

07; 09

© 1991

ВЛИЯНИЕ ШУМОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ СО СТРАННЫМ АТТРАКТОРОМ
НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКУЮ ЭФФЕКТИВНОСТЬ
ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В.В. Афанасьев, Ю.Е. Попский

Возникновение режима странного аттрактора (СА) в динамической системе (ДС) Лоренца

$$\dot{x} = \sigma(y-x), \quad \dot{y} = rx - y - xz, \quad \dot{z} = xy - \beta z, \quad (1)$$

сопровождается взаимной сменой в случайные моменты времени областей фазового пространства с различными состояниями равновесия $C_{1,2}(\pm X_0, \pm Y_0, (r-1))$, $X_0 = Y_0 = \sqrt{\beta(r-1)}$ [1, 2]. Каждая смена областей обязательно связана с прохождением фазовой траектории в окрестности точки $C_0(0, 0, (r-1))$, где выполняется условие $XY \ll Z$. Это позволяет представить (1) в окрестности C_0 в виде

$$\ddot{x} + \dot{x} \left(1 + \sigma + \frac{x^2}{\beta}\right) - \chi\sigma(r-1) + \frac{\chi^2\sigma}{\beta} = \frac{\chi Z\sigma}{\beta} \approx \chi Z\sigma, \quad (2)$$

откуда следует, что $Z(t) \approx Z_0 \exp(-bt)$, где по результатам численного моделирования [1] $Z_0 \leq 2(r-1)$.

Из (2) получаем, при $\chi^2/\beta \ll (1 + \sigma)$, уравнение

$$\ddot{x} + \dot{x}(1 + \sigma) - \chi\sigma[M - Z(t)] \approx 0, \quad (3)$$

которое описывает колебательное движение x при $Z(t) > M = r - 1 - \chi^2/\beta$, в случае же $Z(t) < M$ решение (3) носит аperiodический характер из-за возникновения седловидной структуры. Следовательно, изменение $Z(t)$ в (3) приводит к бифуркации „неустойчивый фокус-седло“ в момент пересечения $Z(t)$ уровня M . При этом характер влияния на ДС шумов, вызываемых флуктуациями параметров системы σ , β , r , определяется частотными областями $\Delta\omega$, в которых, в основном, сосредоточена спектральная плотность этих шумов. Частотные области $\Delta\omega$ по отношению к квазирезонансной частоте системы Ω разделяются на область стационарных воздействий (ОСВ) с $\Delta\omega \ll \Omega$, резонансных (ОРВ) с $\Delta\omega \ll \Omega$ и инерциальных воздействий (ОИВ) с $\Delta\omega > \Omega$ [3, 4].

Условие возникновения бифуркаций с учетом действующих шумов с компонентами $n_x(t)$, $n_y(t)$ и $n_z(t)$, как следует из (3),

принимает вид

$$Z(t) + n_z(t) + [X(t) + n_x(t)]^2/b - r + 1 = \psi(t) = 0. \quad (4)$$

Из (4) следует, что действие шумов в ОСВ и ОИВ на ДС принципиально различно. Действительно, шумы в ОСВ приводят к случайному временному сдвигу начала однократной бифуркации, а шумы в ОИВ приводят к многократному изменению знака $\psi(t)$ и, соответственно, к последовательным многократным бифуркациям вида „неустойчивый фокус-седло“ и „седло-фокус“. Таким образом, наличие шумов в ОИВ вызывает появление конечных временных интервалов Δt_i , $i = 1, 2, 3, \dots$ с последовательными многократными бифуркациями. Причем именно последняя из бифуркаций в конце интервала Δt_i определяет последующее поведение ДС.

Интервалам Δt_i в фазовом пространстве соответствует определенная область ненулевого объема, в пределах которой ДС совершает многократные взаимные переходы между областями фазового пространства с различными состояниями равновесия $C_{1,2}$. Воздействием на ДС в пределах Δt_i можно обеспечить требуемое состояние ДС в конце каждого из интервалов Δt_i , и, следовательно, можно стабилизировать или стохатизировать ДС со СА с обеспечением требуемых временных характеристик последовательности интервалов Δt_i , $i = 1, 2, 3, \dots$

Оценку величины Δt_i получим из (4), учитывая в первом приближении малость дисперсий D_x, D_y, D_z соответствующих компонент шума: $\sqrt{D_x}/X \ll 1, \sqrt{D_y}/Y \ll 1, \sqrt{D_z}/Z \ll 1$. При этом:

$$\Delta t_i \approx 2Zn \left[1 + \frac{((X_\delta^2 + 2X_\delta\sqrt{D_x})/b + \sqrt{D_z})}{r-1} \right] / b, \quad (5)$$

где X_δ – бифуркационное значение переменной X на интервале Δt_i , $X_\delta \ll X_0$.

Экспериментальное исследование параметрического воздействия на ДС Лоренца с частотами, превышающими квазирезонансную частоту системы, то есть воздействия, принадлежащего ОИВ, проведено в [5], где экспериментально установлены минимальные пороговые величины m_n глубины модуляции параметров ДС, вызывающей переход от хаотического к регулярному режиму. Величины m_n определяют минимальную величину энергии управляющего воздействия ΔW_b , требуемой для регуляризации режима ДС со странным аттрактором:

$$\Delta W_b \approx K m_n^2,$$

где K – масштабный множитель, зависящий от регулируемого параметра ДС.

С целью аналитического определения энергии ΔW_b , требуемой для стабилизации ДС при наличии шумов системы с D_x, D_y, D_z ,

определим изменение энергии ΔW в системе (1) за время Δt_i , определяемое (5). В течение Δt_i $\chi Y \ll Z$, а частота колебаний X и Y близка к нулю, поэтому изменение энергии ДС происходит, в основном, за счет компоненты Z , откуда с учетом (2) при $r/b \gg 1$ получаем

$$\Delta W \approx 2Z_0^2 \ln \left[1 + \frac{((X_0^2 + 2X_0 \sqrt{D_x})/b + \sqrt{D_z})}{r-1} \right]. \quad (6)$$

При фиксированной энергии внешнего воздействия ΔW_b гарантированное управление состоянием ДС может быть достигнуто только при $|\Delta W_b| \geq |\Delta W|$, когда

$$\frac{X_0^2}{b} + \sqrt{D_z} + \frac{2X_0 \sqrt{D_x}}{b} \leq \left[\exp\left(\frac{\Delta W_b}{2Z_0^2}\right) - 1 \right] (r-1), \quad (7)$$

откуда получаем ограничение на минимальную мощность гарантированного внешнего воздействия

$$\Delta W_b / \Delta t_i \geq b Z_0^2 \approx 4b(r-1)^2. \quad (8)$$

Из (8) видно, что с уменьшением Δt_i снижается минимально требуемая ΔW_b . Однако при этом ужесточаются требования к динамическим свойствам системы Лоренца (определяемым параметрами σ , r , b), так как управляющее воздействие за Δt_i должно вызывать изменение X и Y при $X_0 \approx Y_0 \approx 0$ на величину

$$\Delta X \geq 4\sqrt{D_x}, \quad \Delta Y \geq 4\sqrt{D_y}, \quad (9)$$

с обязательным сохранением принадлежности фазовой траектории ДС к той области, в которой находилась траектория до начала Δt_i .

С учетом минимального значения квазирезонансной частоты Ω_{min} в системе (1) при движении в окрестности C_0 , неравенства (9) принимают вид

$$L = \max(\sqrt{D_x}/X, \sqrt{D_y}/Y) \leq (\Omega_{min} \Delta t_i)^2 / 16,$$

откуда получаем ограничение снизу на Δt_i , а значит и D_x, D_y :

$$\Delta t_i > 4\sqrt{L} / \Omega_{min}.$$

Неравенства (8) и (10) определяют диапазоны изменения дисперсий D_x, D_y, D_z , в пределах которых эффективно внешнее воздействие на ДС с заданной ΔW_b . Видно, что расширение области возможного изменения Δt_i достигается увеличением Ω_{min} , достижимого, например, при помощи инерциального воздействия на ДС [3]. Управлять состоянием ДС (1) можно изменением во времени параметров σ, b, r системы с обеспечением требуемой энергии внешнего воздействия на ДС.

Выводы:

1. Собственные шумы системы Лоренца, вызываемые флуктуациями параметров системы и принадлежащие частотной области инерциальных воздействий, приводят в течение конечных временных интервалов Δt_i к появлению последовательных многократных бифуркаций, вызывающих смену областей фазового пространства с различными состояниями равновесия; величина Δt_i пропорциональна интенсивности действующих шумов.

2. Воздействием на параметры ДС можно обеспечить требуемое состояние системы в конце каждого из интервалов Δt_i , и, значит, можно стабилизировать или стохатизировать систему Лоренца.

3. Минимальные значения мощности и энергии внешнего воздействия, необходимые для гарантированного управления состоянием ДС, определяются прежде всего параметрами b и r системы и дисперсиями собственных шумов ДС.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Странные аттракторы. / Под ред. Синай Я.Г., Шильникова Л.П., М.: Мир, 1981. 253 с.
- [2] Хакен Г. Лазерная светодинамика. / Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 320 с.
- [3] Афанасьев В.В., Польский Ю.Е. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. В. 11. С. 30-33.
- [4] Афанасьев В.В., Польский Ю.Е. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. В. 11. С. 52-56.
- [5] Грибков Д.А., Кузнецов Ю.И. // Вестник МГУ. Сер. 3. 1989. Т. 30. № 1. С. 83-84.

Поступило в Редакцию
22 июня 1990 г.
В окончательной редакции
17 января 1991 г.

Письма в ЖТФ, том 17, вып. 8

26 апреля 1991 г.

05.4

© 1991

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО КОНТАКТА
 $YBa_2Cu_3O_7$ С НЕКОТОРЫМИ ПОЛУПРОВОДНИКАМИ

Б. Венгалис, А. Юкна,
Н. Шикторов

Большинство металлов, исключая, по-видимому, лишь Ag и Au, нанесенные на высокотемпературный сверхпроводник $YBa_2Cu_3O_7$ (далее 123) обедняют его поверхность кислородом [1, 2]. В ре-