но достаточно для оценки последнего.

Сделаем оценки изменения температуры рабочего тела за период. Взяв типичные значения $k_{1,2} \simeq 10^5$ эрг/см^3, $M_{1,2} \simeq 10^4$ Гс, $\frac{\partial k_{12}}{\partial T} \simeq 10^4$ эрг/см^3 К, $\frac{\partial M_{12}}{\partial T} \simeq 10^{-1}$ Гс/К, $c \simeq 10^7$ эрг/см^3 К, $H \simeq 10^4$ Э, $T \simeq 10^3$ К, имеем $\delta T \simeq 10^{-2}$ К, что по порядку величины соответствует магнитокалорическому эффекту, связанному с изменением магнитной части энтропии при перемагничивании. Существенной особенностью этой холодильной машины является непрерывное охлаждение рабочего тела.

Список литературы

[1] Архаров А.М., Брандт Н.Б., Жердев А.А. // Холодильная техника. 1980. № 8. С. 13–18.

[2] Белов К.П., Никитин С.А. В кн.: Магнитные свойства кристаллических и аморфных сред. Новосибирск: Наука, 1989. С. 19–42.

Институт физики
СО АН СССР,
Красноярск

Поступило в Редакцию
6 сентября 1990 г.
В окончательной редакции
10 января 1991 г.

Письма в ЖТФ, том 17, вып. 5 12 марта 1991 г.

03; 09

МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОВОДЯЩЕЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ С ОГРАНИЧЕННОЙ ПОДАТЛИВОЙ МЕМБРАНОЙ

Т.Г. Жгенти, Г.Ш. Кеванишвили

Известно, что частота собственных колебаний капиллярных волн на поверхности сферической жидкости с плотностью ρ_1, погруженной в другую жидкость с плотностью ρ_2, имеет вид [1]:

$$\omega_n = \sqrt{T \frac{(n-1)n(n+2)}{a^3\left(\rho_1 + \rho_2 \frac{n}{n+1}\right)}}, \quad (n = 2, 3, 4 \ldots),$$

где T – поверхностное натяжение жидкости, a – радиус сферы.

Приведенная формула была выведена без учета вязкости жидкости (ν_1 и ν_2). $\beta_n(\nu_1, \nu_2)$ – коэффициент затухания колебаний.

Цель настоящего сообщения состоит в определении величины собственных частот капиллярных волн с учетом вязкости сред в случае сферической и цилиндрической мембран.

1. Рассмотрим колебания податливой сферической мембраны с поверхностным натяжением T, которая заполнена вязкой проводящей несжимаемой жидкостью и помещена в подобной жидкости. Пусть вся эта система подвергается воздействию низкочастотного электромагнитного поля с круговой частотой ω_0. С этой целью воспользуемся уравнениями Навье–Стокса, описывающими движение жидкости внутри и вне ее, которые в линейном приближении запишутся следующим образом:

(внутри сферы)

$$\rho_1\frac{\partial\vec{v}_1}{\partial t}=-grad\,p_1+\vec{F}_1\cdot exp(-i\omega t)+\nu_1\cdot\rho_1\Delta\vec{v}_1, \qquad (1)$$

(вне сферы)

$$\rho_2\frac{\partial\vec{v}_2}{\partial t}=-grad\,p_2+\vec{F}_2\cdot exp(-i\omega t)+\nu_2\cdot\rho_2\Delta\vec{v}_2, \qquad (2)$$

где ρ, p, ν – плотность, давление и кинематическая вязкость жидкости, $\vec{F}$ – плотность объемной электродинамической силы $\omega=2\omega_0$.

При малых колебаниях жидкости и малых ν_1 и ν_2 ее движение можно считать потенциальным [2]: $rot\,\vec{v}_1\simeq 0$, $rot\,\vec{v}_2\simeq 0$. Следовательно, можно принять $\vec{v}_1\simeq grad\,\varphi_1$, $\vec{v}_2\simeq grad\,\varphi_2$, где φ_1 и φ_2 – потенциалы скоростей, удовлетворяющие уравнениям Лапласа

$$\Delta\varphi_1=0,\quad \Delta\varphi_2=0. \qquad (3)$$

Ограничиваясь рассмотрением радиальных компонент колебаний жидкости, уравнения (1) и (2) можно преобразовать к виду

$$\frac{\partial p_1}{\partial t}=\rho_1\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2}-i\omega R_1\cdot exp(-i\omega t), \qquad (4)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial t}=-\rho_2\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2}-i\omega R_2\cdot exp(-i\omega t), \qquad (5)$$

где $R_1=\int F_{1r}dr$, $R_2=\int F_{2r}dr$, F_{1r} и F_{2r} – радиальные компоненты электродинамических сил.

В сферической системе координат (r, θ, ψ) уравнения (3) имеют следующие решения:

$$\varphi_1=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}A_{nm}\cdot r^n\cdot P_n^m(cos\theta)\cdot exp(im\psi-i\omega t),\quad (0\le r\le a),$$

$$\varphi_2=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}B_{nm}\cdot r^{-(n+1)}\cdot P_n^m(cos\theta)\cdot exp(im\psi-i\omega t),\quad (r\ge a),$$

где a – радиус сферы, $P_n^m(\cos\theta)$ – функции Лежандра, A_{nm} и B_{nm} – коэффициенты, которые должны быть определены из граничных условий [2]:

$$\Psi_1 = \Psi_2 \quad \text{при} \quad r = a, \tag{6}$$

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{\partial p_2}{\partial t}\right)_{r=a} = \frac{T}{a^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + ctg\theta\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\psi^2} + 2\right)\frac{\partial\Psi_1}{\partial r} + 2\left(\nu_1\rho_1\frac{\partial v_{1r}}{\partial r} - \nu_2\rho_2\frac{\partial v_{2r}}{\partial r}\right). \tag{7}$$

Определив A_{nm} и B_{nm}, можно найти смещение u мембраны от сферического положения, согласно соотношению $u = \int\frac{\partial\Psi}{\partial r}dt$

$$u(\theta,\psi,t) = -\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n(2n+1)\cdot S_n(\theta,\psi)\cdot exp(i\omega t)}{\omega^2 - \omega_n^2 - 2i\omega\beta_n}, \tag{8}$$

где

$$S_n(\theta,\psi) = \frac{1}{2a\left(\rho_1 + \rho_2\frac{n}{n+1}\right)}\sum_{m=0}^{n}P_n^m(\cos\theta)\cdot G_{nm}(a)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}exp(im\psi),$$

$$G_{nm}(a) = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}(R_1 - R_2)\cdot P_n^m(\cos\theta)\cdot\sin\theta\cdot exp(-im\psi)d\theta\cdot d\psi,$$

$$\omega^2 = T\frac{(n-1)n(n+2)}{d^3\left(\rho_1 + \rho_2\frac{n}{n+1}\right)}, \tag{9}$$

$$\beta_n = n\frac{\nu_1\rho_1(n-1) + \nu_2\rho_2(n+2)}{a^2\left(\rho_1 + \rho_2\frac{n}{n+1}\right)}. \tag{10}$$

Формула (9) определяет частоты собственных колебаний сферической мембраны [1]. Выражение (10) представляет коэффициент затухания β_n рассматриваемых колебаний. Расчеты, проведенные по формуле (10), при $n \geqslant 2$ и весьма малых величинах радиуса показали, что коэффициент β_n принимает очень большие значения, следовательно, при вынужденных колебаниях биомембран разонансные эффекты не могут возникать (существование которых ошибочно утверждается в научной литературе [1]). Вероятно, этим и можно объяснить повышенную чувствительность живых организмов к широкому частотному диапазону электромагнитных полей [4–7]. Если же величина радиуса довольно большая, тогда β_n при сравнительно малых n принимает незначительные значения, достаточные для реализации заметных резонансных эффектов.

Формулу (8) можно использовать для нахождения величины смещения реально существующих замкнутых мембран. Если в качестве примера взять эритроциты, то, подвергая их действию соленоидального низкочастотного электромагнитного поля, можно найти численное значение смещения мембраны для наименьшей моды n = = 2 (ввиду симметрии задачи, будут присутствовать только четные моды):

$$|u_2| = \frac{30\mu_2 \cdot J^2}{a \cdot \rho \cdot d^2 \sqrt{(\omega^2 - \omega_n^2) + 4\omega^2 \beta_2^2}} . \qquad (11)$$

Сила тока в соленоиде J = 0.5 А, радиус эритроцита a = = 4.7·10^{-6} м, $\rho_1 = \rho_2 \cong 10^3$ кг/м^3, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, вязкость крови $\nu_1 = \nu_2 = 4 \cdot 10^{-6}$ м^2/с, диаметр провода соленоида колебательного контура LC , $d = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $\omega = 2\pi \times$ $\times\, 10^4$ рад/с, $T = 10^4$ Н/м, $\mu_2 = \mu \cdot \mu_0$, где $\mu = \mu' \cdot N$ (N = = 3.3·10^{-3} – содержание железа в гемоглобине [3], $\mu = 4 \cdot 10^3$). Подставляя эти значения в расчетную формулу (11), величина смещения от радиуса a эритроцита составит около двух с половиной процентов.

Интересно заметить, что формула (8) справедлива и для постоянного поля (ω = 0). В этом случае имеет место постоянная деформация мембраны, форма которой определяется структурой функции $S_n(\theta, \varphi)$.

2. Формулы (9) и (10) могут быть использованы для нахождения собственных частот и коэффициентов затухания капиллярных волн, для жидких структур, имеющих сферическую форму. Например, для водяной капли, находящейся в воздухе, в силу $\rho_1 \gg \rho_2$ получим

$$\omega_n = \sqrt{T\,\frac{(n-1)n(n+2)}{a^3 \cdot \rho_1}}, \quad \beta_n = \frac{\nu}{a^2} n(n-1), \quad (n = 2, 3, 4, \ldots)$$

Первая из этих формул была получена Релеем еще в 1879 г., а вторая для коэффициента затухания капиллярных волн, по-видимому, оригинальна. Из нее, в частности, следует, что для водяной капли с радиусом $a = 2 \cdot 10^{-3}$ м и $\nu = 10^{-6}$ м^2/с при n = 2 находим β_2 = 0.5 с$^{-1}$. Следовательно, время релаксации капиллярных волн в данном случае равно $t_{рел}$ = 9.2 с.

3. Пусть те же условия выполняются для цилиндра с податливой боковой поверхностью и с закрепленными основаниями, что и для сферической поверхности. Величину частоты собственных колебаний боковой поверхности цилиндра можно найти из соотношений

$$\omega_{nm}^2 = \frac{T}{a^3} \cdot \frac{m(2m^2+4m+3) + a^2 q_n^2}{\rho_1 I_m(aq_n) + \rho_2 K_m(aq_n)} \cdot I_m(a \cdot q_n)$$

(n, m = 0, 1, 2, ...),

где $I_m(aq_n)$ – модифицированная функция Бесселя, $K_m(a \cdot q_n)$ – функция Магдональда, $q_n = \pi(2n+1)/l$, l – длина цилиндра.

При $a/l \ll 1$ линейная частота основной моды имеет следующий вид: $f_{00}^2 = \frac{T}{4\pi^2 a l^2} \cdot K_0\left(\frac{\pi a}{l}\right)$, а коэффициент затухания $\beta_{00} \sim \nu/al$. Простые расчеты показывают, что f_{00} принимает значения нескольких долей герца при $T \sim 10^{-3}$ Н/м, что соизмеримо с собственными частотами колебаний магнитосферы Земли; при этом значение коэффициента β_{00} лежит в интервале (0.01–1) c^{-1}. В связи с этим могут наблюдаться ярко выраженные резонансные явления и, следовательно, соответствующие биологические клетки (например, нервные) будут проявлять повышенную биологическую активность к инфразвуковым электромагнитным полям, например, к пульсациям геомагнитного поля, особенно во время магнитных бурь.

Список литературы

[1] Аккерман Ю. Биофизика. М.: Мир, 1964. 252 с.

[2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. С. 77.

[3] Левтов В.А., Регирер С.А., Шадрина Н.Х. Реология крови. М.: Медицина, 1982. С. 54.

[4] Электромагнитные поля в биосфере / Под ред. Н.В. Красногорской. Т. 1, П. М.: Наука, 1984. 375 с.

[5] Жгенти Т.Г., Саришвили И.Ф., Чхенкели Н.Н. и др. А.С. № 206245, 1967. Бюлл. № 24.

[6] Жгенти Т.Г., Кеванишвили Г.Ш. // Биофизика. 1980. Т. 25. №1. С. 189.

[7] Жгенти Т.Г., Катамидзе К.К., Кеванишвили Г.Ш., Нишнианидзе К.А. А.С. № 789119, 1980. Бюлл. № 47.

Поступило в Редакцию
7 августа 1990 г.
В окончательной редакции
28 ноября 1990 г.