### Влияние эффекта Штарка на резонансный перенос возбуждения между квантовыми точками

© П.А. Головинский

Московский физико-технический институт (государственный университет), 141700 Долгопрудный, Россия Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, 394006 Воронеж, Россия

(Получена 13 июня 2013 г. Принята к печати 5 августа 2013 г.)

Теоретически изучен резонансный перенос энергии между экситонными состояниями в системе из двух полупроводниковых квантовых точек. Построен модельный гамильтониан, позволяющий описывать влияние на динамику системы резонансного лазерного импульса, кулоновского взаимодействия, статического эффекта Штарка и релаксации экситонных состояний. Приведены конкретные примеры расчетов эффективности переноса энергии для разных условий возбуждения и положения энергетических уровней. Показана управляемость процесса с помощью сдвига уровней в постоянном электрическом поле.

#### 1. Введение

Физическая реализация квантовых вычислений предъявляет очень высокие требования к элементной базе. Такие повышенные по сравнению с классическими схемами характеристики связаны в первую очередь с необходимостью сохранения когерентности в процессе вычислений [1]. Различные реализации, основанные на использовании квантовой оптики, как впрочем и атомных или молекулярных систем, не обладают технологичностью и компактностью, присущей современной микроэлектронике. В этой связи твердотельная реализация квантовых вычислений представляется естественным путем, способным объединить последние достижения в области сверхбыстрой оптоэлектроники и технологии изготовления наноструктур с заданными свойствами.

В качестве основы элементной базы внимание исследователей все больше привлекают квантовые точки, связанные между собой кулоновским взаимодействием [2]. Достоинством такого выбора физической реализации является возможность использования для возбуждения экситонных состояний в квантовой точке оптического импульса лазерного излучения и осуществление переноса возбуждения от одной квантовой точки к другой за счет резонансного взаимодействия Ферстера [3] без переноса заряда и связанных с этим явлений кулоновской блокады и омических потерь. В частности, в качестве основы элементной базы могут рассматриваться квантовые точки InAs и GaAs [4]. В то же время теоретическое описание таких процессов в имеющихся моделях не учитывает импульсный характер лазерного возбуждения, что существенно для правильного понимания эффективности процесса и достижимой скорости переключения переноса возбуждения.

В квантовых точках, различающихся размерами и составом, реализуются экситонные возбуждения с различными энергиями. Управлять положением таких энергетических уровней можно путем приложения посто-

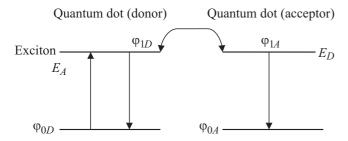
янного электрического поля. Мы будем рассматривать наинизшие по энергии возбуждения экситонные состояния в двух соседних квантовых точках. При этом барьер между квантовыми точками предполагается достаточно большим, чтобы исключить туннельный переход электрона между точками, и в то же время обеспечивающим значительное кулоновское взаимодействие между зарядами соседних квантовых точек. Возможен вариант, когда исходное состояние близко к вырождению, квантовые точки почти одинаковы и удалены, а приложенное внешнее поле приводит к расщеплению уровней на несколько мэВ за счет эффекта Штарка. Фактически речь идет об использовании нанофотоники, где взаимодействие не ограничено дифракционным пределом, а может осуществляться путем взаимодействия в ближнем поле между наноразмерными элементами [5]. Предложенная в данной работе схема при реализации на системе подуровней квантовой точки позволяет вычислять скалярные произведения [6] и тем самым может служить основой для реализации квантового нейрона [7]. Экспериментально связь между экситонами в одинаковых квантовых точках наблюдалась в [8,9]. Настоящая работа посвящена построению квантовой модели резонансного переноса возбуждения при оптическом импульсном возбуждении квантовых точек с использованием штарковского переключения.

### 2. Гамильтониан системы и основные уравнения

Основные свойства ферстеровского переноса энергии между экситонными состояниями в полупроводниках могут быть проанализированы на основе модели системы с двумя резонирующими уровнями [10]. Особенности переноса энергии зависят от соотношения между величиной энергии диполь-дипольного взаимодействия и шириной уровней. Если доминирует кулоновское взаимодействие, то перенос энергии от донора к акцептору идет когерентно и образуется новое состояние, являющееся

<sup>¶</sup> E-mail: golovinski@bk.ru

782 П.А. Головинский



**Рис. 1.** Схема энергетических уровней, фотовозбуждения, релаксации и переноса энергии в системе двух квантовых точек.

суперпозицией состояний подсистем. Если ширина акцепторного уровня больше ширины донорного уровня и величины взаимодействия, то перенос осуществляется некогерентно, диссипативные процессы в доноре идут медленно, а диссипация происходит быстро в акцепторе. Этот предельный случай соответствует классической модели Ферстера.

При детальном описании подобных процессов используются различные модельные гамильтонианы. Важно, кроме кулоновского взаимодействия между состояниями в соседних квантовых точках, включить в описание возможность возбуждения квантовой точки-донора лазерным импульсом, сдвиг уровней энергии за счет эффекта Штарка во внешнем медленно меняющемся электрическом поле и спонтанный распад возбужденных уровней за счет излучения фотонов и фононов. Для построения соответствующей квантовой модели рассмотрим схему энергетических уровней, представленную на рис. 1, и запишем соответствующий модельный гамильтониан.

Состояния объединенной системы из двух квантовых точек есть  $|00\rangle = \varphi_{0D}\varphi_{0A},\ |10\rangle = \varphi_{1D}\varphi_{0A},\ |01\rangle = \varphi_{0D}\varphi_{1A}$  и  $|11\rangle = \varphi_{1D}\varphi_{1A},\$ где  $\varphi_{0D}$  — основное состояние донорной квантовой точки,  $\varphi_{0A}$  — основное состояние акцептора,  $\varphi_{1D}$  — основное состояние экситона донора,  $\varphi_{1A}$  — основное состояние экситона акцептора. В этом базисе волновая функция системы есть

$$\psi = (|00\rangle, |10\rangle, |01\rangle, |11\rangle)^T = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)^T,$$
 (1)

а эффективный гамильтониан двух взаимодействующих квантовых точек можно записать в виде

$$H = H_0 + H_{\text{int}}(t), \tag{2}$$

где выделены диагональная часть

$$H_0 = egin{pmatrix} E_0 & 0 & 0 & 0 \ 0 & ilde{E}_D(t) & 0 & 0 \ 0 & 0 & ilde{E}_A(t) & 0 \ 0 & 0 & ilde{E}_D(t) + ilde{E}_A(t) + V_b \end{pmatrix}, \quad (3)$$

соответствующая изолированным квантовым точкам с учетом постоянного электрического поля электрода за-

твора, и оператор

$$H_{\text{int}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & V_D(t) & V_A(t) & 0 \\ V_D(t) & 0 & V_F & V_A(t) \\ V_A(t) & V_F & 0 & V_D(t) \\ 0 & V_A(t) & V_D(t) & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

учитывающий взаимодействие точек между собой и с внешним лазерным полем. Здесь  $E_0$  — энергия основного состояния системы,  $\tilde{E}_D = E_D + \Delta E_D(t) - i\gamma_D/2$ ,  $E_D$  — энергия системы, в которой возбуждено экситонное состояние донора,  $\tilde{E}_A = E_A + \Delta E_A(t) - i\gamma_A/2$ ,  $E_A$  энергия системы, в которой возбуждено экситонное состояние акцептора. Взаимодействие квантовых точек с лазерным импульсом описывается оператором V(t),  $V_F$  — величина кулоновского взаимодействия,  $\gamma_D$  спонтанная ширина экситонного состояния донора,  $\gamma_A$  спонтанная ширина экситонного состояния акцептора. Штарковский сдвиг энергии экситона донора —  $\Delta E_D(t)$ , а штарковский сдвиг энергии экситона акцептора —  $\Delta E_A(t)$ ; оба они медленно меняются со временем.  $V_b$  сдвиг биэкситонного уровня, т.е. двух экситонов в разных квантовых точках за счет кулоновского взаимодействия между ними. Структура гамильтониана учитывает возможность возбуждения (девозбуждения) биэкситона путем поглощения (излучения) двух фотонов разными квантовыми точками.

При учете только ферстеровского взаимодействия  $V_F$ гамильтониан совпадает с использованным в работе [11], а если учесть кулоновское взаимодействие и ширину уровней, то соответствующий гамильтониан фигурирует в [12]. В последнем случае модель допускает точное аналитическое решение, однако использованный в [12] формализм матрицы плотности для такой формы гамильтониана является избыточным, поскольку в нем присутствует только продольная релаксация, а более простой и эквивалентный формализм имеет вид уравнения Шредингера с учетом затухания. Аналитическое решение задачи о резонансных переходах между квантовыми точками под действием лазерного излучения без учета затухания приведено в работе [13]. Хотя в ней рассмотрен физически иной механизм передачи возбуждения за счет туннельного перехода электрона, сам формализм пригоден и для описания резонансной передачи энергии от экситона к экситону в соседней квантовой точке. Гамильтониан (2) позволяет описать, в частности, и исследованные ранее случаи.

Рассмотрим подробнее каждую составляющую модельного гамильтониана. Ферстеровская связь выражается через недиагональный матричный элемент кулоновского оператора передачи энергии между двумя квантовыми точками

$$V_F = C \iint \varphi_{0D}(\mathbf{r}) \varphi_{1D}(\mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{R} + \mathbf{r} - \mathbf{r}_1)|\mathbf{R} + \mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} \times \varphi_{0A}(\mathbf{r}_1) \varphi_{1A}(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r} d\mathbf{r}_1.$$
 (5)

Константа C учитывает влияние формы квантовых точек, диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(\mathbf{R}+\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)$  учи-

тывает экранировку зарядов за счет поляризации среды. Зависимость  $V_F$  от формы квантовых точек, их размера и расстояния между ними подробно исследована для квантовых точек InAs в матрице GaAs [3]. Там же проанализирован и вычислен параметр  $V_b$ , который учитывает кулоновское взаимодействие двух экситонов, разнесенных по разным квантовым точкам. Взаимодействие отдельных квантовых точек с лазерным полем в дипольном приближении определяется оператором взаимодействия  $V(\mathbf{r}) = -\mathbf{dF}(\mathbf{r}, t)$ , в котором  $\mathbf{d} = -e\mathbf{r}$  — дипольный момент системы,  $\mathbf{F}(\mathbf{r},t)$  — напряженность внешнего поля, действующего на систему. При использовании обычной оптики формируемое поле пространственно однородно на масштабах в несколько десятков нанометров. В то же время использование методов оптики ближнего поля [14] дает возможность пространственно селективного возбуждения одной из двух близко расположенных квантовых точек, что ранее предполагалось в ряде теоретических работ [15-17]. Селективность воздействия и направленность переноса может быть также достигнута за счет разных спектральных свойств квантовых точек [18], однако одновременно ценой снижения эффективности переноса энергии.

Эффект Штарка для квантовых точек, которые несколько различаются по размеру и составу, имеет разную величину [19,20], что позволяет управлять оптическим возбуждением с переносом энергии. Для квантовой точки сдвиг энергии может быть записан в общем виде через напряженность  $F_0$  медленно меняющегося электрического поля, приложенного с помощью подводящего контакта, в виде

$$\Delta E = \alpha F_0 + \beta F_0^2. \tag{6}$$

Для сферически симметричных точек  $\alpha=0$ , поскольку в них у экситонов отсутствует электрический дипольный момент. Для вытянутых квантовых точек кроме квадратичного эффекта Штарка может проявляться заметный линейный эффект Штарка, доминирующий при малых напряженностях постоянного электрического поля.

Таким образом, основой для описания динамики оптического возбуждения и управляемого переноса энергии между квантовыми точками является уравнение Шредингера

$$i\frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \tag{7}$$

в четырехуровневом представлении с волновыми функциями в виде четырехкомпонентного вектора-столбца и гамильтонианом (2)-(4) в виде квадратной матрицы размером  $4\times 4$  ( $\hbar=1$ ). Дальнейший анализ задачи существенно зависит от параметров системы, лазерного поля и медленно меняющегося электрического поля затвора, параметров квантовых точек и начальных условий, т.е. исходного приготовленного состояния. Далее мы рассмотрим два важных случая. В первом случае происходит быстрое возбуждение очень коротким лазерным импульсом экситона в первой квантовой точке за время, значительно меньшее остальных характерных

времен в задаче, т.е. меньше времени переноса взаимодействия и релаксации каждого из уровней. При таких условиях процессы возбуждения системы и управляемого эффектом Штарка переноса энергии возбуждения разделяются по времени и могут рассматриваться независимо. Во втором случае при возбуждении учитывается наличие эффекта Штарка, задающего отстройку резонанса. Это обеспечивает управляемую эффективность переноса энергии возбуждения.

Конкретные параметры, позволяющие проводить расчеты, для экситонов в квантовых точках InGaAs/GaAs приведены в [11]. Так, для квантовых точек с размером R=5 нм параметры принимают значения  $E_D-E_0=1.3$  эВ,  $|\langle {\bf r} \rangle|=6$  Å,  $\gamma=10^9$  с $^{-1}$  (время спада  $\tau_{\rm decay}=960$  пс),  $V_F=0.69$  мэВ ( $\tau_F=0.95$  пс), а штарковский сдвиг энергии есть  $\varepsilon=2V_F$  при напряженности электрического поля  $F_0=7.5\cdot 10^6$  В/м.

### 3. Перенос энергии из возбужденного состояния донора

Если в исходном состоянии в донорной квантовой точке имеется экситон, то перенос возбуждения к акцептору описывается укороченной системой уравнений для состояний  $\psi_2$  и  $\psi_3$ :

$$i \begin{pmatrix} \dot{\psi}_2 \\ \dot{\psi}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_D(t) & V_F \\ V_F & \tilde{E}_A(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

В случае, когда штарковское электрическое поле не меняется со временем,  $E_D = E - i\gamma_D/2$ ,  $E_A = E - \varepsilon - i\gamma_A/2$ , где E — энергия донорного уровня,  $E - \varepsilon$  — энергия акцепторного уровня при расстройке резонанса  $\varepsilon$ . Мы включили сдвиг уровней в параметры E и  $\varepsilon$ .

В этих обозначениях уравнение Шредингера (8) принимает вид

$$i\dot{\psi}_D = (E - i\gamma_D/2)\psi_D + V_F\psi_A,$$
  

$$i\dot{\psi}_A = (E - \varepsilon - i\gamma_A/2)\psi_A + V_F\psi_D.$$
 (9)

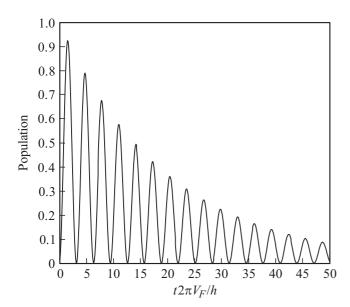
Полученная система уравнений описывает прямой и обратный когерентный резонансный перенос возбуждения с учетом отстройки резонанса и затухания состояний, связанного с их релаксацией [21]. В качестве начальных условий примем  $\psi_D(0)=1,\ \psi_A(0)=0.$  Если решение искать в виде  $a\exp(-i\varepsilon_k t)$ , то характеристическое уравнение есть

$$\begin{vmatrix} E - i\gamma_A/2 - \varepsilon_k & V_F \\ V_F & E - \varepsilon - i\gamma_D/2 - \varepsilon_k \end{vmatrix} = 0$$
 (10)

с собственными значениями

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\tilde{E}_A + \tilde{E}_D}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\tilde{E}_A - \tilde{E}_D}{2}\right)^2 + V_F^2},\tag{11}$$

784 П.А. Головинский



**Рис. 2.** Изменение заселенности акцепторного состояния квантовой точки с течением времени *t* при резонансном переносе энергии.

а общее решение имеет вид

$$\psi_D = b_D e^{-\gamma_1 t/2} e^{-i\Omega_1 t} + c_D e^{-\gamma_2 t/2} e^{-i\Omega_2 t},$$

$$\psi_A = b_A e^{-\gamma_1 t/2} e^{-i\Omega_1 t} + c_A e^{-\gamma_2 t/2} e^{-i\Omega_2 t},$$
(12)

где  $\Omega_i={\rm Re} \varepsilon_i,\ \gamma_1=-{\rm Im} \varepsilon_i/2.$  С учетом начальных условий  $b_A=-c_A,\ b_D+c_D=1$  имеем  $\dot{\psi}_A(0)=-iV_F.$  Тогда состояние акцептора есть

$$\psi_{A} = \frac{V_{F}}{\Omega_{1} - \Omega_{2} + i(\gamma_{2} - \gamma_{1})/2} \times (e^{-\gamma_{1}t/2}e^{-i\Omega_{1}t} - e^{-\gamma_{2}t/2}e^{-i\Omega_{2}t}),$$
(13)

а заселенность акцепторного состояния меняется по закону

$$|\psi_A(t)|^2 = \frac{V_F^2}{(\Omega_1 - \Omega_2)^2 + (\gamma_2 - \gamma_1)^2 / 4} \times \left\{ e^{-\gamma_1 t} + e^{-\gamma_2 t} - 2e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)t/2} \cos[(\Omega_2 - \Omega_1)t] \right\}.$$
 (14)

В рамках этой модели заселенность верхнего уровня акцептора периодически увеличивается и падает, испытывая экспоненциальное затухание. В пределе сильной связи  $V_F \gg \gamma_D, \gamma_A, \varepsilon$  и при  $\gamma = \gamma_D = \gamma_A$  идет перекачка заселенности с затуханием по закону

$$|\psi_A(t)|^2 = e^{-\gamma t} [1 - \cos(2t/\tau_F)]/2, \ \tau_F = 1/V_F.$$
 (15)

Соответствующая зависимость показана на рис. 2 для  $V_F = 20 \gamma$ .

Если штарковский сдвиг меняется по линейному закону  $\varepsilon_A(t) = -\varepsilon_D(t) = \alpha t/2$ , то, вводя амплитуды

 $a_D=\exp(iE_Dt)\psi_D$  и  $a_A=\exp(iE_At)\psi_A$ , получим систему уравнений

$$i\dot{a}_D = (\alpha t/2 - i\gamma_D/2)a_D + V_F a_A,$$
  

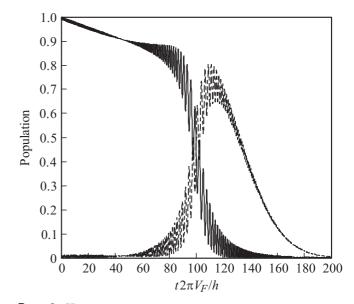
$$i\dot{a}_A = -(\alpha t/2 + i\gamma_A/2)a_A + V_F a_D.$$
 (16)

Задача о переходе между такими распадающимися уровнями имеет точное решение, которое выражается через гипергеометрические функции [22]. Для понимания общего характера динамики полезны асимптотические выражения для заселенности исходного состояния

$$\rho_{D} = |a_{D}|^{2} = \begin{cases} e^{-2\gamma_{D}t} e^{-2\pi V^{2}/\alpha}, & \gamma_{D} < \gamma_{A}, \\ e^{-2\gamma_{A}t} \left(\frac{V^{2}}{\alpha^{2}t^{2}}\right)^{2} e^{2\pi V^{2}/\alpha}, & \gamma_{D} > \gamma_{A}. \end{cases}$$
(17)

Когда скорость распада исходного донорного состояния меньше, чем акцептора, то, если не принимать во внимание экспоненциальную временную зависимость, результат соответствует формуле Ландау—Зинера для малых вероятностей перехода в отсутствие собственного канала распада состояния. Если же активно распадается само донорное состояние, то асимтотическое поведение существенно иное из-за наличия медленно распадающегося акцепторного состояния, которое подпитывает заселенность донорного состояния за счет обратной передачи энергии.

На рис. 3 показан результат расчета переноса возбуждения при квазипересечении уровней в управляемом эффекте Штарка. Время изменения электрического поля затвора составляет  $200\,\mathrm{nc}$ , максимальный сдвиг энергии уровней —  $20V_F$  ( $2\pi V_F/h=1\,\mathrm{nc}$ ). Мелкие осцилляции показывают многократный частично обратимый перенос энергии между донором и акцептором. Максимальная заселенность акцепторного уровня составляет  $0.8\,\mathrm{nc}$  и достигается за  $120\,\mathrm{nc}$ .



**Рис. 3.** Изменение заселенности донорного и акцепторного состояний квантовой точки с течением времени t за счет квазипересечения уровней, управляемого меняющимся электрическим полем затвора.

## 4. Перенос возбуждения при импульсном возбуждении донора лазерным полем

При возбуждении системы пикосекундными импульсами и сопоставимо малых временах релаксации экситонов управление медленно меняющимся электрическим полем за время развития всего динамического процесса сводится к заданию той или иной постоянной величины расстройки резонанса  $\varepsilon$ . Диагональные элементы матрицы гамильтониана (2) для этого случая являются постоянными:  $\tilde{E}_D = \mathrm{const}, \ \tilde{E}_A = \mathrm{const}.$  Следующее важное обстоятельство состоит в том, что пикосекундные импульсы можно считать квазигармоническими, и они могут быть заданы в виде произведения гармонической несущей волны и медленно меняющейся гауссовой огибающей:

$$F(t) = f(t)\cos(\omega t) = \frac{f(t)}{2}e^{-i\omega t} + c.c., \qquad (18)$$

$$f(t) = f_0 \exp(-t^2/\tau^2).$$
 (19)

В такой параметризации длительность импульса есть  $T=\sqrt{2}\tau$ . При этом частоту несущей волны мы будем считать близкой к величине возбуждения донорной квантовой точки  $\omega \approx \tilde{E}_D - E_0$ .

Для дальнейшего решения матричного уравнения Шредингера удобно перейти к представлению взаимодействия [23], в котором полностью учтено влияние диагональной части  $H_0$  полного гамильтониана H(t). С помощью подстановки  $\psi_i(t)=a_i(t)\exp(-iE_it)$  получаем

$$i\dot{a}_f(t) = \sum_i \langle f|H_{\rm int}(t)|i\rangle \exp(i\omega_{fi}t)a_i(t),$$
 
$$\omega_{fi} = E_f - E_i. \tag{20}$$

Учитывая квазирезонансный характер взаимодействия квантовой точки-донора с лазерным полем, запишем оператор взаимодействия в виде

$$H_{
m int}(t)\!=\!egin{pmatrix} 0 & W(t)e^{i(\omega_{21}-\omega)t} & 0 & 0 \ W(t)e^{-i(\omega_{21}-\omega)t} & -i\gamma_D/2 & V_Fe^{i\omega_{32}t} & 0 \ 0 & V_Fe^{-i\omega_{32}t} & -i\gamma_A/2 & 0 \ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\!,$$

$$W(t) = (\mathbf{r}_{12}\mathbf{e}) \frac{f(t)}{2}. \tag{21}$$

Это представление позволяет исключить из рассмотрения все быстро меняющиеся величины, сохранив только медленно меняющиеся коэффициенты. Фактически система уравнений стала трехуровневой. Она содержит основное состояние двух квантовых точек и возбужденные состояния отдельных квантовых точек. Возбуждение биэкситонного состояния в данном варианте несущественно, поскольку прямое поглощение фотона второй,

акцепторной, квантовой точкой не является эффективным за счет быстрого затухания ближнего поля, используемого для возбуждения первой, донорной, точки. В предыдущем разделе ферстеровское резонансное взаимодействие было учтено точно в рамках двухуровневой модели. Здесь мы воспользуемся численным решением. Соответствующий трехуровневый гамильтониан

$$h_{\text{int}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & W(t)e^{i(\omega_{21}-\omega)t} & 0 \\ W(t)e^{-i(\omega_{21}-\omega)t} & -i\gamma_D/2 & V_F e^{i\omega_{32}t} \\ 0 & V_F e^{-i\omega_{32}t} & -i\gamma_A/2 \end{pmatrix},$$
(22)

можно представить в виде суммы действительной матрицы B и мнимой матрицы C,

$$h_{\rm int} = B + iC, \tag{23}$$

гле

$$B = \begin{pmatrix} 0 & W(t)\cos(\Delta t) & 0 \\ W(t)\cos(\Delta t) & 0 & V_F\cos(\delta t) \\ 0 & V_F\cos(\delta t) & 0 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} 0 & W(t)\sin(\Delta t) & 0\\ -W(t)\sin(\Delta t) & -\gamma_D/2 & V_F\sin(\delta t)\\ 0 & -V_F\sin(\delta t) & -\gamma_A/2 \end{pmatrix}, (25)$$

 $\Delta = \omega_{21} - \omega$ ,  $\delta = \omega_{32}$ .

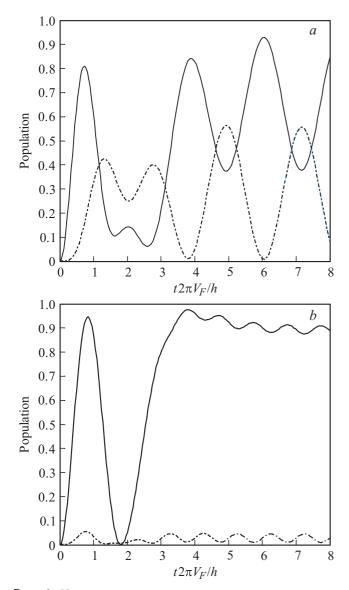
Для построения численного решения удобно произвести овеществление уравнения Шредингера. Для этого запишем его в виде  $\dot{\psi}=-ih_{\rm int}\psi$  [24,25]. Линейное отображение  $-ih_{\rm int}$  в комплексном базисе  $(e_1,e_2,e_3,e_4)^T$  эквивалентно действительному отображению

$$h_{\text{int}}^{R} = \begin{pmatrix} C & B \\ -B & C \end{pmatrix} \tag{26}$$

в пространстве удвоенной размерности с базисом  $(e_1,e_2,e_3,e_4,ie_1,ie_2,ie_3,ie_4)^T$ . Удобство действительного представления заключается в возможности применения стандартных численных процедур решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Для нахождения численного решения уравнения Шредингера для трехуровневой системы использовался пакет MATLAB [26]. Характерные параметры системы составляют  $V_F = 0.1 \,\mathrm{m}$  эВ,  $\gamma = 10^{-2} \,\mathrm{m}$  эВ [27], а амплитуда лазерного возмущения системы равна  $W_0 = (\mathbf{r}_{12}\mathbf{e})f_0/2 = 50 \,\mathrm{m}$  эВ при длительности импульса  $T = 4 \,\mathrm{nc}$ .

На рис. 4, а показана динамика изменения заселенности донорного и акцепторного уровней в зависимости от времени при расстройке уровней 2 мэВ. Из приведенной зависимости видно быстрое заселение донорного уровня с одновременным вовлечением в возбуждение акцептора и дальнейшей периодической перекачкой энергии между донором и акцептором. Уровень возбуждения постепенно понижается за счет относительно медленной релаксации в двух подсистемах. Выбрана длительность импульса, обеспечивающая максимальное возбуждение и передачу энергии от донора к акцептору. На рис. 4, b показана динамика возбуждения при расстройке уровней 6 мэВ.

786 П.А. Головинский



**Рис. 4.** Изменение заселенности донорного состояния квантовой точки (сплошная линия) и акцепторного состояния (штрихпунктирная) при импульсном возбуждении и значениях расстройки резонанса  $\delta=2$  (a), 6 мэВ (b).

При такой разности энергий уровней донора и акцептора перенос энергии между ними уже сильно подавлен. Результаты численного моделирования показывают сильную зависимость переноса экситонов между квантовыми точками от величины относительного штарковского сдвига уровней энергии донора и акцептора. Коэффициент переноса возбуждения может превышать 0.5 и зависит как от относительной энергии уровней квантовых точек, так и от величины и времени действия лазерного импульса. С учетом параметров системы время возбуждения экситона с переносом составляет ~ 5 пс.

#### 5. Заключение

В данной работе мы теоретически исследовали квантовую динамику переноса экситонов, управляемого статическим эффектом Штарка, между квантовыми точками при воздействии короткого лазерного импульса. В приближении предварительно возбужденного в донорной точке экситона получены аналитические выражения для вероятности переноса возбуждения при постоянной величине расстройки энергетических уровней и при линейном по времени изменении штарковского сдвига уровней. Сформулирована модель лазерного возбуждения и переноса энергии между точками на основе обобщенного модельного гамильтониана. Полученные результаты показывают возможность эффективного управления переносом экситонов между квантовыми точками путем изменения расстройки уровней за счет статического эффекта Штарка и перспективность системы в качестве пикосекундного переключателя.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-07-00270) и ГЗ Минобрнауки РФ № 2014.19-2881.

### Список литературы

- [1] C. Monroe. Nature, 416, 238 (2002).
- [2] I. D'Amico, E. Biolatti, E. Pazy, P. Zanardi, F. Rossi. Physica E, 13, 620 (2002).
- [3] D.W. Lovett, J.H. Reina, A. Nazir, G.A.D. Briggs. Phys. Rev. B, 68, 205319 (2003).
- [4] Научные основы нанотехнологий и новые приборы, под ред. Р. Келсалла, А. Хэмли, М. Геогенана. (Долгопрудный, Изд. дом "Интеллект", 2011).
- [5] A. Perdomo, L. Vogt, A. Najmaie, A. Aspuru-Guzik. Appl. Phys. Lett., 96, 093 114 (2010).
- [6] M. Naruse, T. Miyazaki, F. Kubota, T. Kawazoe, K. Kabayashi, S. Sangu, M. Ohtsu. Opt. Lett., 30, 201 (2005).
- [7] П.А. Головинский, В.А. Астапенко. Нейрокомпьютеры: разработка и применение, **4**, 3 (2012).
- [8] X. Li et al. Science, 301, 809 (2003).
- [9] O. Benson, C. Santori, M. Pellot, Y. Yamamoto. Phys. Rev. Lett., 84, 2513 (2000).
- [10] В.М. Агранович, М.Д. Галанин. Перенос энергии электронного возбуждения в конденсированных средах (М., Наука, 1978).
- [11] A. Nazir, D.W. Lovett, S.D. Barrett, J.Y. Reina, G.A.D. Briggs. Phys. Rev. B, 71, 045 334 (2005).
- [12] C. King, B. Barbiellini, D. Moser, V. Renugopalakrishnan. Phys. Rev. B, 85, 125 106 (2012).
- [13] А.В. Цуканов, Л.А. Опенов. ФТП, 38, 94 (2004).
- [14] Н. Новотный, Б. Хехт. Основы нанооптики (М., Физматлит, 2009).
- [15] G.D. Scholes, D.L. Andrew. Phys. Rev. B, 72, 125 331 (2005).
- [16] S.Yu. Kruchinin, A.V. Fedorov, A.V. Baranov, T.S. Perova, K. Berwick. Phys. Rev. B, 78, 125 311 (2008).
- [17] S.Yu. Kruchinin, A.V. Fedorov, A.V. Baranov, T.S. Perova, K. Berwick. Phys. Rev. B, 81, 245 303 (2010).
- [18] S.A. Crooker, J.A. Hollingworth, S. Tretiak, V.I. Klimov. Phys. Rev. Lett., 89, 186 802 (2002).
- [19] P. Harrison. Quantum wells, wires and dots (Chichester, Wiley, 2009).

- [20] A. Högele, S. Seidl, M. Kroner, K. Karra, R.J. Warburton. Phys. Rev. Lett., 93, 217 401 (2004).
- [21] S.C. Rand. Nonlinear and quantum optics using the density matrix (Oxford, Oxford University Press, 2010).
- [22] В.М. Акулин. Динамика сложных квантовых систем (М., Физматлит, 2009).
- [23] А.С. Давыдов. *Квантовая механика* (СПб., БХВ-Петербург, 2011).
- [24] А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия (СПб., Лань, 2005).
- [25] П.А. Головинский. АиТ, 4, 42 (2007).
- [26] И.Е. Ануфриев, А.Б. Смирнов, Е.Н. Смирнова. МАТLАВ 7 (СПб., БХВ-Петербург, 2005).
- [27] A. Nazir, B.W. Lovett, S.D. Barrett. Phys. Rev. A, 70, 05 231 (2004).

Редактор Л.В. Шаронова

# The influence of the Stark effect on the resonant excitation transfer between quantum dots

P.A.Golovinski

Moscow Institute of Physics and Technology (State University), 141700 Dolgoprudnyi, Russia Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering, 394006 Voronezh, Russia

**Abstract** The resonant energy transfer between exciton states in a system of two semiconductor quantum dots is studied theoretically. The model Hamiltonian has been formulated, which allowed describe the impact on the dynamics the resonant laser pulse, the Coulomb interaction, the static Stark effect, and the relaxation of the exciton states. Examples of calculations for efficiency of the energy transfer under different excitation conditions are presented. The control of the process by the level shift in a constant electric field is demonstrated.