

Магнитный момент нанотрубки со спиральной симметрией

© А.А. Григорькин, С.М. Дунаевский

Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова Российской академии наук,
188300 Гатчина, Ленинградская обл., Россия

E-mail: dunaevsk@mail.pnpi.spb.ru

(Поступила в Редакцию 2 июля 2007 г.)

Исследованы магнитные свойства модели нанотрубки, спиральная симметрия которой обусловлена протяженным δ -потенциалом. Изучена зависимость магнитного момента системы от магнитного потока. Показано, что равновесный магнитный момент при большой амплитуде δ -потенциала является гладкой функцией потока. Найдено выражение для магнитного момента, приобретаемого данной системой при протекании по ней электронного тока в баллистическом режиме.

PACS: 73.22.-f, 73.63.Fg

1. Введение

В последние годы нанотрубки находят широкое применение в различных приборах квантовой электроники, что обуславливает интерес к исследованиям их магнитных и транспортных свойств [1–6]. Это касается углеродных трубок и полученных в последние годы структур из напряженных слоев GaAs/In_xGa_{1-x}As [7,8], радиусы кривизны которых могут варьироваться в широких пределах.

Орбитальный магнетизм 2D-электронного газа на поверхности цилиндра рассматривался в работах [9,10]. Влияние спин-орбитального взаимодействия на магнитный момент квантового цилиндра в продольном магнитном поле было исследовано в [11].

В настоящей работе рассматриваются магнитные свойства нанотрубки со спиральной симметрией, которая обусловлена наличием спирального дефекта, моделируемого протяженным δ -потенциалом. Нарушение симметрии структуры относительно инверсии координат приводит к появлению особенностей в поведении физических свойств электронного газа, помещенного в магнитное поле [12–14]. В приложении к нанотрубкам, обладающим спиральной симметрией, это может приводить, например, к появлению у них особенностей транспортных свойств [15–18].

2. Модель

Рассматриваемая в работе модель [16] представляет собой цилиндр с бесконечно тонкими стенками и навитым на его поверхность протяженным спиральным δ -потенциалом амплитуды V_0 и периодом T_z по оси цилиндра. В пределе $V_0 = \infty$ данная модель соответствует уже реализованной в эксперименте квазидвумерной ленте, свернутой в спираль [7]. При конечном значении амплитуды δ -потенциала возможно туннелирование электронов между соседними витками системы, что соответствует общему случаю нанотрубки.

Спиральная симметрия приводит к тому, что гамильтониан данной системы коммутирует с оператором им-

пульса движения по спирали, который имеет следующий вид:

$$\hat{K} = \hbar \frac{\partial}{i\partial z} + \alpha \hbar \frac{\partial}{i\partial \varphi}. \quad (1)$$

Параметр α в (1) связан с периодом T_z спирали по оси цилиндра соотношением $\alpha = 2\pi/T_z$.

Одноэлектронный спектр данной системы, найденный нами в [16], имеет вид

$$E_m(k) = \varepsilon^* \left\{ \gamma \left(\frac{k}{\alpha} + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 + \frac{\alpha^2 R^2}{\gamma} \frac{\Delta_m^2}{4} \right\}. \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon^* = \hbar^2/2m^*R^2$, m^* — эффективная масса электрона, k — собственное число оператора (1), $\gamma = \frac{\alpha^2 R^2}{1+\alpha^2 R^2}$, индекс $m = 1, 2, \dots$ нумерует энергетические подзоны.

Числа Δ_m являются корнями уравнения

$$-\varepsilon^* \frac{\Delta}{V_0} = \frac{\sin(\pi\Delta)}{\cos(\pi\Delta) - \cos(\pi S)}, \quad (3)$$

где

$$S = 2\gamma \left(\frac{k}{\alpha} + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) - 2 \frac{\Phi}{\Phi_0}. \quad (4)$$

В (4) Φ — магнитный поток через сечение цилиндра, $\Phi_0 = ch/e$ — квант потока.

Для номеров m , не превышающих по величине целую часть числа V_0/ε^* , точное решение (3) можно аппроксимировать выражением

$$\Delta_m \simeq \left(1 - \frac{\varepsilon^*}{4V_0} \right) + m \frac{\varepsilon^*}{4V_0} \cos(\pi S + \pi m). \quad (5)$$

Погрешность при такой аппроксимации не превышает одного процента.

Магнитный момент трубки будем искать, полагая постоянным химический потенциал электронного газа. В этом случае магнитный момент M определяется как производная термодинамического потенциала по магнитному полю B [19]

$$M = \frac{l}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} dk \frac{dE_m(k)}{dB} \rho_F \{E_m(k)\}. \quad (6)$$

Здесь ρ_F — функция Ферми–Дирака, l — длина трубки.

Используя (3) и (4), нетрудно показать, что для производных энергии (2) имеет место следующее соотношение:

$$\frac{dE_m(k)}{dB} = \frac{m_0}{m^*} \mu_B \left\{ \left(\frac{k}{\alpha} + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) - \frac{1}{2\alpha R^2 \varepsilon^*} \frac{dE_m(k)}{dk} \right\}, \quad (7)$$

где μ_B — магнетон Бора, m_0 — обычная масса электрона, а производная dE_m/dk имеет вид

$$\frac{dE_m(k)}{dk} = \frac{\varepsilon^*}{\alpha} \left\{ 2\gamma \left(\frac{k}{\alpha} + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) + \alpha^2 R^2 \frac{\Delta_m \sin(\pi \Delta_m) \sin(\pi S)}{\sin^2(\pi \Delta_m) - \frac{V_0}{\varepsilon^*} \frac{\sin(2\pi \Delta_m)}{2\Delta_m} + \frac{V_0}{\varepsilon^*} \frac{\sin^2(\pi \Delta_m)}{\pi \Delta_m^2}} \right\}. \quad (8)$$

Выражение (7) позволяет представить магнитный момент спиральной трубки в виде

$$M = M_0 - M_1, \quad (9)$$

где

$$M_0 = \mu_B \frac{m_0}{m^*} \frac{l}{\pi} \sum_{m=1-\infty}^{\infty} \int dk \left(\frac{k}{\alpha} + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \rho_F \{E_m(k)\}, \quad (10)$$

$$M_1 = \mu_B \frac{m_0}{m^*} \frac{l}{2\alpha R^2 \pi \varepsilon^*} \sum_{m=1-\infty}^{\infty} \int dk \frac{dE_m(k)}{dk} \rho_F \{E_m(k)\}. \quad (11)$$

Электронному состоянию (k, m) соответствует скорость v_z вдоль оси цилиндра, определяемая выражением $v_z = \frac{dE_m(k)}{hdk}$, поэтому M_1 пропорционален продольному электронному току, текущему по трубке. Переходя в (11) к интегрированию по энергии, нетрудно показать, что интеграл равен нулю, т. е. продольный ток отсутствует и $M_1 = 0$. Таким образом, равновесный магнитный момент нанотрубки определяется формулой (10). Для $V_0 = 0$ в соответствии с (1) можно выразить k через z -компоненты импульса и момента импульса, имеющие в этом пределе определенные значения. При этом (10) переходит в известное выражение для магнитного момента квантового цилиндра [10].

3. Основные свойства M_0

Очевидно, что вследствие периодически электронного спектра (2) магнитный момент также является периодической функцией магнитного потока.

Величина α меняет знак при смене направления вращения спирали. Как следует из (2)–(4), для электронных спектров $E_m(k)$, соответствующих различным направлениям вращения спирали, имеет место соотношение $E_m(k, \alpha) = E_m(-k, -\alpha)$. Используя данное свойство спектра, нетрудно показать, что равновесный магнитный момент (10) не зависит от знака α .

Введем для краткости безразмерную величину $K = \frac{k}{\alpha} + \frac{\Phi}{\Phi_0}$, пропорциональную скорости движения электрона в состоянии (k, m) по спирали. Перейдя в (10) к интегрированию по K , получаем

$$M_0 = \mu_B \frac{m_0}{m^*} \frac{\alpha l}{\pi} \sum_{m=1-\infty}^{\infty} \int dK K \rho_F \{E_m(K)\}. \quad (12)$$

Достаточным условием равенства $M_0 = 0$ является нечетность подынтегральной функции, которая возникает при наличии вырождения энергии относительно знака K . Из (2)–(4), следует, что вырождение $E_m(K) = E_m(-K)$ имеет место при целом и полужелом магнитном потоке. Кроме того, при некоторых значениях потока M_0 может обращаться в нуль из-за взаимной компенсации моментов занятых электронных состояний.

Используя (2)–(4), для энергии электрона получаем соотношение

$$E_m(K, \Phi/\Phi_0) = E_m(-K, 1 - \Phi/\Phi_0). \quad (13)$$

Из (13) следует нечетность функции (12) на отрезке $0 \leq \Phi/\Phi_0 \leq 1$

$$M_0(1 - \Phi/\Phi_0) = -M_0(\Phi/\Phi_0). \quad (14)$$

При нулевой температуре $\rho_F(E_{mK}) = \theta(E_F - E_{mK})$ и M_0 выражается через значения $K_{m,n} = K_{m,n}(E_F, \alpha R, V_0, \Phi/\Phi_0)$, соответствующие состояниям, лежащим на уровне Ферми E_F электронной подсистемы. Индекс $n = 1, \dots, N_m$ нумерует точки пересечения m -й подзоны с уровнем Ферми

$$M_0 = \mu_B \frac{m_0}{m^*} \frac{\alpha l}{2\pi} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{N_m/2} (K_{m,2n}^2 - K_{m,2n-1}^2). \quad (15)$$

Здесь $m_{\max} = m_{\max}(E_F, \alpha R, V_0, \Phi/\Phi_0)$ — максимальный номер подзоны, которая имеет участки, пересекающие E_F . Как видно из (2) и (5), дисперсионная зависимость $E_m(k)$ электронных состояний представляет собой набор парабол, соответствующих спектру спиральной ленты, с наложенными на них осцилляциями, амплитуда которых тем больше, чем меньше V_0 . Поэтому значение m_{\max} определяется величинами V_0 и Φ/Φ_0 и может быть равно либо m_r , либо $m_r + 1$, где $m_r(E_F)$ — максимальный номер параболической подзоны спектра спиральной ленты [16], пересекающей уровень Ферми (рис. 1),

$$m_r(E_F) = \left[\sqrt{\frac{4}{1 + \alpha^2 R^2} \frac{E_F}{\varepsilon^*} + 1} \right]. \quad (16)$$

Квадратные скобки в (16) означают целую часть числа, а E_F отсчитывается от дна низшей подзоны.

Осцилляции энергетических подзон сдвигаются при изменении величины магнитного потока. Если при некотором значении потока $(\Phi/\Phi_0)_F$ локальный минимум или максимум энергии пересекает E_F , то пределы суммирования (15) резко изменяются, что сопровождается появлением излома на графике зависимости $M_0(\Phi/\Phi_0)$ (рис. 2). В общем случае количество изломов и нулей на единичном периоде M_0 по магнитному потоку сложным образом зависит от положения E_F , периода спирали T_z и амплитуды потенциала V_0 , определяющей глубину локальных минимумов электронного спектра. В отличие от модели цилиндра [10] поведение магнитного момента спиральной трубки как функции потока определяется значением не только дробной, но и целой части величины $\sqrt{E_F \varepsilon^*}$.

Если рассматривать изменение M_0 при росте амплитуды V_0 , увидим, что при достижении некоторого значения $V_{0c} = V_{0c}(E_F, \alpha R)$ на графике магнитного момента ис-

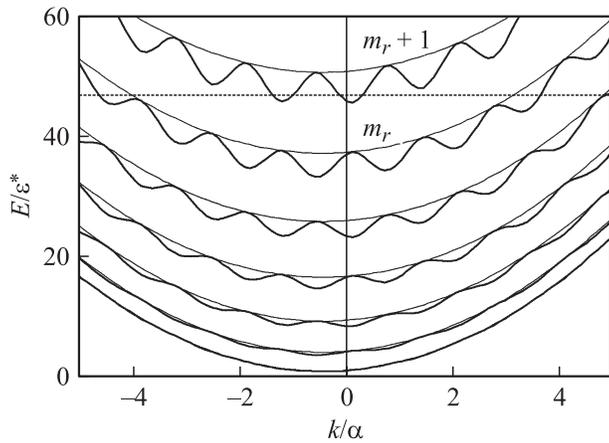


Рис. 1. Электронный спектр. $V_0 = 10\varepsilon^*$, $\alpha^2 R^2 = 3.1$. Тонкие линии соответствуют спектру спиральной ленты. Пунктиром обозначен уровень Ферми $E_F = 47\varepsilon^*$.

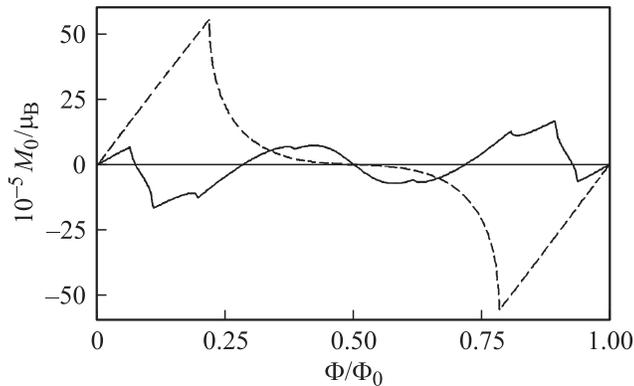


Рис. 2. Равновесный магнитный момент при $E_F = 46\varepsilon^*$, что соответствует поверхностной концентрации $n_s \sim 1.2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\alpha^2 R^2 = 5.5$. Штриховая линия соответствует магнитному моменту квантового цилиндра при $V_0 = 0$, сплошная линия отвечает значению $V_0/\varepsilon^* = 7$.

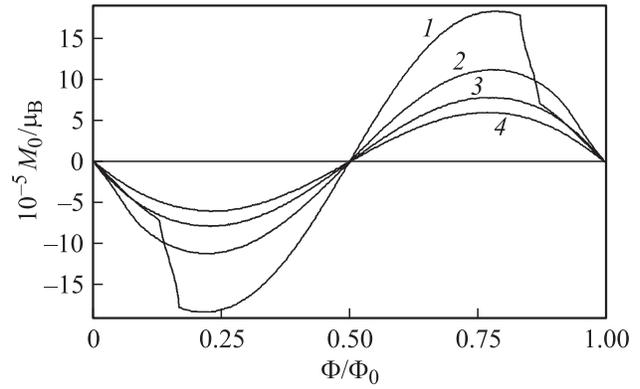


Рис. 3. Равновесный магнитный момент при $\alpha^2 R^2 = 1.1$ и $E_F = 56\varepsilon^*$, что соответствует поверхностной концентрации $n_s \sim 1.4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Номера кривых $N = 1, 2, \dots$ соответствуют значениям $V_0 = 30N\varepsilon^*$.

чезают изломы и он становится гладкой функцией Φ/Φ_0 (рис. 3). Такое поведение M_0 объясняется исчезновением локальных минимумов энергии, пересекаемых уровнем Ферми. Пусть уровень E_F расположен так, что пересекает m_r энергетических подзон спектра спиральной ленты. Численные оценки показывают, что при $V_0 \simeq E_F$ все числа N_m в (15) будут равны 2 независимо от магнитного потока и излом может появиться только вследствие изменения числа m_{\max} . Выполнение неравенства $V_0 > V_{0c}$ соответствует тому, что E_F удален от дна $m_r + 1$ параболы на расстояние, большее амплитуды осцилляций на ней. Поэтому в зависимости от положения E_F значение V_{0c} изменяется в широких пределах и может быть как близким по величине к E_F , так и значительно превышать его.

При $V_0 \gg E_F$ можно найти явный вид функции $M_0(\Phi/\Phi_0)$. В этом случае числа Δ_m можно взять в форме (5). При типичной для структур на основе GaAs поверхностной концентрации электронов $n_s \sim 10^{10} - 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ значение $E_F \gg \varepsilon^*$, и при $V_0 \gg E_F$ и $m \leq m_r$, решая уравнение $E_{mk} = E_F$, можно ограничиться первым порядком по ε^*/V_0 .

Подставив найденные значения $K_{m,n}$ в (15), после довольно громоздких преобразований получаем, что равновесный магнитный момент имеет следующий вид:

$$M_0 = -\mu_B \frac{m_0}{m^*} \frac{\varepsilon^*}{V_0} \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) f(E_F), \quad (17)$$

где

$$f(E_F) = \frac{|\alpha|^3 R^2 l}{8\pi\gamma^2} \sum_{m=1}^{m_r} (-1)^m m^2 \times \sin\left(\pi \sqrt{4\gamma \frac{E_F}{\varepsilon^*} - \alpha^2 R^2 m^2}\right). \quad (18)$$

4. Магнитный момент, обусловленный баллистическим током

Рассмотрим баллистический ток через трубку, соединяющую два электронных резервуара, между которыми существует разность потенциалов U . Для описания электронного транспорта используем известную модель Ландауэра. Считаем, что движение электрона по трубке происходит без рассеяния, а электроны распределены по состояниям в соответствии с функцией Ферми. При этом состояния с положительной скоростью заняты электронами из резервуара, химический потенциал которого равен $\mu + eU/2$, а состояния с отрицательной скоростью — электронами из резервуара с химическим потенциалом $\mu - eU/2$. Перераспределение электронов по состояниям приводит к появлению баллистического тока I , пропорционального разности потенциалов,

$$I = GU. \quad (19)$$

Баллистический кондактанс трубки G при равной нулю температуре определяется выражением [16]

$$G = G_0 \frac{N(E_F)}{2}, \quad (20)$$

где $N(E_F)$ — число точек пересечения всех энергетических подзон с уровнем Ферми системы, $G_0 = 2e^2/h$ квант кондактанса.

В трубке, обладающей спиральной симметрией, электронный ток имеет циркулярную компоненту I_C [17], с которой связан магнитный момент $M_I = \frac{\pi R^2}{c} I_C$.

Для определения M_I используем формулы (10) и (11), в которых учтем наличие разности потенциалов U между концами трубки. Результат интегрирования выражения (11) при учете различия химических потенциалов обоих резервуаров, который мы обозначим как M_{1U} , будет отличен от нуля и пропорционален току (19). Выразив M_{1U} через кондактанс (20), получаем, что эта компонента магнитного момента при $T = 0$ имеет вид

$$M_{1U} = \mu_B \frac{m_0}{m^*} \frac{l}{2\pi\alpha R^2} \frac{G}{G_0} \frac{eU}{\varepsilon^*}. \quad (21)$$

Формула (10) при наличии разности потенциалов между резервуарами также изменяется, в результате чего M_0 приобретает добавку M_{0U} . Чтобы найти ее, перейдем к интегрированию по энергии, полагая, что $eU \ll \mu$. Вычислив интеграл, получим выражение, которое при температуре, равной нулю, имеет вид

$$M_{0U} = \mu_B \frac{m_0}{m^*} \frac{l}{2\pi} eU \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{N_m} \left. \frac{k/\alpha + \Phi/\Phi_0}{dE_m/dk} \right|_{E=E_F}. \quad (22)$$

Здесь суммирование идет по всем точкам пересечения энергетических подзон с уровнем Ферми. Производная энергии в (22) определяется выражением (8).

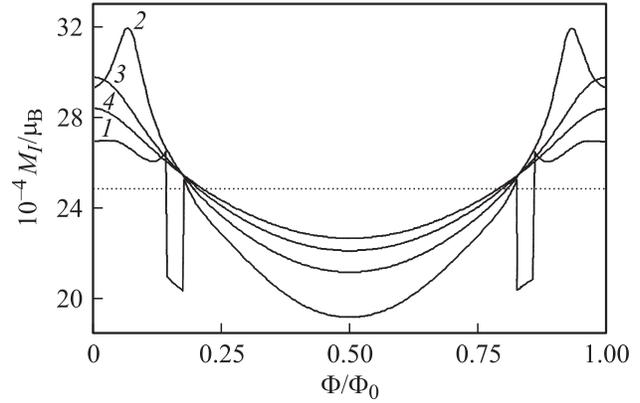


Рис. 4. Магнитный момент, обусловленный баллистическим током, при $\alpha^2 R^2 = 1.1$ и $E_F = 56\varepsilon^*$. Номера кривых $N = 1, 2, \dots$ соответствуют значениям $V_0 = 30N\varepsilon^*$. Разность потенциалов $U = 10^{-5}$ В. Пунктир соответствует значению $M_I^{(r)}$.

Таким образом, магнитный момент, возникающий при протекании по трубке баллистического тока, можно представить в виде разности выражений (21) и (22)

$$M_I = M_{0U} - M_{1U}. \quad (23)$$

Легко показать, что в отличие от равновесного магнитного момента при изменении направления вращения спирали M_I меняет знак.

Из (8) и (13) следует, что на единичном периоде по магнитному потоку момент (23) является четной функцией

$$M_I(1 - \Phi/\Phi_0) = M_I(\Phi/\Phi_0). \quad (24)$$

Момент (23) как функция Φ/Φ_0 имеет особенности при тех же значениях магнитного потока $(\Phi/\Phi_0)_F$, которые соответствуют изломам на графике $M_0(\Phi/\Phi_0)$ (рис. 4). Переход через точку $(\Phi/\Phi_0)_F$ сопровождается изменением числа $N(E_F)$. Как следует из (20) и (21), $M_{1U}(\Phi/\Phi_0)$ при этом изменяется скачком. Слагаемое M_{0U} в этой точке получает излом аналогично $M_0(\Phi/\Phi_0)$.

Соотношение между величинами M_{0U} и M_{1U} определяется параметрами δ -потенциала. При $V_0 = 0$ выражения (21) и (22) взаимно компенсируют друг друга, и получаем $M_I = 0$, что соответствует исчезновению спиральной симметрии системы. Аналогичная компенсация происходит в пределе $\alpha = 0$, отвечающем прямолинейному дефекту.

Для случая $V_0 = \infty$, используя (8), нетрудно показать, что $M_{0U} = (1 + \alpha^2 R^2)M_{1U}$, и для индуцированного током момента спиральной ленты получаем простое выражение, не зависящее от внешнего магнитного поля,

$$M_I^{(r)} = \mu_B \frac{m_0}{m^*} \frac{eU}{\varepsilon^*} \frac{\alpha l}{4\pi} m_r(E_F). \quad (25)$$

Спиральный δ -потенциал слабо влияет на волновые функции, соответствующие состояниям с энергией

$E_m(k) \gg V_0$, которые вследствие этого мало отличаются от электронных волновых функций на квантовом цилиндре. Вклад в момент (23) от электронного тока, переносимого такими состояниями, сравнительно мал и падает с ростом энергии. Поэтому при $E_F \gg V_0$ рост концентрации электронов слабо влияет на величину M_I , которая определяется прежде всего геометрией трубки.

5. Заключение

В работе рассмотрен магнитный момент трубки, обладающей спиральной симметрией. Получено выражение для равновесного магнитного момента системы M_0 . Показано, что в зависимости от положения уровня Ферми E_F и величины амплитуды спирального потенциала V_0 равновесный магнитный момент при нулевой температуре может быть как гладкой функцией магнитного потока, так и иметь изломы. Определена функциональная зависимость M_0 от потока в пределе $V_0 \gg E_F$. Найдено выражение для магнитного момента M_I , возникающего при протекании по трубке баллистического тока.

Список литературы

- [1] H. Ajiki, T. Ando J. Phys. Soc. Jap. **62**, 2470 (1993).
- [2] M.F. Lin, K.W.-K. Shung. Phys. Rev. B **52**, 8423 (1995).
- [3] M.P. Anantram, F. Leonard. Rep. Progr. Phys. **69**, 507 (2006).
- [4] В.Э. Каминский. ФТП **39**, 543 (2005).
- [5] L. Rosales, M. Pachebo, Z. Barticevic, C.G. Rocha, A. Latgé. Phys. Rev. B **75**, 165 401 (2007).
- [6] V.A. Margulis, M.A. Pyataev. Phys. Rev. B **72**, 075 312 (2005).
- [7] В.М. Осадчий, В.Я. Принц. Письма в ЖЭТФ **72**, 451 (1998).
- [8] V.Y. Prinz. Physica E **24**, 54 (2004).
- [9] И.О. Кулик. Письма в ЖЭТФ **11**, 407 (1970).
- [10] И.И. Чучаев, В.А. Маргулис, А.В. Шорохов, С.Е. Холодова. ФТТ **41**, 856 (1999).
- [11] Л.И. Магарилл, А.В. Чаплик. ЖЭТФ **115**, 1478 (1999).
- [12] В.Я. Демиховский, А.А. Перов. Письма в ЖЭТФ **78**, 1177 (2003).
- [13] E.L. Ivchenko, B. Spivak. Phys. Rev. B **66**, 155 404 (2002).
- [14] O.V. Kibis. Physica E **12**, 741 (2002).
- [15] O.V. Kibis. ФТТ **43**, 2237 (2001).
- [16] А.А. Григорькин, С.М. Дунаевский. ФТТ **49**, 557 (2007).
- [17] Y. Miyamoto, A. Rubio, S.G. Louie, M.L. Cohen. Phys. Rev. Lett. **76**, 2121 (1996).
- [18] Y. Miyamoto, A. Rubio, S.G. Louie, M.L. Cohen. Phys. Rev. B **60**, 13 885 (1999).
- [19] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Наука, М. (1976). Ч. 1.