

## Влияние концентрации неравновесных носителей заряда на эдс Холла в полупроводнике $p$ -типа

© А. Конин

Институт физики полупроводников центра физических исследований и технологии,  
LT-01108 Вильнюс, Литва

(Получена 12 сентября 2013 г. Принята к печати 24 сентября 2013 г.)

Исследована зависимость эдс Холла от внешнего электрического поля в дырочном полупроводниковом образце в слабом магнитном поле. Показано, что эдс Холла нелинейно зависит от электрического поля в образце, толщина которого сравнима с диффузионной длиной, а поверхностная рекомбинация достаточно мала. Знак эдс Холла противоположен ее знаку в массивном образце в определенной области напряженностей электрического поля. Теоретическая модель хорошо описывает экспериментальные данные, полученные на образце  $p$ -Ge.

### 1. Введение

Эффект Холла длительное время используется для определения знака носителей заряда в примесных полупроводниках [1,2]. Кроме того, экспериментально определив коэффициент Холла и проводимость образца, можно вычислить холловскую подвижность и концентрацию носителей. Холловские сенсоры широко используются для измерения индукции магнитного поля [3].

Как известно, формирование эдс Холла объясняется следующим образом [1,2]. Сила Лоренца сносит неравновесные носители тока от одной поверхности образца к противоположной. В результате на поверхностях полупроводника возникают неравновесные заряды, а в объеме — электрическое поле Холла. Кроме того, под действием силы Лоренца в образце происходит перераспределение концентрации неравновесных электронно-дырочных пар (ЭДП). Зависимость коэффициента Холла от концентрации неравновесных ЭДП в биполярном полупроводниковом образце была получена в [4–6] при малом отклонении концентрации носителей заряда от равновесной. В работе [7,8] в биполярном полупроводнике и линейном приближении по концентрации неравновесных носителей заряда изучены особенности эдс Холла, а также ее зависимость от изгиба зон энергии у поверхностей образца. Показано, что эдс Холла существенно зависит от поверхностного потенциала [2] в образце, толщина которого сравнима с диффузионной длиной, а скорость поверхностной рекомбинации (СПР) достаточно мала. В [9] в линейном приближении получено выражение для коэффициента Холла с учетом концентрации неравновесных электронов, захваченных ловушками.

Заметим, что формирование эдс Холла в дырочном полупроводнике может иметь ряд особенностей по сравнению с биполярным или электронным полупроводником. Поскольку равновесная концентрация электронов значительно меньше концентрации дырок, то при отсутствии поверхностной рекомбинации диффузионная компонента тока может привести к значительному отклонению концентрации ЭДП вблизи поверхностей полупроводника от равновесной концентрации электронов в том случае,

когда толщина образца сравнима с диффузионной длиной. Возникающий при этом неравновесный химический потенциал электронов, который имеет логарифмическую зависимость от концентрации, может существенно изменить величину эдс Холла, а также привести к ее нелинейной зависимости от величины внешнего электрического (магнитного) поля.

Работа посвящена изучению влияния концентрации неравновесных ЭДП на эдс Холла в примесном полупроводниковом образце.

### 2. Теория

Рассмотрим дырочный полупроводник, который имеет форму параллелепипеда ( $-a \leq x \leq a$ ,  $-b \leq y \leq b$ ,  $-d \leq z \leq d$ ), при этом  $b \gg a$ ,  $d \gg a$ . Внешнее слабое электрическое поле приложено вдоль оси  $Oy$ , а внешнее слабое магнитное поле приложено вдоль оси  $Oz$ . Считаем, что поверхностная рекомбинация на поверхностях  $z = \pm d$  пренебрежимо мала.

Для нахождения неравновесных концентраций электронов  $\delta n$ , дырок  $\delta p$ , а также неравновесного электрического потенциала  $\delta\varphi$  необходимо решить уравнения непрерывности [10,11] и уравнение Пуассона:

$$\frac{1}{e} \frac{dj_n}{dx} - \frac{\delta n}{\tau_n} - \frac{\delta p}{\tau_p} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{e} \frac{dj_p}{dx} + \frac{\delta n}{\tau_n} + \frac{\delta p}{\tau_p} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d^2\delta\varphi}{dx^2} = -\frac{\delta\rho}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (3)$$

где  $-e$  — заряд электрона;  $j_n$ ,  $j_p$  — плотности тока электронов и дырок,  $\tau_n(\tau_p)$  — параметр, характеризующий объемную рекомбинацию электронов (дырок),  $\delta\rho$  — плотность неравновесного заряда,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость полупроводника,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная. Выражения для темпов рекомбинации получены в [10] на основе термодинамики необратимых процессов, а в [11] — на основании модели Шокли–Рида [12] и закона сохранения заряда.

Выражения для электронного и дырочного токов имеют вид [2]

$$j_n = \sigma_n \left( -\frac{d\varphi}{dx} + \frac{kT}{en} \frac{dn}{dx} - \gamma \mu_n EB \right),$$

$$j_p = \sigma_p \left( -\frac{d\varphi}{dx} - \frac{kT}{ep} \frac{dp}{dx} + \gamma \mu_p EB \right), \quad (4)$$

где  $\sigma_{n,p}$  — проводимость электронов (дырок),  $\mu_n(\mu_p)$  — подвижность электронов (дырок),  $n(x)$ ,  $p(x)$  — концентрации носителей,  $\varphi$  — электрический потенциал,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура полупроводника,  $\gamma$  — Холл-фактор.

Граничные условия (ГУ) для контакта „металл–полупроводник“ сформулированы в [13,14]:

$$j_n(\pm a) = \mp e S_p \delta p(\pm a),$$

$$\delta n(\pm a) = 0,$$

$$\delta \varphi_m(\pm a) = \delta \varphi(\pm a), \quad (5)$$

где  $S_p$  — параметр, характеризующий поверхностную рекомбинацию носителей тока в полупроводнике,  $\delta \varphi_m$  — неравновесный электрический потенциал металлического контакта. Параметр  $S_p$  не является скоростью поверхностной рекомбинации (СПР) дырок. Для простоты считаем, что параметры  $S_p$  на поверхностях  $x = \pm a$  одинаковы.

В большинстве полупроводников диффузионная длина  $\lambda$  значительно превосходит длину Дебая  $r_D$ . При этом условия решения (1)–(4) находим следующим образом. Рассмотрим две виртуальные поверхности  $x = a - l$  и  $x = l - a$ , где  $l = (6-8)r_D$ . Решение (1)–(4) в областях объемного заряда (ООЗ)  $a - l \leq x \leq a$  и  $-a \leq x \leq l - a$  представляет собой квазиповерхностную (QS) моду. Диффузионно-рекомбинационная (DR) мода — это решение (1)–(4) в области квазинейтральности (КН)  $-a + l \leq x \leq a - l$ . Обозначим моды DR и QS решения индексами  $r$  и  $q$  соответственно.

Диффузионно-рекомбинационная мода удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 \delta n_r}{dx^2} + \frac{2g}{\lambda} \frac{d\delta n_r}{dx} - \frac{\delta n_r}{\lambda^2} = 0, \quad (6)$$

где  $\lambda = \sqrt{D_n \tau_n}$  — диффузионная длина,  $D_n = \mu_n k T_0 / e$  — коэффициент диффузии электронов,  $g = \frac{e \lambda (\mu_n + \mu_p)}{2kT} \gamma EB$ ,  $\tau_n$  — время жизни ЭДП в области КН.

Квазиповерхностная мода удовлетворяет уравнениям [13,15]

$$\frac{dj_n}{dx} = 0, \quad \frac{dj_p}{dx} = 0, \quad (7)$$

поскольку, вследствие неравенства  $r_D \ll \lambda$ , можно пренебречь объемной рекомбинацией в приповерхностных ООЗ.

Учитывая, что концентрации неравновесных носителей непрерывны на виртуальных поверхностях, а

неравновесный электрический потенциал равен сумме неравновесных потенциалов мод DR и QS, из (6), (7) получаем

$$\delta n_r = C_1 \exp(\alpha_1 x / \lambda) + C_2 \exp(\alpha_2 x / \lambda), \quad (8)$$

$$\delta n_q = n_e \left[ \left( 1 + \frac{\delta n_r}{n_0} \right) \exp \left( \frac{e \delta \varphi_s}{kT} \right) - 1 \right], \quad (9)$$

$$\delta p_q = p_e \left[ \left( 1 + \frac{\delta n_r}{p_0} \right) \exp \left( -\frac{e \delta \varphi_s}{kT} \right) - 1 \right], \quad (10)$$

где  $\alpha_1 = u - g$ ,  $\alpha_2 = -(u + g)$ ,  $u = \sqrt{g^2 + 1}$ ;  $n_e$ ,  $p_e$  и  $n_0$ ,  $p_0$  — равновесная концентрация электронов и дырок в ООЗ и в области КН соответственно. Константы  $C_{1,2}$  определяются с помощью ГУ (5).

Из (5), (8)–(10) после ряда математических преобразований для эдс Холла  $U_H = \delta \varphi_m(a) - \delta \varphi_m(-a)$  получаем

$$U_H = U_{H0} - \frac{kT}{e} \ln \left[ \frac{n_0 + \delta n_r(a)}{n_0 + \delta n_r(-a)} \right], \quad (11)$$

где  $U_{H0} = 2a \mu_p \gamma EB$  — обычная эдс Холла [1] в образце, в котором отсутствуют неравновесные ЭДП,  $\tilde{u} = 2ua/\lambda$ ,  $\tilde{g} = 2ga/\lambda$ ,  $\tilde{s}_{ef} = S_{ef} \lambda / D_n$ ,

$$\delta n_r(\pm a) = \pm 2g n_0 \frac{u [\cosh \tilde{u} - \exp(\pm \tilde{g})] + (\tilde{s}_{ef} \pm g) \sinh \tilde{u}}{(1 + \tilde{s}_{ef}^2) \sinh \tilde{u} + 2\tilde{s}_{ef} u \cosh \tilde{u}}$$

— концентрация ЭДП вблизи поверхностей  $x = \pm a$ ,  $S_{ef} = S_p \frac{p_0}{n_0} \exp(-\frac{e \varphi_{es}}{kT_0})$  — эффективная СПР в контакте „металл–полупроводник“,  $\varphi_{es}$  — равновесный поверхностный потенциал (ПП) [2]. При выводе формулы (11) учтено соотношение  $\delta n_r(\pm a \mp l) = \delta n_r(\pm a)$ , которое следует из (8) и условия  $r_D \ll \lambda/(u \pm g)$ .

В случае достаточно слабого электрического поля отклонение концентрации ЭДП от равновесной концентрации электронов мало ( $|\delta n_r(\pm a)| \ll n_0$ ), поэтому из (11) получаем

$$U_H = U_{H0} \left[ 1 - \left( \frac{\mu_n}{\mu_p} + 1 \right) \frac{(\lambda/a) \tanh(a/\lambda)}{1 + \tilde{s}_{ef} \tanh(a/\lambda)} \right]. \quad (12)$$

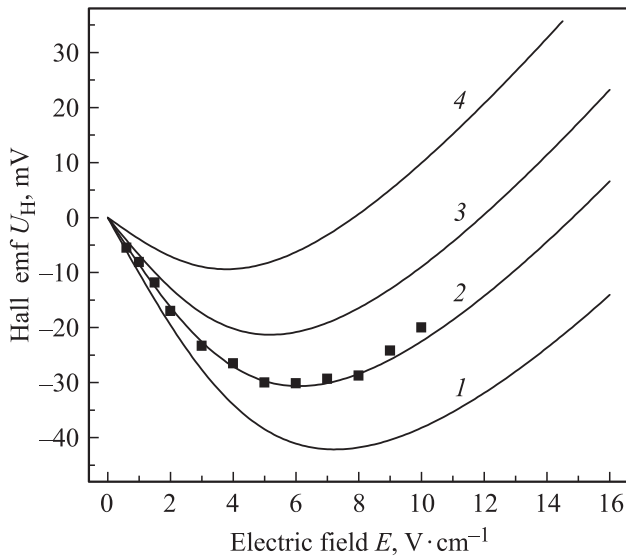
### 3. Эксперимент и обсуждение результатов

Из (11) следует, что эдс Холла равна разности неравновесных электрохимических потенциалов электронов между поверхностями  $x = \pm a$ . Это является следствием того факта, что неравновесные электроны способны переходить из металлического контакта в полупроводник и наоборот, в отличие от неравновесных дырок, которые контакт „металл–полупроводник“ не пересекают [13,16].

Как следует из (12), в нетолстых образцах ( $a \leq \lambda$ ) при эффективной СПР

$$S_{ef} < S_{ef}^0 = (D_n/\lambda)[(\mu_n/\mu_p + 1)\lambda/a - \tanh^{-1}(a/\lambda)]$$

возникающее под действием силы Лоренца распределение неравновесных ЭДП приводит к изменению знака эдс Холла  $U_H$ . При  $S_{ef} > S_{ef}^0$  знак  $U_H$  совпадает



Зависимости эдс Холла от внешнего электрического поля для нескольких значений эффективной СПР: 1 —  $S_{ef} = 100$ , 2 — 220, 3 — 392, 4 — 785 см/с. Точки — экспериментальные данные.

со знаком обычной эдс Холла. Из (11) следует, что в таких же образцах при малой эффективной СПР ( $S_{ef} \ll D_n/\lambda$ ) эдс Холла зависит от внешнего электрического (магнитного) поля нелинейно при условии  $EB \geq 2kT[e\lambda\gamma(\mu_n + \mu_p)]^{-1}$ .

Экспериментальное исследование эдс Холла проводилось на образце *p*-Ge ( $p_0 = 2 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>,  $\lambda = 0.1$  см,  $\mu_n = 3800$  см<sup>2</sup>/В·с,  $\mu_p = 1800$  см<sup>2</sup>/В·с) при  $T = 293$  К в магнитном поле  $B = 0.2$  Тл. Образец имел следующие размеры:  $2a = 0.2$  см,  $2b = 2$  см,  $2d = 0.5$  см. На гранях образца  $y = \pm b$  сформированы токовые омические контакты. Узкие холловские контакты расположены в середине поверхностей  $x = \pm a$  образца. На образец подавались противофазные импульсы напряжения так, что в отсутствие магнитного поля электрический потенциал холловских контактов был равен нулю. Длительность импульсов равна  $5 \cdot 10^{-4}$  с и частота повторения 20 Гц, поэтому разогревом образца внешним электрическим полем можно пренебречь.

Зависимость эдс Холла от электрического поля  $E$  для нескольких значений эффективной СПР показана на рисунке. Экспериментальные данные обозначены черными квадратиками. Как видно, теоретическая модель хорошо описывает экспериментальные результаты. Обычная эдс Холла в данном случае равна  $U_{H0}$  (мВ) =  $8.5 \cdot E$  (В/см). Критическая величина эффективной СПР равна  $S_{ef} = 1760$  см/с. Из рисунка видно, что в рассматриваемом диапазоне электрических полей эдс Холла отрицательна или знакопеременна в зависимости от величины  $S_{ef}$ . Так, для  $S_{ef} = 785$  см/с эдс Холла отрицательна при  $0 < E < 7.82$  В/см и положительна при  $E > 7.83$  В/см. Для  $S_{ef} = 392$  см/с эдс Холла положительна при  $E > 11.9$  В/см. Из рисунка видно, что эдс Холла имеет минимум при опреде-

ленной величине  $E_m$  внешнего электрического поля. С ростом эффективной СПР величина  $E_m$  уменьшается:  $E_m = 7.2$  В/см при  $S_{ef} = 100$  см/с,  $E_m = 5.2$  В/см при  $S_{ef} = 392$  см/с и  $E_m = 3.8$  В/см при  $S_{ef} = 785$  см/с. Очевидно, что  $E_m = 0$  при  $S_{ef} = S_{ef}^0 = 1760$  см/с. При  $S_{ef} > S_{ef}^0$  знак эдс Холла совпадает со знаком обычной эдс Холла  $U_{H0}$ . Принимая во внимание типичное значение равновесного ПП  $\varphi_{es} \approx 0.2$  В, из определения  $S_{ef}$  и рисунка находим  $S_p \approx 4.7 \cdot 10^3$  см/с, что вполне реально для Ge [17]. Для исключения влияния концентрации неравновесных носителей заряда на величину эдс Холла СПР на боковых поверхностях и в холловских контактах была увеличена на несколько порядков. Как и следовало ожидать, это привело с хорошей точностью (+3%–8%) к результату  $U_H = U_{H0}$ , поскольку в этом случае неравновесных носителей в образце нет.

#### 4. Заключение

В дырочном полупроводниковом образце в слабом магнитном поле исследована зависимость эдс Холла от внешнего электрического поля при возникновении в образце неравновесных электронно-дырочных пар. Эксперимент хорошо описывается теоретической моделью, что свидетельствует в пользу ее справедливости.

#### Список литературы

- [1] П.С. Киреев. *Физика полупроводников* (М., Высш. шк., 1975).
- [2] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. *Физика полупроводников* (М., Высш. шк., 1977).
- [3] E. Ramsden. *Hall-Effect Sensors* (USA, Newnes-Elsevier, 2006).
- [4] Г.Е. Пикус. *ЖТФ*, **26**, 22 (1956).
- [5] R. Landauer, J. Swanson. *Phys. Rev.*, **91**, 555 (1953).
- [6] P.C. Banbury, H.K. Henisch, A. Many. *Proc. Phys. Soc.*, **66A**, 753 (1953).
- [7] A. Konin, R. Raguotis. *J. Phys.: Condens. Matter*, **12**, 9163 (2000).
- [8] A. Konin. *Lithuan. J. Phys.*, **46**, 307 (2006).
- [9] S.M. Valdovinos, Yu.G. Gurevich. *Revista Mexicana de Fisica*, **57**, 368 (2011).
- [10] M. Krčmar, W.M. Saslow. *Phys. Rev. B*, **65**, 233313-1 (2002).
- [11] И.Н. Воловичев, Ю.Г. Гуревич. *ФТП*, **35**, 321 (2001).
- [12] W. Shockley, W.T. Read. *Phys. Rev.*, **87**, 835 (1952).
- [13] A. Konin. *J. Phys.: Condens. Matter*, **19**, 016 214 (2007).
- [14] A. Konin. *Lithuan. J. Phys.*, **46**, 233 (2006).
- [15] А. Конин. *ФТП*, **45**, 602 (2011).
- [16] O.Yu. Titov, J. Giraldo, Yu.G. Gurevich. *Appl. Phys. Lett.*, **80**, 3108 (2002).
- [17] А.М. Конин, А.П. Сашук. *Приборы и техника эксперимента*, **39**, 135 (1996).

Редактор Т.А. Полянская

## Nonequilibrium carrier concentration influence on the Hall electromotive force in *p*-type semiconductor

*A. Konin*

Semiconductor Physics Institute of the Center  
for Physical Sciences and Technology,  
LT-01108 Vilnius, Lithuania

**Abstract** The Hall electromotive force dependence on external electric field in p-Ge sample in weak magnetic field was studied. It is shown that the Hall electromotive force nonlinearly depends on the electric field magnitude in the sample, the thickness of which is equal to two diffusion lengths and the effective interface recombination velocity is small. The sign of the Hall emf is opposite to the Hall emf of massive sample in a certain region of electric field. The experimental data is well described by the theoretical model.