

09; 10

© 1991

К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С ВНЕШНЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Н. И. А й з а ц к и й, А. О. О с т р о в с к и й

1. Как известно [1-3], важное место в теории распределенных автоколебательных систем занимает определение условий, при которых стационарные режимы генерации ВЧ полей сохраняют устойчивость. Решение данной задачи для генератора с запаздывающей обратной связью (ЗОС) проведено в работе [2]. На основе „клицтронной“ аппроксимации продольной структуры поля был аналитически установлен критерий устойчивости стационарного режима генерации. Переход к более реалистической, с точки зрения эксперимента, пространственно-временной модели [4, 5] позволил в [2] определить численными методами границу области устойчивости этого режима при изменении параметра, характеризующего степень неравномерности системы, а также выявить особенности возникновения автомодуляционного режима генерации. Однако в рамках этой модели остался невыясненным принципиальный вопрос: определяется ли отсутствие стационарного режима неустойчивостью стационарного состояния (локальная неустойчивость), или изображающая точка системы в ходе своего движения не попадает в область притяжения соответствующей стационарной точки.

В настоящей работе предложен численный метод, позволяющий исследовать локальность возникающей неустойчивости. При изучении устойчивости режимов в распределенной системе с ЗОС было установлено, что в определенном интервале значений безразмерной длины замедляющей структуры (ЗС) динамическая система имеет несколько стационарных состояний, отличающихся между собой амплитудой и частотой генерируемого сигнала; в различных областях данного интервала устойчивые состояния системы имеют различные частоты. Впервые сообщается, что смена одного устойчивого стационарного состояния распределенной системы другим с изменением нормированной длины ЗС происходит через состояние „безразличного равновесия“, которое является нестационарным.

2. Рассмотрим модель автоколебательной системы, состоящей из нелинейного усилителя, выходной сигнал которого по цепи внешней обратной связи частично поступает на его вход. Электродинамическая ЗС нелинейного усилителя возбуждается моноэнергетическим трубчатым релятивистским электронным пучком (РЭП). Передаточные свойства цепи обратной связи характеризуются регулируемым изменением фазы автоколебаний на длине линии задержки и глубины

обратной связи. С целью упрощения физической модели описанной системы сделаем следующие предположения: ЗС находится в сильном продольном магнитном поле, так что движение электронов можно считать одномерным; пучок имеет малые поперечные размеры, поэтому его расслоением пренебрежем; считаем, что затухание ВЧ полей в волноведущих структурах отсутствует. Процесс возбуждения колебаний рассмотрим в приближении малого изменения скорости электронов при взаимодействии их с резонансной волной. Тогда динамика пространственно-временного изменения ВЧ поля описывается самосогласованной системой уравнений, приведенной в работе [2].

Процедура исследования устойчивости стационарных режимов основана на приведенной выше модели и заключается в следующем. Предположим, что мы хотим исследовать на устойчивость некоторый стационарный режим, для которого входная амплитуда и фаза равны соответственно $|F(\xi=0)$, $\varphi(\xi=0)$ (ξ - безразмерная продольная координата ЗС). В нестационарной модели искусственно разрываем обратную связь и рассчитываем динамику возбуждения колебаний при заданном значении поля на входе ЗС. Поскольку обратная связь разорвана, то после переходного процесса устанавливается стационарное распределение поля вдоль всего пространства взаимодействия, соответствующее исследуемому на устойчивость. Затем включается обратная связь. При этом комплексному значению поля на входе ЗС дается малое возмущение \tilde{F} относительно стационарного значения, спадающее с течением времени τ к нулю ($\tilde{F}(\tau \rightarrow \infty) \rightarrow 0$). Если отклонение поля $\Delta F(\tau, \xi)$ от стационарного значения в любой точке системы при $\tau \rightarrow \infty$ стремится к нулю, то такой стационарный режим считаем устойчивым, в противном случае он неустойчив. Отметим, что впервые этот метод был использован применительно к исследованию устойчивости процесса ускорения модулирования РЭП в инжекционной секции линейного ускорителя с обратной связью [6].

С помощью описанного метода был проведен анализ устойчивости режимов, имеющих постоянную амплитуду и частоту сигнала, при которой выполняется условие черенковского синхронизма ($\omega = kv_0$; ω, k - частота и волновое число резонансной с пучком волны, v_0 - начальная скорость РЭП). При расчетах поле на входе ЗС и время задержки сигнала T_0 полагались фиксированными $|F(\xi=0)| = 0.5$; $\varphi(\xi=0) = 0$; $T_0 = 3.94$. Нормированная длина ЗС l варьировалась в интервале $1.5 \leq l \leq 4.0$. При изменении длины ЗС характеристики кольца обратной связи (μ - коэффициент передачи, $\Delta\varphi$ - сдвиг фазы сигнала на длине линии задержки) менялись таким образом, чтобы в системе существовало стационарное решение с указанными параметрами поля на входе ЗС.

3. Расчеты показали, что при $l \leq 3.0$ исследуемые стационарные режимы являются неустойчивыми. Однако по мере дальнейшего увеличения l автоколебательная система выходит из неустойчивого состояния. Это иллюстрирует рис. 1, на котором показаны некоторые результаты расчетов устойчивости. Видно, что с течением времени в неустойчивых режимах изображающая точка, раскручиваясь по спирали, уходит от стационарного состояния.

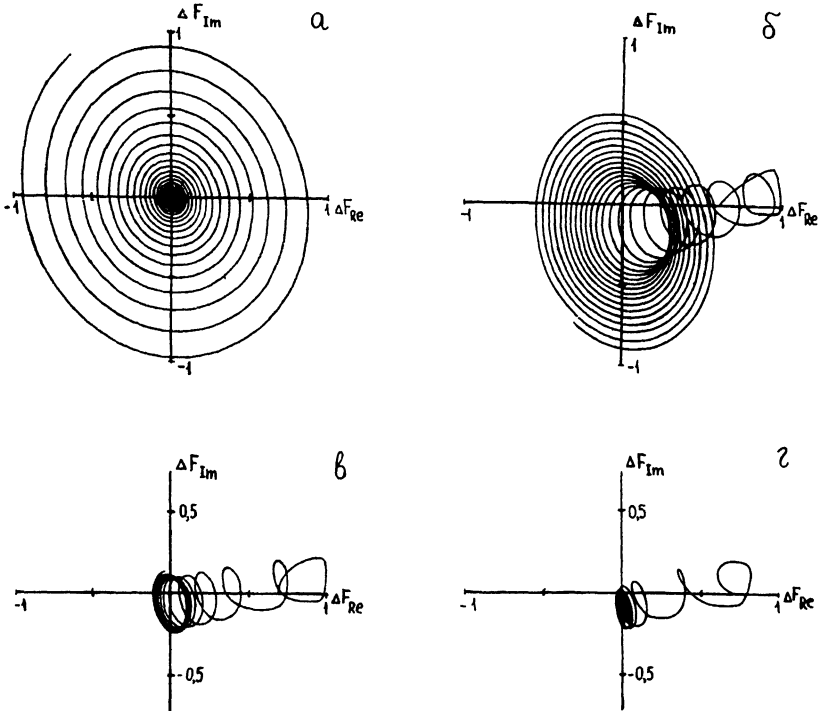


Рис. 1. Динамика изменения малого возмущения электрического поля $\Delta F(x, 0) = \Delta F_{Re}(x, 0) + i\Delta F_{Im}(x, 0)$ на входе ЗС при различных значениях параметра \mathcal{L} . а - $\mathcal{L} = 2.2$, б - $\mathcal{L} = 2.6$, в - $\mathcal{L} = 3.0$, г - $\mathcal{L} = 3.5$. Значения ΔF_{Re} , ΔF_{Im} нормированы на максимальную величину отклонения поля от своего равновесного значения.

Для выяснения вопроса о том, что же происходит в автоколебательной системе при развитии наблюдавшейся неустойчивости стационарных состояний, была рассчитана нелинейная динамика возбуждения ВЧ полей путем решения самосогласованной системы уравнений [2] для малых начальных возмущений. Было установлено, что в интервале $1.5 \leq \mathcal{L} \leq 3.0$ реализуются новые стационарные режимы с постоянной амплитудой и частотой сигнала $\omega = k\omega_0(1 + \Omega)$, $\Omega > 0$. Приведенные на рис. 2, а, б траектории, описываемые точкой с координатами $ReF(x, 0)$, $ImF(x, 0)$, отображают динамику установления этих стационарных режимов. Начиная с $\mathcal{L} = 3.1$, в системе реализуется режим на резонансной частоте $\Omega = 0$ (рис. 2, в, г). Таким образом, результаты расчета нелинейной динамики системы находятся в полном соответствии с выводами теории устойчивости.

На основе вышеизложенного можно предположить, что для рассматриваемых значений \mathcal{L} одним и тем же параметрам обратной связи соответствуют два стационарных режима, отличающихся между

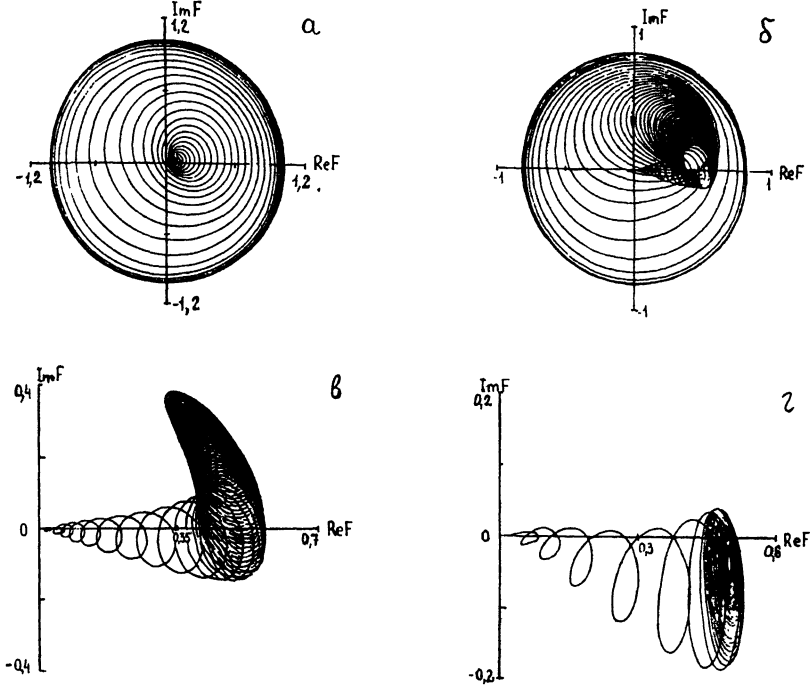


Рис. 2. Вид траекторий, описываемых точкой с координатами $ReF(x, 0)$, $ImF(x, 0)$ при различных значениях параметра l . а - $l = 2.6$, б - $l = 3.0$, в - $l = 3.1$, г - $l = 3.5$.

собой частотой генерируемого сигнала. Детальный анализ стационарных режимов генерации на основе передаточных характеристик подтвердил данный вывод. Следовательно, рассматриваемая распределенная система обладает специфической особенностью: при одинаковых управляющих параметрах в ней существует два стационарных состояния, причем только одно из них устойчиво ($l \leq 3.0$ устойчиво состояние с $\Omega > 0$; $l > 3.0$ устойчиво состояние с $\Omega = 0$).

Представляет значительный интерес исследовать характер перехода системы от одного устойчивого состояния к другому, поскольку он реализуется при нулевых инкрементах (декрементах) рассматриваемых режимов. Это означает, что вблизи точки перехода резко возрастает время установления соответствующего стационарного состояния динамической системы T_{yc} . Так, при $l = 3.1$ значение T_{yc} увеличивается на порядок по сравнению со случаем $l = 4.0$. В самой точке перехода l_* ($3.0 < l_* < 3.1$) время выхода системы на режим стационарной генерации стремится к бесконечности. Описанная ситуация соответствует нахождению системы в состоянии „безразличного равновесия“ малейшее отклонение от которого в ту

или иную сторону по параметру ζ приводит к установлению стационарного режима. Данное состояние системы является нестационарным.

Приведенные результаты показывают, что в рассматриваемом интервале изменений параметра неравновесности автоколебательной системы одинаковым параметрам обратной связи соответствуют два стационарных режима генерации на различных частотах. При этом только один из них устойчив и реализуется в автоколебательной системе. Переход автогенератора от одного устойчивого стационарного состояния с $\Omega > 0$ к другому с $\Omega = 0$ по мере увеличения ζ происходит через состояние „безразличного равновесия“, которое является нестационарным.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] К о в а л е в Н.Ф., П е т е л и н М.И. Сб.:Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 62-100.
- [2] Г и н з б у р г Н.С., К у з н е ц о в С.П. Сб.:Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР. С. 101-144.
- [3] З а в о л ь с к и й Н.А., Н у с и н о в и ч Г.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 7. С. 847-853.
- [4] Э л е к т р о н и к а л а м п с о б р а т н о й в о л н о й / Под ред. Шевчика В.Н., Трубецкова Д.И. Саратовский госуниверситет. 1975. С. 195.
- [5] Г и н з б у р г Н.С., К у з н е ц о в С.П., Ф е д о с е е в а Т.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1053-1059.
- [6] А й з а ц к и й Н.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 11. С. 1417-1421.

Поступило в Редакцию
18 октября 1991 г.