Письма в ЖТФ, том 18, вып. 15 12 августа 1992 г.

01; 05.2; 11

УРАВНЕНИЕ ДИСПЕРСИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПОЛЯРИТОНОВ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ

Е.Ф. Венгер, А.В. Гончаренко, С.Н. Завадский

Дисперсионное уравнение поверхностных поляритонов (ПП) для пластины впервые, по-видимому, было получено в работах Кливера и Фукса [1, 2]. Если пластина с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2(\omega)$ и толщиной d граничит со средами с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_3, то это уравнение имеет вид

$$\left[\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1}+\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}\right]\left[\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}-\frac{\varepsilon_3}{\alpha_3}\right]+\left[\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1}-\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}\right]\left[\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}-\frac{\varepsilon_3}{\alpha_3}\right]exp(-2\alpha_2 d)=0, \quad (1)$$

где $\alpha_i=(k_x^2-q^2\varepsilon_i)^{1/2}$, $i=1,\ 2,\ 3$, $q=\omega/c$, k_x – продольная (вдоль поверхности пластины) составляющая волнового вектора ПП. Как видим, дисперсионное соотношение для пластины представляет собой комплексное трансцендентное уравнение, задающее связь между частотой и составляющей волнового вектора ПП в неявном виде. В общем случае оно весьма неудобно для анализа и решается обычно численными методами. Показано, что если пластина металлическая или имеет собственный оптический дипольный резонанс, дисперсионная зависимость ПП распадается на две ветви: верхнюю (высокочастотную– ω^+) и нижнюю (низкочастотную– ω^-). Различие ветвей ω^+ и ω^- в результате их взаимодействия наиболее ярко проявляется в тонких пленках; в этом случае ω^+ и ω^- можно рассматривать как собственные моды пленки. В толстых пленках низкочастотная и высокочастотная ветви вырождаются; при этом образуются два независимых колебания, локализованные на разных границах раздела.

В случае симметричного окружения пластины ($\varepsilon_1=\varepsilon_3$) уравнение (1) разбивается на два, соответственно для ω^+ и ω^-:

$$\varepsilon_2(\omega)=-\varepsilon_1\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\,th\,\frac{\alpha_2 d}{2}, \quad (2a)$$

$$\varepsilon_2(\omega)=-\varepsilon_1\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\,cth\,\frac{\alpha_2 d}{2}. \quad (2б)$$

При этом обе ветви имеют при $k_x\to\infty$ одну и ту же предельную частоту ω_s, определяемую из уравнения

$$\varepsilon_2(\omega_s)=-\varepsilon_1. \quad (3)$$

Уравнения (2) не допускают точного аналитического решения относительно k_x. Однако в случае тонких пластин (пленок) удается получить хорошее приближенное решение.

Будем считать, что толщина пленки мала, и выполняется условие

$$|\alpha_2 d| \ll 1. \tag{4}$$

Оговоримся, однако, что для d есть некоторое ограничение снизу: при очень тонких пленках необходимо использовать микроскопическую теорию нелокальной поляризуемости слоя молекул или методы, предложенные в работах [3, 4]. Здесь же мы считаем, что для пленки допустимо использование квазимакроскопической диэлектрической функции $\varepsilon_2(\omega)$. Введем обозначение $z = \frac{\alpha_2 d}{2}$. В этом случае уравнения (2) примут вид соответственно

$$\varepsilon_2^2(\omega) = \varepsilon_1^2 \frac{z^2}{z^2 + q^2 d^2 (\varepsilon_1 - 1)} th^2 z, \tag{5а}$$

$$\varepsilon_2^2(\omega) = \varepsilon_1^2 \frac{}{z^2 + q^2 d^2 (\varepsilon_1 - 1)} cth^2 z. \tag{5б}$$

При решении уравнения (5а) существенную роль играет выбор приближения для $th^2 z$. Можно воспользоваться разложением $th^2 z$ в ряд Тейлора. Тогда, если ограничиться членами, кубическими по

$$th^2 z \simeq \left(z - \frac{z^3}{3}\right)^2. \tag{6}$$

Однако область применимости приближения (6) весьма ограничена; значительно лучшим приближением в данном случае является аппроксимация Паде [5]. Для функции $th^2 z$ она имеет вид

$$th^2 z \simeq \frac{z^2}{1 + 2/3\, z^2}. \tag{7}$$

Расчеты показывают, что в случае действительного аргумента при $z=1$ ее отклонение от функции $th^2 z$ составляет 3.1%, в то время как приближение отрезком ряда Тейлора уже совершенно неприемлемо – отклонение превышает 23%. При $z=0.6$ аппроксимация Паде дает отклонение 0.65%, отрезок ряда Тейлора – 3.25%. В случае чисто мнимого аргумента при $z=0.6i$ аппроксимация Паде дает отклонение около 1%, в то время как для аппроксимации отрезком ряда Тейлора отклонение увеличивается более чем в три раза.

Опуская выкладки, приводим решение уравнения (5а), использующее приближение (7):

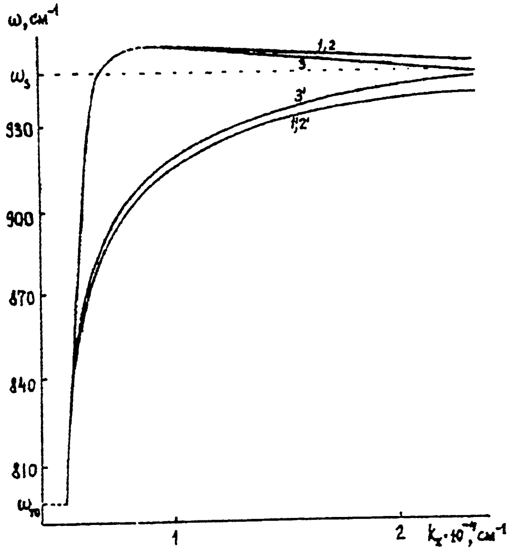

Рис. 1. Дисперсионные зависимости ПП пленки SiC (d =0.8 мкм): 1,1′ – точное решение; 2,2′ – решение, использующее аппроксимацию Паде; 3,3′ – решение, использующее аппроксимацию Тейлора для верхней и нижней ветви соответственно.

$$k_x^2 = \frac{1+d^2q^2c_1^+ \pm \sqrt{1+d^2q^2c_2^+ + d^4q^4c_3^+}}{d^2c_0^+}, \tag{8}$$

где $c_1^+ = \frac{1}{2\varepsilon^*} - \frac{\varepsilon^*+1}{6}$; $c_2^+ = (\varepsilon^*-1)\left(\frac{1}{\varepsilon^{*2}} - \frac{1}{3}\right)$; $c_3^+ = \frac{(\varepsilon^*-1)^2}{36}$; $c_0^+ = \frac{1}{2\varepsilon^{*2}} - \frac{1}{3}$;

$\varepsilon^* = \varepsilon_2(\omega)/\varepsilon_1$. Аналогично для нижней ветви, используя приближение

$$cth^2 z \simeq \frac{1}{z^2} + \frac{2}{3}, \tag{9}$$

что эквивалентно отбрасыванию в разложении членов со степенями z^4 и выше, получено:

$$k_x^2 = \frac{1+d^2q^2c_1^-}{d^2c_0^-}, \tag{10}$$

где $c_1^- = \frac{\varepsilon^*}{4}\left(\varepsilon^* - \frac{2}{3}\right)$, $c_0^- = \frac{1}{4}\left(\varepsilon^{*2} - \frac{2}{3}\right)$.

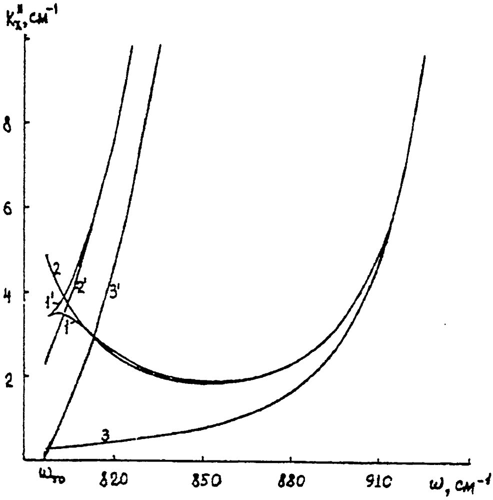

Рис. 2. Частотные зависимости затухания ПП (та же система). Обозначения – аналогично рис. 1.

Точность выражений (8) и (10) зависит от малости безразмерного комплексного параметра-функции $z(\omega)$. В свою очередь, $z(\omega)$ зависит от параметров $k_x d$ и qd. Указанные приближения плохо работают при $k_x \to \infty$, поскольку граничная частота ω_S ПП для пластины с симметричным окружением определяется из соотношения $\varepsilon^*(\omega_S)=-1$; в то же время формула (8) дает для граничной частоты $\varepsilon^*(\omega_S)=-\sqrt{3/2}$, а формула (10) $\varepsilon^*(\omega_S)=-\sqrt{2/3}$. Условие малости z может нарушаться также при больших значениях $\varepsilon_2(\omega)$, что имеет место, например, вблизи частот поперечных оптических фононов.

Сказанное хорошо иллюстрируется рис. 1 и рис. 2, где для пленки SiC толщиной d=0.8 мкм выполнены расчеты действительной (дисперсии) и мнимой (затухание ПП) части волнового вектора k_x соответственно. Отметим, что здесь умышленно бралась уже достаточно толстая пленка (в пределах области существования ПП параметр qd изменяется в пределах 0.4–0.48). Тем не менее, приближение, основанное на аппроксимации Паде, для верхней ветви работает очень хорошо. Его расхождение с расчетом, выполненным по точным формулам (2), заметно лишь в окрестности частоты поперечного оптического фонона ω_{TO} (для $k_x^{\parallel}=Im(K_x)$), а дисперсионные кривые 1 и 2, 1′ и 2′ в установленном масштабе вообще неразличимы. Значительно хуже приближение, основанное на аппроксимации Тейлора (6). Оно может быть применено лишь при $qd \ll 1$ и на удалении от резонанса. В этом случае можно считать $th\,z \approx z$, что позволяет в итоге разделить действительную и мнимую части волнового вектора. В результате получено общее выражение для комплексного k_x (ветвь ω^+)

$$k_x \simeq q \left[1 + \frac{1}{8} q^2 d^2 \frac{(\varepsilon^* - 1)^2}{\varepsilon^{*2}} \right] \qquad (11)$$

и для длины свободного пробега ПП

$$L^{-1} = k_x'' = \frac{1}{8} q^3 d^2 \, Im \, \frac{(\varepsilon^* - 1)^2}{\varepsilon^{*2}}. \qquad (12)$$

Учитывая, что $\varepsilon^* = \varepsilon' + i\varepsilon''$, (12) может быть переписано в виде

$$L = \frac{4}{q^3 d^2 \varepsilon''} \, \frac{(\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)^2}{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2 - \varepsilon'}. \qquad (13)$$

В заключение отметим, что в случае несимметричного окружения ($\varepsilon_1 \neq \varepsilon_3$) область существования высокочастотного ПП (интересного с точки зрения слабого затухания и соответственно большой длины пробега) значительно сужается. Это связано с тем, что между прямыми дисперсии фотонов в средах 1 и 3 $k_x = q\varepsilon_1^{1/2}$ и $k_x = q\varepsilon_3^{1/2}$ поляритон является радиационным по отношению к одной из сред [6], а потому ветвь ω^+ становится излучающей в области, где групповая скорость ПП максимальна. Длина пробега соответствующего поляритона (его можно назвать псевдоповерхностным) значительно уменьшается, она конечна даже в средах, для которых отсутствуют собственные механизмы диссипации энергии.

Список литературы

[1] Fuchs R., Kliever K.L. // Phys. Rev. A. 1965. V. 140. N 6. P. 2076-2088.

[2] Kliever K.L., Fuchs R. // Ibid. 1966. V. 144. N 2. P. 495-503.

[3] Bagchi A., Barrera R.G., Fuchs R. // Phys. Rev. B. 1982. V. 25. N 12. P. 7086-7096.

[4] Иванов Н.М., Мясников Э.М. // УФЖ. 1987. Т. 32. № 3. С. 377-383.

[5] Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. М.: Мир, 1986. 502 с.

[6] Бразис Р.С. // Лит. физ. сб. 1981. Т. 21. № 4. С. 73-117.

Институт полупроводников
АН Украины

Поступило в Редакцию
17 июля 1992 г.