

07; 12

© 1991

ГЕТЕРОДИННЫЙ МЕТОД РЕГИСТРАЦИИ
ЗАТУХАЮЩИХ СИГНАЛОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЗОНАТОРА ФАБРИ-ПЕРО

В.О. Г л а д ы ш е в, А.Н. М о р о з о в

Влияние нелинейного механизма генерации высокочастотного оптического шума в системе лазер-резонатор Фабри-Перо при низкочастотных возмущениях типа сейсмического шума может приводить к значительному снижению чувствительности высокочастотных измерительных систем, содержащих резонатор Фабри-Перо (РФП) [1]. Уровень чувствительности при этом существенно зависит от мощности оптической накачки, составляющей для лазерных гравитационно-волновых антенн третьего поколения $J_0 \sim 10^2 - 10^3 \text{ Вт}$ [2], и эквивалентен снижению уровня шума с амплитудой $\Delta x \sim 1 \text{ \AA}$ на частоте $\sim 5 \text{ Гц}$ до $10^{-4} - 10^{-3} \text{ \AA}$ в области рабочей частоты 100-200 Гц, превышая, таким образом, уровень необходимой чувствительности на 1-2 порядка. Избежать влияния механизма высокочастотной стохастизации можно двумя путями: уменьшая мощность лазерного источника излучения или сдвигая рабочую точку фазовой кривой РФП в область максимума выходящего из РФП излучения. Однако выполнение этих условий в рассматриваемой системе приводит к невозможности регистрации гравитационно-волновых событий с вариацией метрики $h < 10^{-19}$.

Указанным недостатком обладает оптическая измерительная система, в которой используется только оптическая степень свободы, а зеркала РФП установлены на пробных массах, слабо связанных с основанием. В данной работе анализируется гетеродинный метод выделения сигналов типа сигнала Берлаги, в котором оптическая степень свободы используется для модуляции оптической накачки, а информационный сигнал снимается непосредственно с пробных масс.

Рассмотрим резонатор Фабри-Перо, зеркала которого установлены на пробных телах с массой $m_1 = m_2 = M$ на расстоянии L друг от друга и слабо связаны с основанием, а собственные частоты колебаний пробных тел соответствуют ω_0 . Уравнение, описывающее движение пробных тел в поле электромагнитной волны с учетом силы давления излучения на зеркала РФП, может быть записано следующим образом:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x - \frac{\delta}{\Delta^2 + 4\sin^2(kx(t) + x/2)} = \xi(t) + f(t). \quad (1)$$

где β - коэффициент затухания, $b = 2J_0/Mc$, J_0 - мощность оптической накачки, c - скорость света в вакууме, Δ - суммарные потери в РФП за один цикл переотражений, $k = 2\pi/\lambda$, \mathcal{E} - фазовая настройка резонатора, $\xi(t)$ - тепловой шум пробных тел и $f(t) = L\dot{h}(t)$ - приходящий сигнал.

Пусть приходящий сигнал имеет вид затухающего сигнала Берлаги

$$h(t) = h_0 \alpha^2 t^2 e^{-\alpha t} \sin \omega t, \quad (2)$$

где h_0 - амплитудный коэффициент, α - затухание сигнала, ω - несущая частота, причем ω по крайней мере на порядок превышает α . Зададим фазовую настройку \mathcal{E} , модулируемую на частоте ω ожидаемого сигнала, по закону $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$, где \mathcal{E}_0 - амплитуда фазовой модуляции РФП, φ_0 - начальная фаза.

Тогда в первом приближении для сигнала (2), учитывая, что частота собственных колебаний пробных тел ω_0 значительно меньше ω вынуждающей силы и $\omega_0 \gg \beta$, получаем выражение для отклика в виде:

$$x_I = L h_0 \alpha^2 t^2 e^{-\alpha t} \sin \omega t. \quad (3)$$

Решение уравнения (1) для малых амплитуд смещений $x_I(t)$ и принятого закона модуляции фазовой настройки РФП $\mathcal{E}(t)$ относительно низкочастотной составляющей сигнала на входе РФП с учетом нелинейного члена давления излучения на зеркала может быть представлено в виде

$$\ddot{x}_{II}(t) = B t^2 e^{-\alpha t}, \quad (4)$$

где

$$B = \frac{8\delta b k L h_0 \mathcal{E}_0 \alpha^2 \cos \varphi_0}{(2\Delta^2 + \mathcal{E}_0^2)^2}.$$

Более точное описание отклика РФП можно провести, используя спектральные характеристики системы. Спектральная плотность сигнала на входе системы зеркал РФП с модуляцией фазовой настройки записывается следующим образом

$$G_f(\omega, T) = \frac{2}{T} |X(\omega, T)|^2, \quad (5)$$

где $X(\omega, T) = B \int_0^T t^2 \exp[-(\alpha \pm i\omega)t] dt$ - фурье-преобразование сигнала на входе системы, T - время усреднения.

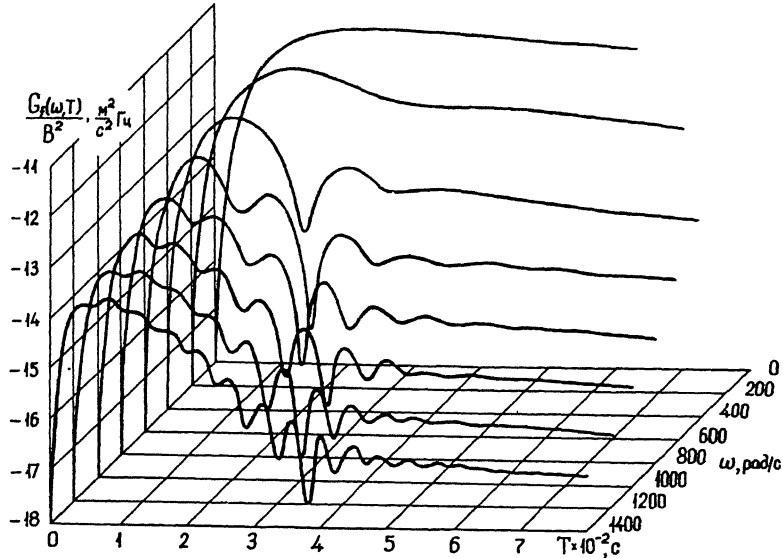


Рис. 1.

Численное решение для выражения (5) представлено на рис. 1. Как видно из рис. 1, на котором представлена $G_f(\omega, T)$, нормированная на B^2 , спектральная плотность сигнала для $\omega \geq 200$ рад/с значительно снижается при увеличении времени усреднения T , при этом максимальным значениям $G_f(\omega, T)$ соответствует интервал $T \sim 5 \cdot 10^{-3} \dots 2.5 \cdot 10^{-2}$ с. Полученные графики позволяют провести оптимизацию исследуемой системы лазер-РФП на максимум спектральной плотности сигнала на входе для различных T и обеспечить максимальное отношение сигнал/шум на выходе системы.

Мощность сигнала на выходе системы в интервале частот (ω_1, ω_2) , где $\omega_1 = 0.5 \omega^*$, $\omega_2 = 1.5 \omega^*$, ω^* - частота, для которой при заданном α величина спектральной плотности сигнала на входе системы максимальна, определяется выражением

$$W_S = \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_x(\omega, T) d\omega, \quad (6)$$

где $G_x(\omega, T) = \frac{G_f(\omega, T)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}$ - является спектральной плотностью сигнала на выходе колебательной системы, описываемой уравнением (1).

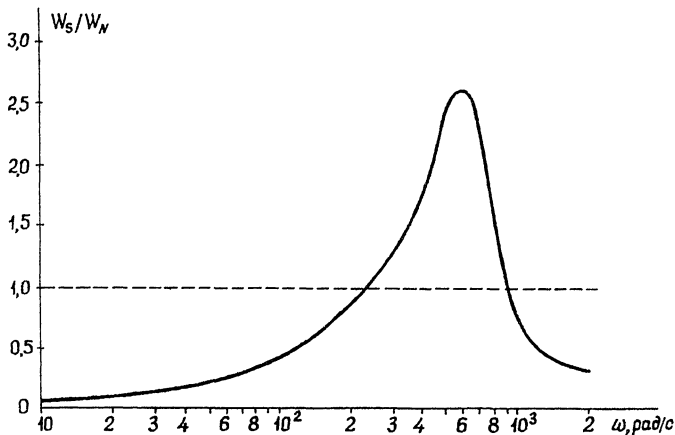


Рис. 2.

Мощность теплового шума в этом же интервале частот выражается аналогично через спектральную плотность шума на выходе системы:

$$G_N(\omega) = \frac{2\beta k_B T_{эф} M^{-1}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}, \quad (7)$$

где $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, $T_{эф}$ — эффективная температура, M — масса пробного тела с установленным на нем зеркалом РФП.

Отношение сигнал/шум, соответствующее W_S/W_N и рассчитанное в соответствии с выражениями (6), (7) для используемых в ряде экспериментов параметров [2-4]: $J_0 = 3$ Вт, $\Delta = 3 \cdot 10^{-4}$, $L = 10$ м, $k = 10^7$ м⁻¹, $M = 10$ кг, $\alpha = 4.3 \cdot 10^{-4}$, $\omega_0 = 4.47$ рад/с, $\beta = 10^{-3}$ рад/с и характеристик приходящего затухающего волнового сигнала $h = 10^{-20}$, $\alpha = 200$ рад/с, $\varphi_0 = 0^\circ$ с учетом того, что мощность теплового шума в области НЧ растет пропорционально $1/f$ [4], представлено на рис. 2.

Как следует из приведенного графика, отношение W_S/W_N превышает единицу в диапазоне $\omega \sim 300-900$ рад/с, максимум кривой соответствует $W_S/W_N = 2.6$ и приходится на $f \sim 100$ Гц для указанных выше параметров системы. Указанные значения параметров могут быть использованы непосредственно в регистрирующей системе, обеспечивая чувствительность на уровне $h \sim 10^{-20}$ отн. ед. при регистрации смещений пробных тел емкостными датчиками на уровне $\Delta x = \sqrt{W_S} = 10^{-16}$ м [5]. Достаточно высокая помехозащищенность в области 75-125 Гц достигается благодаря возможности выполнения системы на единой стабилизированной платформе при малой оптической базе резонатора и сравнительно низкой мощности оптической накачки. Увеличение длины резонатора и

мощности оптической накачки позволяет значительно увеличить чувствительность исследуемой системы лазер-РФП, так как отношение W_S/W_N прямо зависит от B^2 и растет пропорционально квадрату произведения мощности накачки J_0 и длины оптической базы l между зеркалами РФП.

При расчетных параметрах обсуждаемая система вследствие малой базы РФП и малых шумов, вносимых лазерным источником излучения, могла бы оказаться достаточно удобной в исследованиях суператтенюаторов, предназначенных для сейсмической развязки зеркал большебазных интерферометров [6], а также при спектральных исследованиях виброизолированных платформ, предназначенных для гравитационно-волновых, геофизических и других прецизионных измерений.

В заключение следует отметить, что особенностью гетеродинного метода приема затухающих сигналов с использованием РФП является промежуточное положение спектральных характеристик системы по отношению к широко используемым системам с чисто оптической и акустической степенями свободы: измерения могут производиться в достаточно широкой спектральной полосе, причем смещение центра полосы обеспечивается варьированием частоты модуляции фазовой настройки РФП. Кроме того, гетеродинный метод регистрации практически свободен от влияния нелинейного механизма переноса низкочастотных возмущающих колебаний в ВЧ область спектра вследствие сдвига рабочей точки фазовой кривой РФП в точку, соответствующую максимуму выходящего из РФП излучения, и возможности уменьшения на 1-2 порядка мощности когерентного источника оптической накачки.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Морозов А.Н., Гладышев В.О. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. В. 5. С. 57-60.
- [2] Brillè t A. // Annales of Phys. (Fr.). 1985. V. 10. N 3. P. 219-226.
- [3] G i a z o t t o A. // Phys. Rep. 1989. V. 182. N 6. P. 365-424.
- [4] S c h u t z B.F. // Class. Quant. Grav. 1989. V. 6. P. 1761-1780.
- [5] B l a i r D.G. // Contemporary Phys. 1987. V. 28. N 5. P. 457-475.
- [6] D e l F a b b r o R., D i V i r g i l i o A., G i a z o t t o A., K a u t z k y H., M o n t e l a t i c i V., P a s s u e l l o D. // Phys. Lett. A. 1988. V. 132. N 5. P. 237-240.

Московский государственный
технический университет
им. Н.Э. Баумана

Поступило в Редакцию
20 мая 1991 г.