

01

© 1991

ИЗМЕНЕНИЕ „ТЕМПЕРАТУРЫ“ АТТРАКТОРА НА ГРАНИЦЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ХАОСА

О.Н. Евдокимова

Явление динамического хаоса широко изучается в системах различной природы. Количественным характеристикам, применяемым для сравнения степени хаотичности исследуемых систем, уделяют большое внимание. Сформулированная в [1,2] ξ -теорема утверждает, что в открытых системах по мере удаления от равновесного состояния энтропия, перенормированная к среднему значению энергии, уменьшается. В процессе перенормировки функции распределения регистрируемой переменной вычисляется эффективная температура, определение которой позволяет сравнивать количественно степень упорядоченности близлежащих состояний. В настоящей работе на примере многомодового твердотельного лазера показано, что эта температура очень чувствительна к изменению функции распределения регистрируемой переменной на границе потери устойчивости периодических режимов.

Динамика лазера описывается укороченными уравнениями, связывающими инверсию населенностей среды и интенсивность излучения продольных мод. При модуляции длины резонатора по гармоническому закону с частотой F_M при некоторой амплитуде колебаний A возникает хаотическое изменение интенсивности излучения. Описание модели лазера, области существования и условия возникновения хаотических колебаний даны в работе [3].

Методика сравнения степени упорядоченности двух близких состояний системы по соотношению их эффективных температур для экспериментальных данных изложена в [2]. В настоящей работе для состояний, характеризуемых параметрами A и A_1 , оцифровывались интенсивности отдельных мод и интегрального излучения, полученные при решении системы уравнений [3] на ЭВМ. По реализациям, содержащим 3000 точек, составлялись функции распределения $f(x, A)$ и $f_1(x, A_1)$. Диапазон изменения x делился на $N = 200$ интервалов дискретизации. Функции распределения нормировались, вычислялась средняя энергия $H_0 = -\sum_{i=1}^N \ln f_0(x_i)$ и находилось значение D , удовлетворяющее равенству $\sum_{i=1}^N \ln f_0(x_i) \tilde{f}_0(x_i) = \sum_{i=1}^N \ln f_0(x_i) f_1(x_i)$, где $\tilde{f}_0 = \exp\left(\frac{F-H_0}{D}\right)$. С учетом условия нормировки $\int \tilde{f}_0(x) dx = 1$ „свободная энергия“ F выражается через H_0 и температуру D и $\tilde{f}_0 = \frac{\exp(-H_0/D)}{\int \exp(-H_0/D) dx}$.

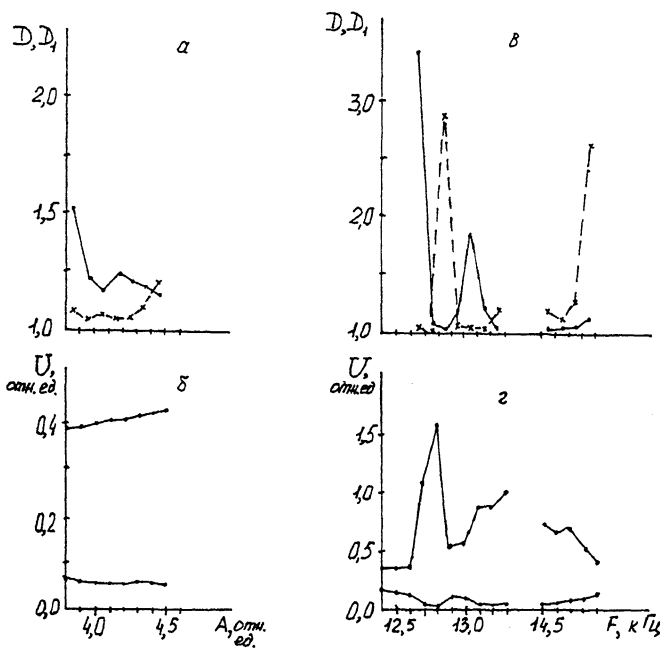


Рис. 1. Зависимость D и D_1 от A (а) и F (в). Диапазон изменения U в зависимости от A (б) и F (г).

Найденное значение D характеризует состояние системы, соответствующее параметру A . Поскольку направление изменения управляющего параметра априори неизвестно, далее в качестве исходного следует выбрать состояние системы при амплитуде воздействия A_1 и определить температуру D_1 этого состояния. В результате двух сравнений вычисляются два значения температуры D и D_1 . Больше из них характеризует менее упорядоченное состояние.

На рис. 1, а представлены зависимости D и D_1 от амплитуды модуляции длины резонатора, рассчитанные для функции распределения интегральной интенсивности U при частоте модуляции длины резонатора $F_M = 20$ кГц, на рис. 1, б - диапазон изменения U в зависимости от A . Амплитуда A измеряется в единицах полудлины волн генерации [3]. Для сравнения выбирались состояния системы с шагом изменения $\Delta A = 0.1$ вблизи порога возникновения хаоса. Точками отмечены значения D , вычисленные в случае, когда в качестве исходной выбрана реализация с меньшим значением управляющего параметра. Крестиками отмечены значения температуры D_1 , вычисленные в результате обратного сравнения.

Вычисления, проведенные как для интенсивностей отдельных мод генерации, так и для их суммы, показали, что при продвижении вглубь области хаоса перенормированная энтропия уменьшается. Состоянию при меньшей амплитуде воздействия соответствует боль-

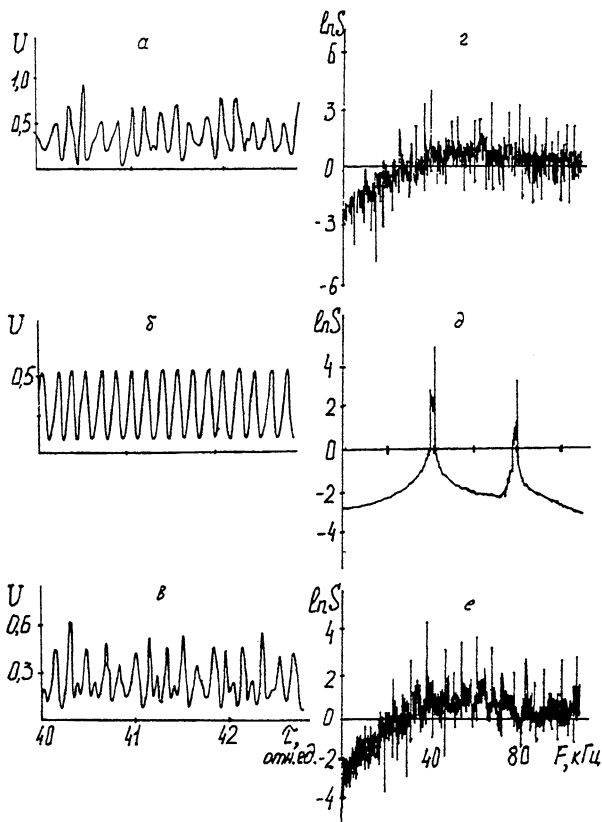


Рис. 2. Временные зависимости интегрального излучения (а, б, в) и спектры колебаний (г, д, е).

шая температура, следовательно, в смысле S -теоремы оно является менее упорядоченным. Сравнение состояний при изменении управляющего параметра с шагом $\Delta A = 0.2$ и 0.5 приводит к аналогичным выводам.

Соотношение температур близких состояний при больших амплитудах модуляции A меняется случайным образом как для интегральной интенсивности, так и для отдельных мод. При увеличении A то \mathcal{D} превышает \mathcal{D}_1 , то наоборот. Эту область можно назвать областью развитого хаоса.

Интересно проследить за изменением упорядоченности системы при входе и выходе из области хаоса, если управляющий параметр изменяется в одном направлении. Таким параметром может быть частота F_M . Результаты вычисления температур \mathcal{D} и \mathcal{D}_1 для интегрального излучения, представленные на рис. 1, в, свидетельствуют о том, что менее упорядоченными являются состояния, расположенные ближе к границе раздела регулярных и хаотических колебаний. С увеличением F_M при входе в область хаоса температура

выше у состояния, соответствующего меньшей частоте воздействия, при выходе — наоборот: температура выше у состояния, полученного при большей частоте модуляции.

На рис. 2 представлены фрагменты оцифрованных реализаций (а, б, в) и спектры колебаний (г, д, е) интегрального излучения при $F_M = 12.8$ (а, г), 12.9 (б, д), 13.0 (в, е) кГц и $A = 16$. Инверсия \mathcal{D} и \mathcal{D}_1 на рис. 1, в регистрирует наличие в хаотической области окна периодичности вблизи частоты $F_M = 12.9$ кГц.

Таким образом, резкое увеличение эффективной температуры при приближении к границе раздела устойчивых и неустойчивых режимов со стороны области хаоса может служить удобным критерием определения критических значений параметров, при которых происходит потеря устойчивости. В отличие от вычисления общепринятых характеристик, требующих высокой точности вычислений и длительного времени счета, сравнение эффективных температур близких состояний позволяет определить порог возбуждения хаотических колебаний достаточно быстро и точно.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Климонтович Ю.Л. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. В.23. С. 1412-1416.
- [2] Климонтович Ю.Л. // Успехи физических наук. 1989. Т. 158. В. 1. С. 59-91.
- [3] Евдокимова О.Н., Капцов Л.Н. // Квантовая электроника. 1990. Т. 17. № 7. С. 901-905.

Поступило в Редакцию
26 июня 1991 г.