Письма в ЖТФ, том 18, вып. 12 26 июня 1992 г.
01; 09

ПЕРЕФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДИЭЛЕКТРИКА

А.Г. Н е р у х

При исследовании скалярной трехмерной задачи в безграничном пространстве был выявлен эффект фокусированного возврата излучения в точку источника при резком изменении свойств среды во времени [1]. В данной работе показано, что наличие плоской границы нестационарной среды приводит к перефокусировке вторичных волн в точку, симметричную точке источника, причем, в отличие от безграничного пространства, поле в фокусе, достигая максимальной величины, остается конечным.

Исследование проведено с помощью эволюционного подхода [2], согласно которому электрическое поле в трехмерном случае описывается интегральным соотношением [3]:

$$\vec{E}=\vec{E}_0+\hat{K}\vec{E}, \tag{1}$$

где $\hat{K}_{ij}=\int d\vec{x}'\langle\vec{x}|\hat{K}|\vec{x}'\rangle_{ij}$, $\langle\vec{x}|\hat{K}|\vec{x}'\rangle_{ij}=$

$$=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_j}-\frac{\delta_{ij}}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{\delta\left(t-t'-\frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{v}\right)}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\left(\frac{\varepsilon_2(t')}{\varepsilon}-1\right)\chi(\vec{x}').$$

Здесь ε – диэлектрическая проницаемость фоновой среды, в которой расположена нестационарная область V , задаваемая характеристической функцией $\chi(\vec{x})$, $\vec{x}=(t,\vec{r})$, $v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$, $\vec{E}_0$ есть первичное (невозмущенное) поле в фоновой среде и интегрирование производится по четырехмерному полупространству $t\geqslant 0$. Предполагается, что среда внутри области V, начиная с нулевого момента времени, описывается диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2(t)$.

Если точка наблюдения $\vec{x}$ находится внутри области V , то соотношение (1) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода, его решение равно $\vec{E}=\vec{E}_0+\int d\vec{x}'\langle\vec{x}|\hat{R}|\vec{x}'\rangle\vec{E}_0(\vec{x}')$. В случае, когда V представляет собой полупространство $x\geqslant 0$ ($\chi=\theta(x)$), диэлектрическая проницаемость которого скачком изменяется в нулевой момент времени от ε до $\varepsilon_2=const$, резольвента имеет вид $\langle\vec{x}|\hat{R}|\vec{x}'\rangle=\langle\vec{x}|\hat{R}_1|\vec{x}'\rangle+\langle\vec{x}|\hat{R}_2|\vec{x}'\rangle$, где первое слагаемое с точностью до множителя, равного характеристической функции, совпадает с резольвентой задачи о безграничном пространстве, а второе обусловлено влиянием границы диэлектрика:

$$\langle\vec{x}|\hat{R}_{1,2}|\vec{x}'\rangle=(n^2-1)\int\limits_{-i\infty}^{i\infty}\frac{dp}{2\pi i}\int\limits_{\infty}\frac{d\vec{k}_\perp}{(2\pi)^2}e^{p(t-t')+i\vec{k}_\perp(\vec{\rho}-\vec{\rho}')-\frac{\varphi_2}{v_2}f_{1,2}(x,x')}\frac{\hat{M}_{1,2}}{2v_2\varphi_2},\qquad(2)$$

где $\vec{k}_\perp=(k_2,k_3)$, $\vec{\rho}=(y,z)$, $f_1=|x-x'|$, $f_2=x+x'$, $v_2=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_2}}$,

$$n=\frac{v_2}{v},\quad \varphi_2=\sqrt{p^2+v_2^2k_\perp^2},$$

$$\hat{M}_1=v_2^2\begin{pmatrix}-\frac{\partial^2}{\partial x^2} & -\hat{d}_1\\ -\hat{d}_2 & \hat{S}\end{pmatrix}+\frac{\partial^2}{\partial t^2}\hat{I},\qquad(3)$$

$$\hat{M}_2=-v_2^2R_{\parallel}\begin{pmatrix}-\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} & -\hat{d}_1\\ \hat{d}_2 & \hat{S}\end{pmatrix}+2vv_2R_T\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & \hat{S}\end{pmatrix}+\frac{\partial^2}{\partial t^2}R_\perp\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & \hat{I}\end{pmatrix}.$$

Блочные матрицы в (3) имеют компоненты $\hat{d}_1=\left(\frac{\partial^2}{\partial x\partial y},\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}\right)$,

$$\hat{d}_2=\begin{pmatrix}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial z}\end{pmatrix},\qquad \frac{\partial^2}{\partial\rho^2}=\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2},\qquad \hat{S}=\begin{pmatrix}\frac{\partial^2}{\partial y^2} & \frac{\partial^2}{\partial y\partial z}\\ \frac{\partial^2}{\partial y\partial z} & \frac{\partial^2}{\partial z^2}\end{pmatrix},$$

$\hat{I}$ – единичная матрица, коэффициенты в (3) являются аналогами коэффициентов отражения, соответствующих различным поляризациям плоской волны

$$R_{\parallel}=\frac{v\varphi-v_2\varphi_2}{v\varphi+v_2\varphi_2},\quad R_T=\frac{v_2\varphi-v\varphi_2}{v\varphi+v_2\varphi_2},\quad R_\perp=\frac{v_2\varphi-v\varphi_2}{v_2\varphi+v\varphi_2},\qquad(4)$$

где $\varphi=\sqrt{p^2+v^2k_\perp^2}$.

Пусть излучение генерируется точечным гармоническим источником, расположенным в точке $\vec{r}_a=(-a,\ 0,\ 0)$. В целях упрощения расчетов без потери существа вопроса рассмотрим преобразование составляющей поля излучения $\vec{E}_0=\vec{J}\frac{1}{R_a}\exp\left[i(\omega t-\varkappa R_a)\right]$, $\varkappa=\frac{\omega}{v}$, $R_a=|\vec{r}-\vec{r}_a|$ при временном скачке диэлектрической проницаемости в полупространстве $x\geqslant0$. Вычислив свертку резольвенты с этой составляющей, получим выражение для поля в нестационарной области $x\geqslant0$ в виде двойного интеграла типа обратного преобразования Фурье–Лапласа. Полюса подынтегрального выражения дают монохроматические волны с частотами ω и $\omega_1 = n\omega$, точки ветвления – непрерывный спектр волн, описывающий переходный процесс и затухающий при $t \to \infty$. Так как фокусируются волны преобразованной частоты ω_1, то рассмотрим распределение в пространстве поля этих волн в установившемся режиме, для чего найдем составляющие интегралы, обусловленные вычетами в полюсах, соответствующих этой частоте. Вычисление дает

$$\langle \vec{x} | \hat{R}_1 \vec{E}_o \rangle = 4(n^2-1)\hat{M}_1 \vec{J} \left\{ \theta(x - v_2 t) \frac{exp[i(\omega_1 t - \varkappa R_a)]}{2\omega^2 n(n-1) R_a} - \right.$$

$$- \frac{exp[-i(\omega_1 t + \varkappa R_a)]}{2\omega^2 n(n+1) R_a} + \theta(v_2 t - x) \frac{e^{-i\omega_1 t}}{2\omega^2 n(n+1)} \times \tag{5}$$

$$\left. \times \left[-(1+i) \frac{\sin \varkappa \sqrt{\rho^2 + (x+a)^2}}{\sqrt{\rho^2 + (x+a)^2}} - \frac{1 - \cos \varkappa (x+a) - \sin \varkappa (x+a)}{x+a} \right] \right\},$$

где $\theta(x)$ – единичная функция Хевисайда.
Отсюда следует, что первая часть резольвенты дает в области $0 \leqslant x \leqslant v_2 t$ сферическую стоячую волну с центром в точке источника, причем центр этот является мнимым, так как источник расположен вне нестационарного полупространства.

Вторая часть резольвенты также дает сферическую стоячую волну с центром в точке $x = a$, симметричной точке источника и расположенной в области существования этой волны:

$$\langle \vec{x} | \hat{R}_2 \vec{E}_o \rangle = 4(1-n^2) \frac{exp(-i\omega_1 t)}{2\omega^2 n(n+1)} \theta(v_2 t - x) \left\{ i\varkappa \langle \hat{M}_2 \vec{J} \rangle_1 + \right.$$

$$\left. + \langle \hat{M}_2 \vec{J} \rangle_2 \left[(1+i) \frac{\sin \varkappa \sqrt{\rho^2 + (x-a)^2}}{\sqrt{\rho^2 + (x-a)^2}} + \frac{1 - \cos \varkappa (x-a) - \sin (x-a)}{a - x} \right] \right\}, \tag{6}$$

где $\langle \hat{M}_2 \vec{J} \rangle_{1,2}$ есть значения вектора $\hat{M}_2 \vec{J}$ в некоторых точках промежутка $0 \leqslant k_\perp \leqslant \varkappa$ при $p = -i\omega_1$. Из (6) следует, что плоская граница нестационарного диэлектрика производит перефокусировку точки схождения волны в симметричную источнику точку, причем в отличие от случая безграничной среды, поле в точке фокуса, достигая максимальной величины, остается конечным.

Сходящаяся волна частоты ω_1, преломляясь, переходит через границу среды, образуя вне нестационарного полупространства составляющую поля той же частоты, описываемую выражением, получаемым из (1) при подстановке в него найденного выражения для внутреннего поля. Как показывает анализ, пространственное распределение поля этой составляющей определяется функцией

$G(x,\rho)$, которая при $n \gtrsim 1$ имеет вид $G(x,\rho) \simeq \left(1+\frac{1}{2n^2}+\frac{1}{2n^2\varkappa^2}\times\right.$
$\left.\times\frac{d^2}{dx^2}\right)\times$

$$\times\left[(1-i)\frac{\sin\varkappa\sqrt{\rho^2+(x+a)^2}}{\sqrt{\rho^2+(x+a)^2}}-i\,\frac{1-\cos\varkappa(x+a)-\sin\varkappa(x+a)}{x+a}\right],$$

а при $n \gg 1$ равна $G(x,\rho) \simeq -\frac{\exp(-in\varkappa x)}{n\varkappa}\left[(1+i)\frac{\sin\varkappa\sqrt{\rho^2+a^2}}{\sqrt{\rho^2+a^2}}+\right.$
$\left.+\frac{1}{a}(1-\cos\varkappa a-\sin\varkappa a)\right.$.

В первом случае фокусирование вышедшей волны происходит около точки источника, однако амплитуда ее в этой точке имеет порядок $(n^2-1)^2$. Во втором случае фокусирование происходит вдоль нормали, проходящей через точку источника, распределяясь по ней по синусоидальному закону.

Список литературы

[1] Felsen L.B., Whitman G.M. // IEEE Trans. on Antenn. and Propag. 1970. V. AP-18. N 2. P. 242-253.

[2] Нерух А.Г. // ЖТФ. 1987. Т. 57. В. 11. С. 2078-2087

[3] Нерух А.Г., Хижняк Н.А. Современные проблемы нестационарной макроскопической электродинамики. Харьков: НПО „Тестрадио", 1991. 280 с.

Харьковский институт
радиоэлектроники
им. ак. М.К. Янгеля

Поступило в Редакцию
20 мая 1992 г.