Письма в ЖТФ, том 18, вып. 20 26 октября 1992 г.

01; 03; 10



# ТОЧНО РЕШАЕМАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ДИФФУЗИОННОГО РЕЖИМА РЕЛАКСАЦИИ ПОТОКА ЗАМАГНИЧЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В НЕОДНОРОДНОМ ГАЗЕ

Х.Ш. Гаюров, Н.С. Ерохин

Рассматривается диффузионный режим релаксации разреженного потока быстрых ($W_e \gg T_m$), замагниченных ($\omega_{He} \gg \nu_{em}$) электронов, инжектируемого в газ, концентрация которого $n_m(z/H)$ меняется значительно на длине релаксации этого потока. Здесь $W_e$ начальная энергия быстрых электронов, $T_m$ – температура газа, H – длина неоднородности, $\omega_{He}$ – гирочастота и $\nu_{em}$ – частота упругих столкновений быстрых электронов с нейтралями. Такая ситуация возникает, например, при вторжении электронов в верхнюю атмосферу на высотах $h < 150\ km$ [1–5]. В одномерной постановке задача о стационарной релаксации исследовалась в [4]. Релаксация быстрых тяжелых частиц в существенно неоднородной среде изучалась в [6]. В настоящей работе исследуется трехмерная стационарная задача о замедлении разреженного потока быстрых электронов в неоднородном газе с учетом конечной толщины потока и замагниченности его частиц.

Для энергий инжекции $10^3$ эв $< W_e < 10^6$ эВ отношение транспортной длины $l_\theta$ к пробегу $l_\mathcal{E}$ мало $l_\theta/l_\mathcal{E} \sim 2\Lambda_I/(1+Z_s)\Lambda_k$, поэтому релаксация квазимонохроматического потока происходит в две стадии. Вначале на масштабе $l_\theta = v/\nu_{em}(v)$ частицы потока быстро изотропизируются по направлениям импульса с потерей малой доли своей энергии. Затем идет более медленный процесс замедления частиц, который в аксиально симметричной задаче описывается следующим уравнением для функции распределения электронов потока $f(t, z, r_\perp, v)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} D_{\parallel} \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{1}{r_\perp} \frac{\partial}{\partial r_\perp} r_\perp D_\perp \frac{\partial f}{\partial r_\perp} = \frac{1}{2v^2} \frac{\partial}{\partial v}\left(v^3 \nu_r(v) f\right). \qquad (1)$$

Здесь $D_{\parallel} \equiv v^2/3\nu_{em}$, $D_\perp \simeq (\nu_{em}/\omega_{He})^2 D_{\parallel}$ – коэффициенты соответственно продольной и поперечной диффузии, $\nu_r(v)$ – скорость ионизационных потерь, определяемая тормозной способностью среды [7]

$$\nu_r = 2\pi n_m(z) c r_e \Lambda_I/\mathcal{E}^2,$$

где $Z_s$ – число внешних электронов рассеивания, $r_e$ – классический радиус электрона, $\Lambda_I$ – ионизационный логарифм [5],

$\mathcal{E} \equiv W_e/m_e c^2$. Для решения (1) выделим зависимость функций $D_{\parallel}$, $\nu_{em}$ и $\nu_r$ от концентрации газа $r(z) \equiv n_m(z)/n_m(0)$: $D_{\parallel}(z, v) \equiv D_0(v)/r(z)$, $\nu_{em}(z, v) = \nu_0(v) r(z)$, $\nu_r(z, v) = \nu_*(v) r(z)$, а также перейдем к безразмерным переменным

$$\xi = \int_0^z \frac{dz'}{H} r(z'), \quad \rho = \frac{r_\perp \omega_{He}}{H \nu_0}, \quad \tau(v) \equiv \frac{2}{H^2} \int_v^{v_m} dv' \frac{D_0(v')}{v' \nu_*(v')} .$$

Предположим, что $\nu_0 = const$. Тогда при стационарной релаксации для функции $F(\xi, \rho, \tau) \equiv v^3 \nu_*(v) f(z, r_\perp, v)$ из (1) получаем уравнение теплопроводности $F_{\xi\xi} + F_{\rho\rho} + F_\rho/\rho = F_\tau$. В качестве граничного условия зададим поток частиц в плоскости $z = 0$: $-D_0 f_z(0, r_\perp, v) = S(r_\perp, v)$ или $F_\xi(0, \rho, \tau) = -J(\rho, \tau)$, а также потребуем убывания $F(\xi, \rho, \tau)$ при $\xi \to \infty$. В итоге выражение для $f$ записывается следующим образом:

$$f(z, r_\perp, v) = \frac{H/4}{\pi^{3/2}} \int_0^\tau d\tau' \frac{(v'/v)^3 \nu_*(v')/\nu_*(v)}{D_0(v')(\tau - \tau')^{3/2}} \int d\vec{\rho}\,' S(\vec{r}_\perp, v') \exp(-Q),$$

$$Q \equiv \left[\xi^2 + (\vec{\rho} - \vec{\rho}\,')^2\right]/4(\tau - \tau'), \quad v' \equiv v(\tau'). \tag{2}$$

В случае монохроматического потока падающих частиц с гауссовским радиальным распределением концентрации $J(\rho, \tau) = J_0 \delta(\tau) \times \exp(-\rho^2/a_0^2)$ в плоскости инжекции $z = 0$ из формулы (2) получаем

$$f(z, r_\perp, v) = \frac{2 n_I v_m (a/a_0)^2}{\pi^{5/2} H v^3 \nu_*(v) \tau^{1/2}} \exp\left[-\frac{\xi^2}{4\tau} - \frac{\rho^2}{a^2}\right]. \tag{3}$$

Здесь $a^2 = a_0^2 + 4\tau$, $a_0 = l_0 \omega_{He}/H\nu_0$, $l_0$ и $n_I$ – характерный радиальный масштаб и концентрация частиц в плоскости инжекции $z = 0$. Обсудим теперь следствия формулы (3). Прежде всего отметим, что естественным параметром задачи является $\tau_m \equiv \tau(0)$, который в интересующих нас условиях велик. Например, в ионосфере на высоте 120 км при энергии инжекции $W_e = 10$ кэВ имеем $\tau_m \sim 10^3$. Согласно (3), на глубине $z$ экспоненциальное обрезание функции распределения происходит в интервале скоростей $v_c(z) < v < v_m$, где $v_c$ находится из условия

$$\left[\int_0^z r(z') dz'/H\right]^2 = \frac{4}{H^2} \int_{v_c}^{v_m} dv \frac{D_0(v)}{v \nu_*(v)},$$

т. е. определяется неоднородностью концентрации газа. Для экспоненциального профиля концентрации $r(z) = \exp(-z/H)$ характерная глубина остановки частиц равна $z_t = 0.5 H \ln(\tau_m/2)$. На заданной глубине радиальное распределение частиц, имеющих скорость $v$, образуется на расстояниях $l_\perp = [l_0^2 + (2H\nu_0/\omega_{He})^2 \tau(v)]^{1/2}$.

Одномерная задача реализуется при начальной толщине потока $l_0 \gg$ $\gg (H v_0/\omega_{He}) \tau_m^{1/2}$. Для $R^2 \equiv (\xi^2 + \rho^2) \gg a_0^2$ наиболее вероятная скорость частиц определяется уравнением $\tau(v) = R^2/2 < \tau_m$. При этом в координатах ($\xi$, $\rho$) функция распределения $f$ изотропна, а концентрация быстрых частиц убывает по закону $n_e \sim 1/R$. В области $R^2 > 4\tau_m$ концентрация $n_e$ спадает по экспоненте $n_e \sim$ $\sim R^{-2} \exp(-R^2/4\tau_m)$. В случае $(v_0/\omega_{He}) \gg (\ln 2\tau_m)/(2\tau_m)^{1/2}$ изоденситы потока вблизи места инжекции сильно вытянуты по направлению неоднородности $z$, а вдали от него – в поперечном направлении. Важной характеристикой процесса релаксации потока является функция $q = dn_i/dt$,, определяющая распределение концентрации набиваемой быстрыми электронами плазмы. В практически интересном случае $R \gg a_0$ с учетом (3) получаем

$$q(z, r_\perp) = \frac{2 n_I n_m(z) H \sigma_* v_* \Lambda_I}{\pi R (v_p/v_*)^3 D_0(v_p)} \left[ (v_p/v_*)^2 - 1 \right],$$

где $v_p$ находится из условия $\tau(v_p) = R^2/2$, а для сечения ионизации использована аппроксимационная формула [4]
$\sigma_{ion} = \sigma_* (v_*/v)^4 \left[ (v/v_*)^2 - 1 \right] \Lambda_I$.

Список литературы


[1] Lewis H.M. // Phys. Rev. 1950. V. 78. N 2. P. 526-534.

[2] Spencer L.V. // Phys. Rev. 1955. V. 98. N 5. 1955. P. 1597-1611.

[3] Мишин Е.В., Ружин Ю.Я., Телегин В.А. Взаимодействие электронных потоков с ионосферной плазмой. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 263 с.

[4] Хворостовский С.Н., Зеленкова Л.В. // Геомагнетизма и аэрономия. 1987. Т. 27. № 4. С. 599-601.

[5] Banks P.M., Chappel C.R., Nagy A.J. // Journal of Geophysical Research. 1974. V. 79. N 10. P. 1459-1470.

[6] Гаюров Х.Ш., Ерохин Н.С., Пунгин В.Г., Фадеев А.П. К теории торможения и рассеяния разреженного потока релятивистских зарядов в неоднородной среде // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша. № 79. М., 1991. 25 с.

[7] Ремизович В.С., Рогозкин Д.Б., Рязанов М.И. Флуктуации пробегов заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1985. 239 с.



Институт космических исследований
РАН, Москва



Поступило в Редакцию
15 марта 1992 г.
В окончательной редакции
28 сентября 1992 г.