из разных диапазонов частот существования с одинаковыми по модулю азимутальными волновыми числами. Приведены численные оценки для значений порогового поля накачки и исследована зависимость инкремента неустойчивости от плотности плазмы, величины внешнего магнитного поля и радиуса плазменного волновода.

### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Рухадзе А.А., Богданович Л.С., Розинский С.Е., Рухлин В.Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 165 с.
- [2] Кондратенко А.Н., Кукин В.М. Основы плазменной электроники. М.: Энергоатомиздат, 1988. 320 с.
- [3] Алексов Э.Г., Иванов С.Т. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 12. С. 1508-1512; 1989. Т. 15. № 9. С. 1131-1134.
- [4] Кондратенко А.Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1985. 215 с.
- [5] Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. Неустойчивости однородной плазмы. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
- [6] Силин В.П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М.: Наука, 1973. 287 с.
- [7] Азаренков Н.А., Кондратенко А.Н., Остrikov K.N. // ЖТФ. 1990. Т. 60. № 1. С. 31-36.
- [8] Гирка В.А., Гирка И.А., Кондратенко А.Н., Ткаченко В.И. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 2. С. 296-299.
- [9] Азаренков Н.А., Кондратенко А.Н., Остrikov K.N. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. № 14. С. 68-71.

Харьковский государственный  
университет

Поступило в Редакцию  
19 февраля 1990 г.