

05.2; 05.3

© 1991

НУКЛЕАЦИЯ ЛЬДА В НЕОДНОРОДНОМ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ  
И ДВУМЕРНЫЙ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД

В.П. Кузьмин, Н.А. Дубрович,  
Ю.А. Довгалюк

Известно, что даже малое количество гетерогенных частиц [1] (ионов, полярных молекул) на поверхности переохлажденной водяной капли приводит к резкому увеличению скорости нуклеации льда; с другой стороны, учет влияния этих частиц, равномерно распределенных по поверхности, на термодинамический потенциал и, конкретнее, на поверхностное натяжение, играющее основную роль в задаче о нуклеации, приводит к пренебрежимо малым поправкам. В настоящей работе рассмотрен двумерный фазовый переход на поверхности, приводящий к неравномерному распределению гетерогенных частиц, при котором обусловленный ими вклад в поверхностное натяжение становится существенным.

Согласно классической теории (см., например, [2]), зависимость скорости нуклеации от поверхностного натяжения имеет вид  $\Gamma \sim \exp(-\beta W_c)$ , где  $\beta = (kT)^{-1}$ , работа образования зародыша  $-W_c = \gamma \omega_s r_c^2 / 3$ ,  $\gamma$  - поверхностное натяжение,  $r_c$  - радиус,  $\omega_s r_c^2$  - площадь поверхности зародыша; для призматического зародыша льда [2]  $\omega_s \approx 22$ ; величина  $r_c$  определяется известной формулой Гиббса-Фольмера  $r_c = 2 \omega_s \gamma / 3 \omega_u n b_f l_p (T_0/T)$ ,  $n$  - плотность образующейся фазы,  $b_f$  - теплота плавления.  $T_0 = 273$  К - температура плавления бесконечно большого зародыша. Геометрический параметр  $\omega_f$  определяется соотношением  $\sigma = \omega_f r_s^3$ , где  $\sigma$  - объем зародыша.

В случае, когда на части поверхности зародыша (основание призмы)  $\Delta S_n = \omega_s r_c^2$  имеются гетерогенные частицы, в приведенных формулах следует сделать замену  $\omega_s \gamma \rightarrow \omega_s \gamma + \omega_e \Delta \gamma$ , где  $\Delta \gamma$  - изменение поверхностного натяжения под действием гетерогенных частиц. В результате скорость нуклеации будет описываться формулой

$$\Gamma = \Gamma_0 \exp(-\beta \Delta W_c / kT), \quad (1)$$

где  $\Delta W_c = 4 \omega_s^2 \omega_e \gamma^2 \Delta \gamma / 19 \omega_u^2 n^2 b_f^2 l_p^2 (T_0/T)$ ,  $\Gamma_0$  - скорость нуклеации в отсутствии внешних частиц.

Рассмотрим равновесную систему, состоящую из молекул с жесткими дипольными  $\rho$  ( $\Omega$ ) и квадрупольным  $M$  ( $\Omega$ ) моментами.

Энергия такой молекулы во внешнем поле имеет вид

$$\mu(r, \Omega) = -(PE_0) - \nabla \otimes EM / 6, \quad (2)$$

где  $r$  — трансляционные и  $\Omega$  — ориентационные координаты молекулы,  $E = E_0(r)$  — напряженность внешнего поля.

Разложим термодинамический потенциал по внешнему полю; с учетом производящим свойств большой статической суммы  $\Xi$  (см., например, [2]) получим

$$\ln \Xi = \ln \Xi_0 + \beta \int d(1) \mu(1) \rho_0(1) + \frac{\beta^2}{2!} \int d(1) d(2) \mu(1) \mu(2) \rho_0(1,2) + \dots, \quad (3)$$

где цифровой аргумент обозначает набор координат  $i(r_i, \Omega_i)$ ,  $\rho_0(i)$  — одночастичная функция распределения (ОФР),  $\rho_0(1,2) = \rho_0(1)\delta(1,2) + g_0(1,2)$ ;  $g_0(1,2)$  — двухчастичная корреляционная функция; ноль обозначает, что  $E_0=0$ .

Роль квадратичных по полю членов хорошо известна; при  $\nabla E_0 = 0$  эти члены дают плотность энергии  $\sim \epsilon E^2 / 18\pi$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $E$  — напряженность макроскопического поля, так что формула (2) позволяет однозначно выразить  $\epsilon$  через корреляционную функцию  $\rho_0(1,2)$ . Влиянием членов  $\sim E_0^2$  на процесс нуклеации при реальных значениях можно пренебречь.

Линейный по  $E_0$  член представим в виде [3, 4]

$$\delta \Omega = \ln(\Xi / \Xi_0) = \beta \int d[ E_0 \rho + \nabla E_0 M ] \rho_0(1) = \beta \int dx E_0(2) P_S(r), \quad (4)$$

где  $P_S(r)$  — макроскопический вектор спонтанной поляризации

$$P_S(r) = \int d\Omega (\rho - M \nabla / 6) \rho_0(r, \Omega).$$

В изотропной среде  $P_S = 0$ ; для возникновения спонтанной поляризации необходимо наличие в ОФР составляющих, описывающих преимущественную ориентацию полярных молекул. Такая ориентация имеет место в поверхностном слое [3, 4], так что величина имеет только поверхностную составляющую. Экстраполируя асимптотические результаты [4], полученные для ориентационно зависящих составляющих ОФР для сильноизделий систем  $\beta P^2 n \gg 1$ , на всю область поверхностного слоя, получим оценку

$$dJ \approx 0.1 \beta E_{02}(P_1) \mu_3 P^{-3} [1 - \beta \rho^2 n P E_{02}'(P_1) E_0^{-1}(P_1) / 30], \quad (5)$$

где  $P$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  – параметры порядка толщины поверхностного слоя,  $E_{02}' = \frac{\partial E_{02}}{\partial z}$ ,  $E_{02}$  – проекция  $E$  вдоль оси  $z$  – нормали к поверхности раздела,  $\mu_3$  – составляющая квадрупольного момента вдоль главной (дипольной) оси молекулы. В случае однородного поля  $E_{02} = 2\pi G$ ,  $G = \theta / S$  – поверхностная плотность заряда, оценка (5) дает [4] значение поверхностного потенциала, сравнимое с экспериментальным. При  $\beta \rho^2 n \sim 3$  и размерной оценке  $PE_{02}' / E_{02} \sim 1$  поправка, обусловленная неоднородностью поля, порядка 0.1. Укажем на зависимость  $\delta J$  от знака заряда поверхности (что обусловлено знакозарядовой асимметрией молекулы – квадрупольным моментом). Поле равномерно распределенных по сферической поверхности гетерогенных частиц отлично от нуля на расстояниях, сравнимых с толщиной поверхностного слоя, и неоднородно внутри поверхностного слоя (отметим, что даже в случае плоской заряженной границы напряженность поля приобретает однородное значение в области, где уже сформировалась объемная изотропная фаза и где спонтанная поляризация  $P_3 = 0$ ). При типичных значениях  $Q \sim 10^3 e$ ,  $e$  – элементарный заряд, в случае равномерного распределения заряда  $\theta$  по поверхности

жидкой капли  $S = 4\pi R_L^2$ ,  $R_L \sim 7 \cdot 10^{-4}$  см, предполагая, что внутри капли напряженность поля изменяется от значения  $E = 2\pi G$  до 0 при  $z \sim P$ , получим, что значения  $J$  и  $J_c$  практически не изменяются; так, при  $J \approx 10$  дин/см,  $4\pi J^{-1} \sim 10^{-8}$ .

Поверхность капли, наряду с поверхностной плотностью молекул воды  $\Gamma_0 \sim P^{-2}$ , можно характеризовать также величинами  $\Gamma_{\uparrow\downarrow} = \int d\Omega d\varphi \rho(r, \Omega) \chi (\cos \theta - \frac{1}{3})$  и  $\Gamma_{\uparrow} = \int d\Omega d\varphi \rho(r, \Omega) \cos \theta$ ,

где  $\theta$  – угол между полярной осью молекулы и нормалью к поверхности.  $\Gamma_{\uparrow\downarrow}$  – поверхностная плотность законезависимо ориентированных молекул, а  $\Gamma_{\uparrow}$  – поверхностная плотность спонтанно поляризованных молекул.

Предположим, что в двумерном множестве поверхностных гетерогенных частиц произошел двумерный фазовый переход, то есть образовались две фазы: конденсированная  $\alpha$  и газовая  $\beta$ , соответственно с плотностями  $\Gamma_e^\alpha$  и  $\Gamma_e^\beta$ , причем любая из величин  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_{\uparrow\downarrow}$  и  $\Gamma_{\uparrow}$  в принципе может быть параметром, определяющим плотность конденсированной фазы.

Полагая, что при описании кривой сосуществования можно использовать уравнение самосогласованного поля  $\Gamma_e^\alpha + \Gamma_e^\beta = \Gamma_{\uparrow}$ , получим

$$\dot{N}_e = (\Gamma_{\uparrow} - \Gamma_e^\beta) \int_e^\alpha + \Gamma_e^\beta (\pi R_L^2 - S_e^\alpha)$$

в предположении  $\Gamma_e^\beta \ll \Gamma_e^\alpha$ ,  $S_e^\alpha \ll 4\pi R_L^2$ ,  $S_e^\alpha$  - площадь, занятая фазой  $\alpha$ ,  $4\pi R_L^2 - S_e^\alpha$  - площадь, занятая фазой  $\beta$ , получим

$$S_e^\alpha = \Gamma_e^{-1} (N_e - 4\pi R_L^2 \Gamma_e^\beta).$$

До тех пор, пока  $N_e < 4\pi R_L^2 \Gamma_e^\beta$ , конденсированной фазы не возникает и влияния заряженных частиц на нуклеацию практически нет; при переходе  $N_e$  через значение  $N_e^* = 4\pi R_L^2 \Gamma_e^\beta$ , где  $\Gamma_e^\beta = \Gamma_e^\beta(T)$  - некоторая зависящая от температуры характеристика гетерогенной подсистемы, скорость нуклеации изменяется практически скачком, что экспериментально обнаружено, например, в работе [5].

### Список литературы

- [1] Morachevskiy V.G., Dubrovich N.A. // J. Atmos. Sci. V. 33. P. 1989-1994.
- [2] Мейсон Б.Д. Физика облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1958. 542 с.
- [3] Куні F.M. // Phys. Lett. 1968. V. 26A. N 5. P. 305-306.
- [4] Кузьмин В.Л. // Коллоидный журнал. 1983. Т. 45. № 2. С. 231-238.
- [5] Schaffter V.L. // J. Appl. Meteor. 1968. V. 7. P. 452-455.

Поступило в Редакцию  
28 декабря 1990 г.