Письма в ЖТФ, том 18, вып. 4 26 февраля 1992 г.
01; 07

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СВЕТОВЫХ ВОЛН В ИНЕРАЦИОННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

В.Б. Котов, Е.А. Никанорова

При рассмотрении взаимодействия световых волн в нелинейных средах с инерационным откликом актуальным является вопрос об устойчивости стационарного распределения величин, характеризующих взаимодействующие волны и записываемую ими динамическую решетку. Нарушение условий устойчивости приводит к возникновению в системе нерегулярных колебаний.

В связи с этим рассмотрим две плоские монохроматические когерентные световые волны, падающие с разных сторон на плоский слой ($0 \leq x \leq L$) нелинейной инерционной слабопоглощающей среды с локальным откликом [1]. Уравнения, описывающие такую систему, могут быть представлены в виде [2]

$$\frac{\partial e_1}{\partial \xi} = 4i\mu_2 C^* e_2; \quad \frac{\partial e_2}{\partial \xi} = 4i\mu_1 C e_1; \quad \frac{\partial C}{\partial \theta} = e_1^* e_2 - C, \tag{1}$$

где e_1, e_2 – комплексные амплитуды световых волн, нормированные так, что граничные условия имеют вид $e_1(\theta, \xi=0)=1$, $e_2(\theta, \xi=1)=1$, C пропорционально комплексной амплитуде решетки, $\xi = x/L$ безразмерная координата, $\theta = t/\tau_0$ – безразмерное время, $\mu_1 = \eta_2\tau_0/\tau_1$, $\mu_2 = \eta_1\tau_0/\tau_2$, τ_1, τ_2, τ_0 – характерные времена релаксации под действием соответственно первой волны, второй волны и всех падающих на слой волн, $\eta_i = \Delta k_{xi} L/4$, Δk_{xi} – изменение x-компоненты волнового вектора i-той волны при максимальном изменении диэлектрической проницаемости.

Система (1) имеет стационарное решение

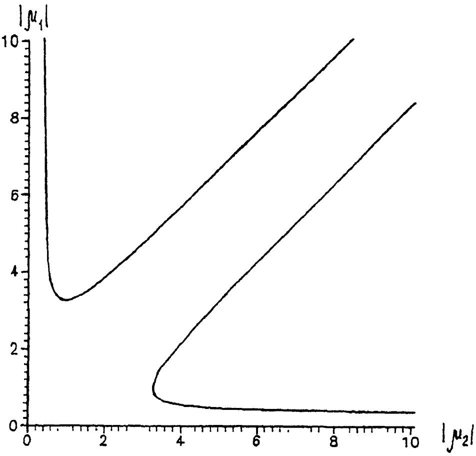
$$e_1 = \exp(4i\mu_2\xi), \quad e_2 = \exp(4i\mu_1\xi), \quad C = e_1^* e_2. \tag{2}$$

Линеаризуя систему (1) по малым отклонениям амплитуд и фаз в окрестности решения (2) и производя преобразование Лапласа по θ, для изображений e_i можно получить выражения вида

$$e_i = R_i(s,\xi)/Q(s), \tag{3}$$

причем $Q(s) = 4y_2^2(s+1)p(s)\,\mathrm{sh}(p(s)) + 2y_2(4y_2 - 2sy_1 - s^2y_1)\,\mathrm{ch}(p(s)) + 8y_2^2 - 4sy_1y_2 + s^2y_1(y_1+2y_2)$;

$p(s) = 4(-s(sy_1 - 4y_2))^{1/2}/(s+1)$, $y_1 = (\mu_1+\mu_2)^2$, $y_2 = -\mu_1\mu_2 \geq 0$.



Выражения для $R(s, \xi)$ не выписываем из-за их громоздкости.

Неустойчивости равновесного решения (2) соответствует полюс функции (3) в правой полуплоскости комплексной переменной s [3]. Все особенности $R(s, \xi)$ лежат в левой полуплоскости s. Нуль второго порядка функции $Q(s)$ в $s = 4y_2/y_1$ не дает полюса, так как $R(s, \xi)$ здесь также имеет ноль второго порядка. Анализ показывает, что при выполнении определенных условия для μ_1, μ_2 у $Q(s)$ на вещественной положительной полуоси появляются нули, соответствующие полюсам функции (3). На рисунке представлены кривые, разделяющие в пространстве параметров $|\mu_1|$, $|\mu_2|$ области устойчивого и неустойчивого равновесия. Существенно, что при $|\mu_i| < \mu_0$, i-1.2, $\mu_0 \simeq 0.3$ и при $||\mu_1| - |\mu_2|| < \Delta\mu$, $\Delta\mu \simeq \pi/2$ равновесие всегда устойчиво относительно возмущений амплитуды и фазы решетки.

Если световые волны падают с одной стороны слоя, то аналогичное рассмотрение показывает устойчивость решения (2) при любых параметрах системы. При переходе от плоских волн к ограниченным пучкам по мере уменьшения их поперечных размеров роль границ слоя уменьшается, а область взаимодействия определяется самими пучками. При этом в условии устойчивости вместо толщины слоя будет входить некий эффективный размер области взаимодействия.

В заключение заметим, что нерегулярные колебания могут возникать и в случае устойчивости стационарного решения, но в последнем случае они будут затухающими.

Список литературы

[1] Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Одулов С.Г., Соскин М.С. // УФН. 1979. Т. 129. № 1. С. 113–137

[2] О д у л о в С.Г., С о с к и н М.С., Х и ж н я к А.И. Лазеры на динамических решктках. М.: Наука, 1990. 272 с.
[3] Д и т к и н В.А., П р у д н и к о в А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М.: Физматгиз, 1974.

Поступило в Редакцию
30 октября 1991 г.