

01; 03

© 1992

ВОЗНИКНОВЕНИЕ „АНТИКОНВЕКЦИИ“ В ДВУХСЛОЙНЫХ ЖИДКОСТЯХ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНЫХ ЭФФЕКТОВ

О.В. П е р е с т е н к о

В последнее время интенсивно исследуются вопросы устойчивости поверхностей раздела между несмешивающимися жидкостями и развития в результате неустойчивости вторичных течений, способных существенно влиять на процессы переноса тепла и примеси через упомянутые поверхности [1]. Это важно, в частности, для некоторых физико-химических технологий. К настоящему времени известно, что в отсутствие термокапиллярных эффектов (ТКЭ) горизонтально-однородная система двух несмешивающихся жидкостей обладает следующим свойством, кажущимся парадоксальным: она может быть неустойчивой не только при нагреве снизу [2] (неустойчивость Рэлея), но и при определенных соотношениях между параметрами жидкостей при нагреве сверху [3, 4] („антиконвекция“). Кроме того, собственно термокапиллярный механизм (ТКМ) неустойчивости в двухслойных жидкостях достаточно подробно исследован как для случаев нагрева снизу, так и при нагреве сверху (см., например, [1, 5-7]). Практически не рассмотренными, однако, остаются ситуации, когда ТКМ и „антиконвекция“ действуют совместно. В настоящем сообщении восполнен этот пробел, для чего проведен линейный анализ устойчивости системы двух горизонтально-однородных и полубесконечных в вертикальном направлении жидкостей, нагреваемых сверху. В каждой из них динамику возмущений описывают линейные уравнения конвекции в приближении Буссинеска [3, 4, 7, 8]

$$\begin{aligned}(\partial_t - \nu \nabla^2) \vec{V} &= -\frac{\nabla}{\rho_0} \rho + \alpha g \theta \vec{e}_z, \\(\partial_t - \kappa \nabla^2) \theta &= -\gamma \vec{V} \cdot \vec{e}_z, \\ \operatorname{div} \vec{V} &= 0.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь \vec{V} – трехмерный вектор поля скорости; ρ и θ – возмущения давления и температуры соответственно; ρ_0 – фоновая (невозмущенная) плотность; $\gamma = \partial_z \bar{T} > 0$ – фоновая термическая стратификация (ось z направлена вверх); ν, κ, α – коэффициенты вязкости, температуропроводности и теплового расширения соответственно; \vec{e}_z – орт в направлении оси z . Условия „склейки“ возмущений на границе раздела (при $z = 0$) [7]

$$W = \tilde{W} = 0; \quad \vec{U} = \tilde{\vec{U}}; \quad \rho_0 \partial_z \vec{U} = \tilde{\rho}_0 \tilde{\rho} \partial_z \tilde{\vec{U}} - \sigma_T \vec{\nabla}_r \theta; \\ \theta = \tilde{\theta}; \quad \rho_0 c_p \partial_z \theta = \tilde{\rho}_0 \tilde{c}_p \tilde{\rho} \partial_z \tilde{\theta}, \quad \vec{\nabla}_r = \vec{\nabla}_r(\partial_x, \partial_y). \quad (2)$$

Здесь тильдой помечены переменные и параметры, относящиеся к верхней среде ($\tilde{\rho}_0 < \rho_0$); \vec{U} - вектор горизонтальных компонент поля скорости; W - его вертикальная компонента; c_p - удельная теплоемкость при постоянном давлении. Параметр σ_T характеризует зависимость коэффициента межфазного натяжения от температуры

$$\sigma = \sigma_0 - \sigma_T \theta. \quad (3)$$

Вдали от границы раздела все возмущения затухают. Фоновое состояние характеризуется отсутствием движений в каждой из сред и непрерывностью потока тепла на границе раздела $\rho_0 c_p \partial_z \theta = \tilde{\rho}_0 \tilde{c}_p \tilde{\rho} \partial_z \tilde{\theta}$. Возмущения ищутся в виде нормальных мод, что приводит после применения стандартной процедуры [8] к анализу характеристического уравнения для границ устойчивости системы

$$\Delta = \det(A_{ij}) = 0, \quad (4)$$

где A_{ij} - комплексная матрица коэффициентов размера 6×6 . Следует отметить, что в зависимости от соотношений параметров жидкостей, „антиконвекцию“ без учета ТКЭ можно разделить на два типа [4], которые условно назовем дивергентным и конвергентным (см. рис. 1). С учетом (2) и (3) нетрудно видеть, что включение ТКЭ способствует реализации дивергентного типа „антиконвекции“ и препятствует конвергентному. Как показано ранее в [3], в системе ртуть-вода при фоновой температуре $\bar{T}_0 < 18^\circ\text{C}$ возможно возникновение дивергентного типа „антиконвекции“. Поэтому в данной работе уравнение (4) решалось численно при значениях параметров этих сред, соответствующих $\bar{T}_0 = 10^\circ\text{C}$ и 20°C (рис. 2). Область неустойчивости при $\bar{T}_0 = 10^\circ\text{C}$ лежит правее кривой АЕ, а при $\bar{T}_0 = 20^\circ\text{C}$ выше кривой АВС. При этом, важнейшие асимптотики кривых удалось получить аналитически.

1. $Ra^{1/3}, \tilde{Ra}^{1/3} \ll 1$. Здесь $Ra = \frac{\rho_0 g \beta \Delta T_0}{\rho_0 \nu k^2}$ и \tilde{Ra} - аналоги чисел

Рэлея для каждой из сред [3], $k = \frac{2\pi}{L}$ - волновое число. В этом

случае эффекты плавучести (ЭП) пренебрежимо малы и из (4) получается выражение для критического числа Марангони ($Ma =$

$= \frac{\sigma_T \rho_0 \nu}{\rho_0 \nu k^2}$), приведенное ранее в [5, 6]

$$Ma_{кр} = \frac{8(1 + \epsilon_1)(\epsilon_2 + \epsilon_3)}{\epsilon_2(\epsilon_3 \epsilon_4 - 1)}, \quad (5)$$

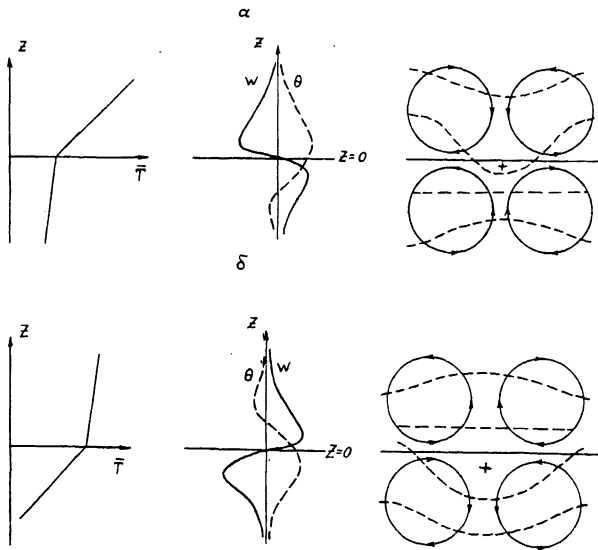


Рис. 1. Схематическое изображение вертикальных профилей фоновой температуры (\bar{T}), возмущений температуры и вертикальной скорости (θ и W), а также линий тока (сплошные линии) и изотерм (штриховые) в конвективных ячейках для дивергентного (а) и конвергентного (б) типов „антиконвекции“.

где $\epsilon_1 = \frac{\tilde{\rho}_0 \tilde{\nu}}{\rho_0 \nu}$; $\epsilon_2 = \frac{\alpha \tilde{\nu}}{\alpha \nu}$; $\epsilon_3 = \frac{\tilde{\rho}_0 \tilde{c}_p \tilde{\alpha}}{\rho_0 c_p \alpha} \epsilon_2$; $\epsilon_4 = \frac{\alpha}{\tilde{\alpha} \epsilon_3}$.

Выражение (5) при $\epsilon_3, \epsilon_4 > 1$ дает зависимость $\tilde{\mu} \sim L^{-2}$, на которую выходят ветви EA и BA кривых на рис. 2, в пределе малых L . Для попадания в область неустойчивости требуется, чтобы $Ma > Ma_{кр.} > Ra^{1/3}$, $\tilde{Ra}^{1/3} \gg 1$. Это означает, что ЭП в обеих жидкостях велики, и (4) сводится к виду

$$\Delta = \epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4 - 4\epsilon_1 \epsilon_3 \epsilon_4^{2/3} - 3(\epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_3) \epsilon_4^{1/2} - 4\epsilon_2 \epsilon_4^{1/3} + \epsilon_1 + 2 \left(\frac{Ma}{Ra^{2/3}} \right) \epsilon_2 \epsilon_4^{1/3} (\epsilon_3 \epsilon_4^{2/3} - 1) = 0. \quad (6)$$

Здесь неустойчивости соответствует $\Delta > 0$. Далее возможны две ситуации. Если параметры сред таковы, что сумма первых пяти слагаемых в (6) и $(\epsilon_3 \epsilon_4^{2/3} - 1)$ имеют одинаковые знаки, то при достаточно больших L ТКЭ становятся пренебрежимо малыми, и анализ сводится к исследованию возникновения чистой „антиконвекции“ [3]. Так для системы ртуть-вода при $T_0 = 10^\circ C$ граница устойчивости AE на рис. 2 выходит на известную ранее из [3] зависимость $\tilde{\mu} \sim L^{-4}$ (прямая DE). Если же указанная сумма и множитель $(\epsilon_3 \epsilon_4^{2/3} - 1)$ имеют разные знаки, то из (6) можно выписать

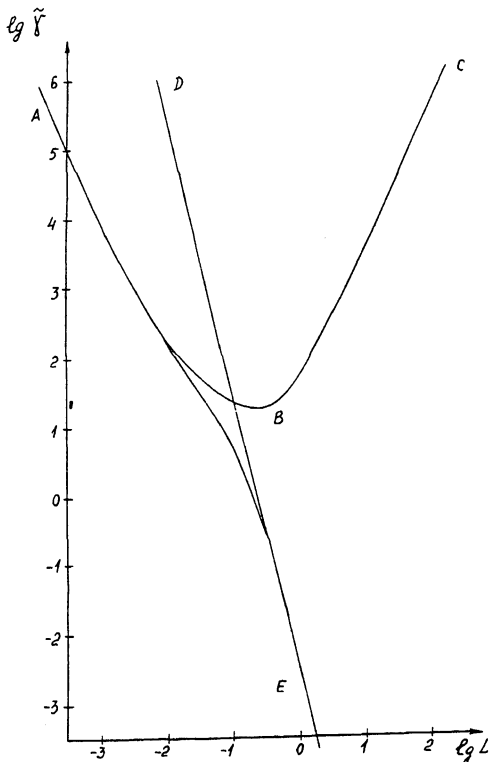


Рис. 2. Нейтральные кривые на плоскости $(\tilde{\gamma}, L)$: DE - при $\bar{T}_0 = 10^\circ\text{C}$ и $\sigma_T = 0$, AE - при $\bar{T}_0 = 10^\circ\text{C}$ и $\sigma_T = 2 \cdot 10^{-4}$ Н/К и ABC - при $\bar{T}_0 = 20^\circ\text{C}$ и $\sigma_T = 2 \cdot 10^{-4}$ Н/К.

ранее неизвестное выражение

$$\left(\frac{Ma}{Ra^{2/3}}\right)_{кр} = \frac{\epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4 - 4\epsilon_1 \epsilon_3 \epsilon_4^{2/3} - 3(\epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_3) \epsilon_4^{1/2} - 4\epsilon_2 \epsilon_4^{1/3} + \epsilon_1}{2\epsilon_2 \epsilon_4^{1/3} (1 - \epsilon_3 \epsilon_4^{2/3})}, \quad (7)$$

дающее зависимость $\tilde{\gamma} \sim L^2$, на которую выходит ветвь BC кривой ABC на рис. 2. Следует отметить, что при $\bar{T}_0 = 20^\circ\text{C}$ для системы ртуть-вода нет условий для возникновения чистой "антиконвекции", и для неустойчивости требуется, чтобы $\left(\frac{Ma}{Ra^{2/3}}\right) > \left(\frac{Ma}{Ra^{2/3}}\right)_{кр}$.

Таким образом, в рассматриваемой системе за счет ТКЭ при $\bar{T}_0 = 10^\circ\text{C}$ область неустойчивости расширяется в сторону малых L , а при $\bar{T}_0 = 20^\circ\text{C}$ формируется новая область неустойчивости (над кривой ABC), относящаяся к неисследованной ранее "микроантиконвекции". Выполнены также расчеты инкрементов растущих мод с учетом и без учета ТКЭ, позволяющие заключить, что исследуемую неустойчивость в системе ртуть-вода можно наблюдать в лабораторных условиях. Так, при температуре $\bar{T}_0 = 10^\circ\text{C}$, $\gamma = 10^3 \frac{\text{К}}{\text{м}}$ и

$\sigma_r = 2 \cdot 10^{-4} \frac{H}{K}$ [9] наиболее быстрорастущей оказалась мода с $L \approx 10^{-2}$ м и инкрементом $\omega \approx \frac{1}{3} c^{-1}$, тогда как при тех же значениях параметров и $\sigma_r = 0$ быстрее других растет мода с $L \approx 3 \cdot 10^{-2}$ м и $\omega \approx \frac{1}{30} c^{-1}$.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Гидродинамика межфазных поверхностей: Сб. статей 1979-1981 г. / Пер. с англ. Сост. Ю.А. Бувич, Л.М. Рабинович. М., 1984. 210 с.
- [2] Гершунни Г.З., Жуховицкий Е.М. // ДАН СССР. 1982. Т. 265. № 2. С. 302-305.
- [3] Weiland P. // Tellus. 1964. N 3. P. 349-358.
- [4] Гершунни Г.З., Жуховицкий Е.М. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 28-34.
- [5] Sternling C.V., Scriven L.E. // AIChE J. 1959. V. 5. N 4. P. 514-523.
- [6] Smith K.A. // J. Fluid Mech. 1966. V. 24. N 2. P. 401-414.
- [7] Непомнящий А.А., Симановский И.Б. // ПМТФ. 1985. № 1. С. 62-65.
- [8] Гершунни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
- [9] Поверхностные явления и поверхностно-активные вещества: Справочник / Под ред. Абрамзона А.А., Щукина Е.Д. - Л.: Химия, 1984. 392 с.

Поступило в Редакцию
21 сентября 1992 г.