Письма в ЖТФ, том 17, вып. 12 26 июня 1991 г.

01; 10

© 1991

ЛАМИНАРНЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ПОТОКИ В СИСТЕМАХ ТРАНСПОРТИРОВКИ С ПРЯМОЛИНЕЙНЫМИ ОБРАЗУЮЩИМИ

О.И. Василенко

Транспортировка и фокусировка сильноточных электронных потоков, наряду с их генерацией, являются центральными проблемами в физике сильноточных пучков и ее приложениях. Исследование неоднородных по сечению потоков представляет интерес для получения пучков с заданным пространственным распределением их параметров, что важно во многих приложениях, например, таких как облучение мишеней в инерциальном УТС, облучение материалов, накачка мощных газовых лазеров и т.п. Задача здесь ставится следующим образом: задано распределение характеристик пучка по его сечению и необходимо определить конфигурацию электродов системы, в которой возможна транспортировка такого пучка. Обратная задача, также имеющая большое практическое значение, состоит в выяснении, какого типа пучки могут распространятся в передающей системе с заданной геометрией. Эти задачи изучаются ниже, причем проблема формирования подобных пучков находится вне рамок анализа.

Случай моноэнергетичного (Бриллюэновского) пучка в цилиндрической линии с магнитной изоляцией произвольного сечения рассмотрен в работах [1, 2]. В работе [2] отмечено, что результаты распространяются и на конусную геометрию. В настоящей работе рассматривается общий случай распространения односкоростного потока с произвольным энергетическим распределением в цилиндрических и конусных линиях с заданным сечением.

Постановка задачи

Рассмотрим первоначально двухэлектродную цилиндрическую систему произвольного сечения, прямолинейные образующие которой параллельны оси z декартовой системы координат (x, y, z). Считаем, что задача стационарна и однородна вдоль оси z, импульс потока электронов параллелен образующим $(p_x=0=p_y)$. Положим скорость света, заряд и массу электрона равными единице. Для описания электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{B}$ полей введем потенциалы Φ и A, так что

$$E_x=-\frac{\partial\Phi}{\partial x},\qquad E_y=-\frac{\partial\Phi}{\partial y},\qquad E_z=0,$$
$$B_x=\frac{\partial A}{\partial y},\qquad B_y=-\frac{\partial A}{\partial x},\qquad B_z=0. \tag{1}$$

Потенциалы удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\Delta\Phi=-4\pi\rho,\qquad \Delta A=-4\pi j_z, \tag{2}$$

где плотности заряда ρ и тока $\vec{j}\,(j_x=j_y=0)$ в приближении холодной односкоростной гидродинамики связаны соотношением

$$\vec{j}=\rho\frac{\vec{p}}{\sqrt{1+p^2}}. \tag{3}$$

Условия бессилового равновесия прямолинейно движущихся электронов имеют вид

$$E_x-\frac{p_z}{\sqrt{1+p_z^2}}B_y=0,\qquad E_y+\frac{p_z}{\sqrt{1+p_z^2}}B_x=0. \tag{4}$$

П о т е н ц и а л ы   в   в а к у у м е

В области вакуума уравнения (2) сводятся к соотношениям

$$\Delta\Phi=0,\qquad \Delta A=0, \tag{5}$$

означающим, что Φ и A являются гармоническими функциями. На поверхности сверхпроводящих электродов нормальное магнитное и касательное электрическое поля равны нулю, так что потенциалы на них постоянным. Если электронов в линии нет, то потенциалы находятся следующим образом. Ищется гармоническая в межэлектродном пространстве функция ν, принимающая на аноде и катоде постоянные значения ν_a и ν_κ. Потенциалы определяются через ν выражениями

$$\Phi=\Phi_\kappa-V\,\frac{\nu-\nu_\kappa}{\nu_a-\nu_\kappa},\qquad A=A_\kappa+\sigma\frac{\nu-\nu_\kappa}{\nu_a-\nu_\kappa}, \tag{6}$$

где Φ_κ, A_κ значения потенциалов на катоде, V – межэлектродное напряжение, а постоянная σ связана с величиной магнитного поля на катоде B_κ формулой

$$\sigma=B_\kappa\frac{\nu_a-\nu_\kappa}{|\vec{\nabla}\nu|_\kappa}. \tag{7}$$

Решение в области пучка

Рассмотрим область, занятую электронами. Исключая из (4) ρ_z и заменяя поля их выражениями через потенциалы по формулам (1), получим соотношение

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial A}{\partial y}-\frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial A}{\partial x}=0, \qquad (8)$$

означающее, что Φ и A функционально связаны, т.е. зависимость их и ρ_z от x, y сводится к зависимости от некоторой функции æ (x, y). Возникающий при этом произвол в выборе функциональной зависимости устраним следующим образом. Согласно (1) и (4)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \text{æ}} ch\,\mu=\frac{\partial A}{\partial \text{æ}} sh\,\mu, \qquad (9)$$

где введено обозначение

$$\rho_z=sh\,\mu, \quad \mu(x,y)=\mu(\text{æ}). \qquad (10)$$

Выберем æ так, чтобы выполнялись соотношения

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \text{æ}}=-sh\,\mu, \quad \frac{\partial A}{\partial \text{æ}}=-ch\,\mu. \qquad (11)$$

Исключая далее ρ из уравнений (2), (3), приходим к выражению

$$sh\,\mu\,\Delta\Phi=ch\,\mu\,\Delta A, \qquad (12)$$

из которого, с учетом (11), следует, что

$$\Delta \text{æ}=0. \qquad (13)$$

Таким образом, æ – гармоническая функция. Решение внутри пучка, следовательно описывается соотношениями (9), (10), (13), в которых μ является произвольной функцией æ. Ее конкретный вид определяется историей формирования электронного пучка. Бриллюэновскому случаю соответствует линейная связь между μ и æ [3].

Электронный поток в системе транспортировки

Если границы пучка являются эквипотенциалями, то решение внутри и вне пучка описывается с помощью одной гармонической функции $\nu=\text{æ}$. Если задана геометрия электродов, то вид ν

определяется из решения для пустой линии. Если характеристики пучка задаются с помощью функции ν, то соответствующая конфигурация электродов определяется видом ее эквипотенциалей. В любом случае электроды линии в плоскости x, y задаются уравнениями $\nu(x, y)=\nu_a$, $\nu(x, y)=\nu_\kappa$. Положим для определенности $\nu_\kappa<\nu_a$ и учтем ниже, что тогда ν, как гармоническая функция, монотонно возрастает от катода к аноду [4]. Будем считать, что пучок сплошной и занимает область $\nu_{m1}<\nu<\nu_{m2}$. В вакуумных областях, расположенных между пучком и анодом и пучком и катодом, потенциалы линейно зависят от ν

$$\begin{aligned}
&\Phi=\Phi_\kappa-(\nu-\nu_\kappa)\,sh\mu_{m1}, \quad A=A_\kappa-(\nu-\nu_\kappa)\,ch\mu_{m1}, \quad \nu_\kappa\leqslant\nu\leqslant\nu_{m1},\\
&\Phi=\Phi_\kappa-V-(\nu-\nu_a)\,sh\mu_{m2}, \quad A=A_a-(\nu-\nu_a)\,ch\mu_{m2}, \quad \nu_{m2}\leqslant\nu\leqslant\nu_a.
\end{aligned} \tag{14}$$

Внутри пучка потенциалы имеют вид

$$\begin{aligned}
&\Phi=\Phi_\kappa-(\nu_{m1}-\nu_\kappa)\,sh\mu_{m1}-\int\limits_{\nu_{m1}}^{\nu} sh\mu\, d\nu,\\
&A=A_\kappa-(\nu_{m1}-\nu_\kappa)\,ch\mu_{m1}-\int\limits_{\nu_{m1}}^{\nu} ch\mu\, d\nu.
\end{aligned} \tag{15}$$

Из условий непрерывности Φ при $\nu=\nu_{m2}$ следует связь между параметрами

$$V+(\nu_{m2}-\nu_a)\,sh\mu_{m2}=(\nu_{m1}-\nu_\kappa)\,sh\mu_{m1}+\int\limits_{\nu_{m1}}^{\nu_{m2}} sh\mu\, d\nu. \tag{16}$$

Остальные условия непрерывности полей и потенциалов учтены в записях (14), (15). Величины магнитных полей на катоде B_κ и аноде B_a равны

$$B_\kappa=|\vec\nabla\nu|_\kappa\, ch\mu_{m1}, \quad B_a=|\vec\nabla\nu|_a\, ch\mu_{m2}. \tag{17}$$

Таким образом, для цилиндрического случая задача решена.

Если система образована двумя конусными электродами, прямолинейные образующие которых пересекаются в одной точке, то выбирая последнюю в качестве центра сферической системы координат (r, θ, φ) и полагая

$$\begin{aligned}
&\rho_\theta=\rho_\varphi=0, \quad \rho_r=sh\mu, \quad A_\varphi=A_\theta=0, \quad A_r=A(\theta,\varphi).\\
&\Phi=\Phi(\theta,\varphi), \quad \vec E=-\vec\nabla\Phi, \quad \vec B=rot\vec A, \quad y=\varphi, \quad x=tg\frac{\theta}{\alpha},
\end{aligned} \tag{18}$$

получим рассмотренные выше уравнения. Поэтому полученные результаты описывают также автомодельное решение в конусном случае.

Список литературы

[1] W a n g M.Y. // Appl. Phys. Lett. 1978. V. 38. N 4. P. 284-286.

[2] В а с и л е н к о О.И. // Вестник МГУ. Физика. Астрономия. 1990. Т. 31. № 3. С. 28-31.

[3] G i b b o n s J.J. // Canad. Journ. Phys. 1955. V. 33. N 12. P. 819-823.

[4] Л а в р е н т ь е в М.А., Ш а б а т Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука. 1973. 736 с.

Московский
государственный
университет
им. М.В. Ломоносова

Поступило в Редакцию
12 марта 1991 г.