[5] Авдуевский В.С., Бабаев Ю.Н., Денисов Ю.Н. и др. // ДАН СССР. 1986. Т. 286. № 5. С. 1116–1119.
[6] Антюхов В.В., Глова А.Ф., Качурин О.Р. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. В. 2. С. 63–65.
[7] Yamashita E., Mitra R., Itoh T. / Electr. lett. 1969. V. 5. N 4. P. 67–68.
[8] Ананьев Ю.А., Гришманова Н.И., Свенцицкая Н.А. // ЖТФ. 1973. Т. 43. № 8. С. 1530–1536.
[9] Епишин В.А., Маслов В.А., Рябых В.Н. и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 24. С. 2237–2242.
[10] Матизен Ю.Э., Троицкий Ю.В. // Квантовая электроника. 1989. Т. 16. № 12. С. 2475–2481.
[11] Weldkamp W.B. // Appl. Opt. 1982. V. 21. N 17. P. 3209–3212.
[12] Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика. М.: Наука, 1966. 240 с.
[13] Применение методов фурье-оптики. Под ред. Г. Старка. М.: Мир, 1988. 536 с.
[14] Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1988. 336 с.
[15] Баскаков О.И., Епишин В.А. Тр. У1 Всесоюз. симп. по дифракции и распространению волн. Москва–Ереван. Наука, 1973. С. 256–260.
[16] Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям. М.: Мир, 1983. 349 с.

Харьковский
государственный
университет

Поступило в Редакцию
2 октября 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 17, вып. 2 26 января 1991 г.

07

НЕЛИНЕЙНЫЕ СВОЙСТВА МЕЛКОСЛОИСТОЙ СРЕДЫ

Р.З. Витлина, Л.И. Магарилл

Исследованию электромагнитных свойств сред, состоящих из чередующихся слоев, сделанных из однородных (изотопных или анизотропных) материалов, посвящено значительное число работ (см., например, [1–3]). В этих работах рассматривались в основном эффективные диэлектрические характеристики такой системы, введение которых имеет смысл только в длинноволновом пределе, когда период структуры d мал по сравнению с длиной распространяющейся в среде волны λ.

При изучении нелинейных свойств сверхрешеток, состоящих из чередующихся слоев с разными $\hat{\varepsilon}^{1,2}$ *, $\hat{\chi}^{1,2}$ (здесь $\hat{\varepsilon}^{1,2}$ – тензор диэлектрической проницаемости, $\hat{\chi}^{1,2}$ – тензор нелинейной восприимчивости первого и второго слоев) возникает задача о вычислении тензора эффективной нелинейной восприимчивости такой структуры.

Будем следовать работе [3], где обобщен результат [1] на случай анизотропных слоев. Предложенный в [3] подход дает возможность получить результат, используя простые физические соображения: а) аддитивность электрического дипольного момента, б) постоянство электрического поля й электромагнитной индукции в каждом слое. Эти допущения позволяют записать вектор эффективной поляризации структуры в виде

$$\vec{P}^{ef}=\frac{a_1}{d}\vec{P}^{(1)}+\frac{a_2}{d}\vec{P}^{(2)}=c\vec{P}^{(1)}+(1-c)\vec{P}^{(2)}. \qquad (1)$$

Здесь $\vec{P}^{(1,2)}$ – поляризация первого и второго слоев, $a_{1,2}$ – их толщины. Используя (1) и граничные условия на поверхности раздела сред, получим следующие выражения для эффективного поля $\vec{E}^{ef}$ и индукции $\vec{D}^{ef}$:

$$E^{ef}_{x,y}=E^{(1)}_{x,y}=E^{(2)}_{x,y}, \qquad D^{ef}_{x,y}=cD^{(1)}_{x,y}+(1-c)D^{(2)}_{x,y},$$
$$E^{ef}_{z}=cE^{(1)}_{z}+(1-c)E^{(2)}_{z}, \qquad D^{ef}_{z}=D^{(1)}_{z}=D^{(2)}_{z} \qquad (2)$$

(ось z направлена по нормали к поверхности слоев).

В линейном приближении связь между комплексными амплитудами $\vec{D}^{ef}$ и $\vec{E}^{ef}$ осуществляется с помощью тензора $\hat{\varepsilon}^{ef}$

$$\vec{D}^{ef}(\omega)=\hat{\varepsilon}^{ef}(\omega)\,E^{ef}(\omega). \qquad (3)$$

В работе [3] приведены значения компонент тензора $\hat{\varepsilon}^{ef}$ в общем случае анизотропных слоев, когда проницаемости $\hat{\varepsilon}^{1,2}$ являются тензорами. Выражения становятся особенно простыми, когда слой оптически изотропны. При этом [1]:

$$\varepsilon^{ef}_{xx}=\varepsilon^{ef}_{yy}=c\varepsilon^{(1)}+(1-c)\,\varepsilon^{(2)}, \quad \left(\varepsilon^{ef}_{zz}\right)^{-1}=\frac{c}{\varepsilon^{(1)}}+\frac{1-c}{\varepsilon^{(2)}}. \qquad (4)$$

---

* Под $\hat{\varepsilon}$ понимаем тензор диэлектрической проницаемости, определенный соотношением $\varepsilon(\omega)=\varepsilon_0(\omega)+4\pi i\sigma/\omega$, где $\hat{\varepsilon}_0(\omega)$ – тензор „фоновой" диэлектрической проницаемости, $\sigma(\omega)$ – тензор проводимости Это дает возможность изучения нелинейности не только диэлектрических сред, но и проводящих (в частности, полупроводников).

Перейдем к вычислению эффективных нелинейных характеристик такой системы. Очевидно, что нелинейная часть вектора поляризации также удовлетворяет соотношению типа (1):

$$(P^{NL})^{ef} = c\left(P^{NL}\right)^{(1)} + (1-c)\left(P^{NL}\right)^{(2)}. \qquad (5)$$

Естественно определить тензор эффективной нелинейной восприимчивости l -го порядка следующим образом:

$$\left(P^{NL}(\Omega)\right)_i^{ef} = \chi_{ij_1j_2\ldots j_l}(\Omega;\omega_1,\omega_2\ldots\omega_l)E_{j_1}(\omega_1)E_{j_2}(\omega_2)\ldots E_{j_l}(\omega_l). \qquad (6)$$

Приведем несколько примеров вычисления компонент тензоров $\hat{\chi}^{ef}$.

1. Квадратичная нелинейность. В каждом из слоев справедливо соотношение

$$\left[P^{NL}(\Omega)\right]_i^{(1,2)} = \chi_{ijk}^{(1,2)}(\Omega;\omega_1,\omega_2)E_j^{(1,2)}(\omega_1)E_k^{(1,2)}(\omega_2). \qquad (7)$$

Подставляя (7) в (5) и выражая поля в средах 1, 2 через $\vec{E}^{ef}$ с использованием (2) и (3), из сравнения с соотношением (6) при $l=2$ находим для оптически изотропных слоев:

$$\chi_{ijk}^{ef}(\Omega;\omega_1,\omega_2) = \bar{\chi}_{ijk}(\Omega;\omega_1,\omega_2) \quad (j,k = x,y),$$

$$\chi_{ijz}^{ef}(\Omega;\omega_1,\omega_2) = \left(\overline{\frac{\chi_{ijz}(\Omega;\omega_1,\omega_2)}{\varepsilon(\omega_2)}}\right)\varepsilon_{zz}^{ef}(\omega_2)\,(j=x,y), \qquad (8)$$

$$\chi_{izz}^{ef}(\Omega;\omega_1,\omega_2) = \left(\overline{\frac{\chi_{izz}(\Omega;\omega_1,\omega_2)}{\varepsilon(\omega_1)\varepsilon(\omega_2)}}\right)\varepsilon_{zz}^{ef}(\omega_1)\varepsilon_{zz}^{ef}(\omega_2).$$

Черта в формулах (8) означает усреднение вида: $\bar{A} = cA^{(1)} + (1-c)A^{(2)}$, ε_{zz}^{ef} определено формулой (4). Выражения (8) получены в рамках приближения заданного поля (использована линейная связь между $\vec{D}$ и $\vec{E}$).

Если слои анизотропны и характеризуются тензорами второго ранга $\hat{\varepsilon}^{(1)}$, $\hat{\varepsilon}^{(2)}$ то выражения для компонент $\hat{\chi}^{ef}(\Omega;\omega,\omega)$ имеют вид

$$\chi_{ijk}^{ef} = \bar{\chi}_{ijk} + \left[\overline{\frac{\chi_{ijk}}{\varepsilon_{zz}}\left(\varepsilon_{zk}^{ef} - \varepsilon_{zk}\right)}\right] +$$
$$+ \left[\overline{\frac{\chi_{izz}}{\varepsilon_{zz}^2}\left(\varepsilon_{zj}^{ef} - \varepsilon_{zj}\right)\left(\varepsilon_{zk}^{ef} - \varepsilon_{zk}\right)}\right](j,k = x,y),$$

$$\chi_{ijz}^{ef} = \varepsilon_{zz}^{ef}\left[\overline{\left(\frac{\chi_{ijz}}{\varepsilon_{zz}}\right) + 2\frac{\chi_{izz}}{\varepsilon_{zz}^2}\left(\varepsilon_{zj}^{ef} - \varepsilon_{zj}\right)}\right](j = x,y), \qquad (9)$$

$$\chi_{izz}^{ef} = \left(\varepsilon_{zz}^{ef}\right)^2\left(\overline{\frac{\chi_{izz}}{\varepsilon_{zz}^2}}\right).$$

Здесь частотные аргументы для краткости опущены.

Величины $\mathcal{E}_{ij}^{et}$ приведены в работе [3].

2. Кубическая нелинейность. В этом случае

$$\left(P^{N4}(\Omega)\right)_i^{ef} = \chi_{ijkl}^{ef}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3)\, E_j^{ef}(\omega_1)\, E_k^{ef}(\omega_2)\, E_l^{ef}(\omega_3). \qquad (10)$$

Для оптически изотропных слоев, действуя по аналогии с рассмотренным выше примером, находим следующие значения компонент тензора $\hat{\chi}^{ef}$:

$$\chi_{ijkl}^{ef}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \bar{\chi}_{ijk}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3)\,(j, k, l = x, y),$$

$$\chi_{ijkz}^{ef}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \left(\overline{\frac{\chi_{ijkz}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3)}{\mathcal{E}(\omega_3)}}\right) \mathcal{E}_{zz}^{ef}(\omega_3)\,(j, k = x, y),$$

$$\chi_{ijzz}^{ef}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \left(\overline{\frac{\chi_{ijzz}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3)}{\mathcal{E}(\omega_2)\,\mathcal{E}(\omega_3)}}\right) \mathcal{E}_{zz}^{ef}(\omega_2)\,\mathcal{E}_{zz}^{ef}(\omega_3)\,(j = x, y),$$

$$\chi_{izzz}^{ef}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \left(\overline{\frac{\chi_{izzz}(\Omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3)}{\mathcal{E}(\omega_1)\,\mathcal{E}(\omega_2)\,\mathcal{E}(\omega_3)}}\right) \times$$

$$\times\, \mathcal{E}_{zz}^{ef}(\omega_1)\, \mathcal{E}_{zz}^{ef}(\omega_2)\, \mathcal{E}_{zz}^{ef}(\omega_3).$$

Другие компоненты тензора χ_{ijkl}^{ef} могут быть получены перестановкой индексов и аргументов $j, \omega_1;\ k, \omega_2;\ l, \omega_3$.

Формулы (8), (9), (11) могут быть использованы при решении нелинейных оптических задач, когда вместо слоистой периодической структуры рассматривается полубесконечная однородная среда, характеризуемая параметрами $\hat{\mathcal{E}}^{ef}$ и $\hat{\chi}^{ef}$.

В заключение выражаем благодарность А.В. Гайнеру за весьма полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Рытов С.М. // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 605.
[2] Левин М.Л. // ЖТФ. 1948. Т. 18. С. 1399.
[3] Djafari Rouhani B., Sapriel J. // Phys. Rev. 1986. V. 34. P. 7114.

Институт физики полупроводников СО АН СССР, Новосибирск

Поступило в Редакцию 1 ноября 1990 г.