

01; 10

© 1992

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИСТЕМЫ  
ОТСЧЕТА В ДИНАМИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

Л.Г. Д у б а с

Представления о преобразованиях системы пространственных координат в динамическом пространстве-времени изложены в работе [1]. Ниже будет изложено преобразование системы отсчета временной координаты. При этом будет рассмотрен частный случай специальной теории относительности, когда четырехмерное пространство-время является плоским. Это упрощает рассмотрение различных произвольных преобразований пространственных координат и времени.

Простейшим преобразованием системы отсчета пространственно-временных координат является инерциальное преобразование Лоренца. Более сложные представления связаны с неинерциальными преобразованиями.

Цель работы заключается в выявлении частного примера неинерциального преобразования системы отсчета, имеющего конкретную значимость в некоторой теоретической задаче [2].

Релятивистские преобразования системы отсчета связаны с преобразованиями временной координаты. В противном случае, если временная координата абсолютна и не преобразуется, имеем дело с обычным преобразованием координат с возможной зависимостью от параметра времени [1].

Включение преобразования временной координаты может быть произвольным, однако для практики необходимы конкретные представления. Один из возможных вариантов связан с переходом к медленному времени в работе [2]. Там преобразование используется в численном моделировании взаимодействия электромагнитной волны и электронов.

Рассмотрим преобразование системы отсчета.

$$\left[ \begin{array}{l} t = t' - x'/c \\ x = x' - \int v dt' \\ y = y' \\ z = z' \end{array} \right] \quad \text{mn} \quad G = \left[ \begin{array}{cc|c} 0, & -1/(c-v) & 0 \\ -1/(c-v), & -c^2 j / (c-v)^2 & 0 \\ \hline 0 & & -1 \\ & & -1 \end{array} \right]; \quad (1)$$

$$j = (1 - v^2/c^2); \quad v = v(t').$$

Выпишем волновое уравнение для поперечного векторного потенциала.

$$\frac{1}{(c-v)} \frac{d^2 A}{dxdt} = \frac{jc^2}{(c-v)^2} \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{d^2 A}{dy^2} + \frac{d^2 A}{dz^2}. \quad (2)$$

Полученное „параболическое“ уравнение в частных производных является непараксиальным обобщением известного параболического уравнения [2].

Рассмотрим два частных предельных случая, соответствующих нерелятивистскому и ультрарелятивистскому вариантам:

$$1/c \frac{d^2 A}{dxdt} = \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{d^2 A}{dy^2} + \frac{d^2 A}{dz^2}, \quad j=1; \quad (3)$$

$$4/(jc) \frac{d^2 A}{dxdt} = 4/j \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{d^2 A}{dy^2} + \frac{d^2 A}{dz^2}, \quad j \ll 1. \quad (4)$$

Таким образом, в релятивистском случае дифракция волны в продольном направлении существенно выше дифракции в поперечных направлениях для движущейся системы отсчета (4).

Для выяснения влияния продольной дифракции в ондуляторном излучении [3] воспользуемся алгоритмом расчета, аналогичным известному [2]. Причем, для сравнения рассмотрим два варианта с включением полного (3) или следующего поперечного лапласиана правой части параболического уравнения:

$$1/c \frac{d^2 A}{dxdt} = \frac{d^2 A}{dy^2} + \frac{d^2 A}{dz^2}. \quad (5)$$

Пусть для расчетов используется достаточно длинный ондулятор. Поскольку время излучения электрона в таком ондуляторе неограничено, то в параксиальном приближении (5) получаем неограниченную длину когерентности электромагнитного излучения. Однако реальная когерентность определяется в соответствии с уравнением (3). Для расчетов удобно перейти в движущуюся систему отсчета (4) и воспользоваться ультрарелятивистской асимптотикой:

$$1/c \frac{d^2 A}{dxdt} = \frac{d^2 A}{dx^2}; \quad 2/(jL^2) \gg 1/R^2, \quad (6)$$

где  $L$ ,  $R$  - характерные продольный, минимальный поперечный размеры светового пучка.

Выписанное приближение не выполняется, если имеет место обратное (6) неравенство:

$$L^2 > 2R^2/j. \quad (7)$$

Следовательно, в лабораторной системе отсчета длина когерентности спонтанного ондуляторного излучения ограничена следующей величиной:

$$L'' = \rho. \quad (8)$$

Таким образом, длина когерентности является малой, и она сравнима с поперечным размером светового пучка внутри ондулятора. Следовательно, для увеличения длины когерентности светового пучка необходимо использовать генераторные оптические системы с высокой добротностью.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Д у б а с Л.Г. Релятивистские преобразования координат в динамическом пространстве-времени. // Изв. вузов. Сер. Физика. 1991. № 8.
- [2] Генераторы когерентного излучения на свободных электронах./ Под ред. А.А. Рухадзе. М.: Мир, 1983. 282 с.
- [3] Г и н з б у р г В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, глав. ред. физ.-мат. лит., 1981. 504 с.

Поступило в Редакцию  
25 ноября 1991 г.