

## Особенности движения заряженных частиц в полом круге с наэлектризованными стенками

© М.А. Кумахов

Институт рентгеновской оптики,  
125315 Москва, Россия  
e-mail: iroptic@list.ru

(Поступило в Редакцию 14 мая 2013 г.)

Рассмотрено в общем виде движение заряженных частиц в прямом полом диэлектрическом канале наэлектризованными стенками. Показано, что при этом имеет место периодическое движение частиц в канале. В первом приближении потенциал взаимодействия частиц со стенкой канала — гармонический. Получена связь между периодом колебания частицы в канале и физическими параметрами стенки канала. В криволинейном канале, например круге, к полученному потенциалу добавляется новый член, обусловленный центробежной силой. При этом частица совершает многократное бесконтактное движение в круге. Наряду с этим имеют место осцилляции частиц в круге. При движении в круге возникают синхротронное и каналированное излучения. В случае ввода в круг тонкой (на уровне микрона) мишени возникают интенсивные рентгеновское и тормозное излучения. Степень направленности излучения зависит от энергии частиц.

### Введение

В настоящей работе проводится теоретический анализ особенностей движения заряженных частиц в полом круге с наэлектризованными стенками.

В работе [1] был предложен и обоснован новый механизм бесконтактного многомиллионного поворота заряженных частиц в полом круге, стенки которого наэлектризованы. Электризация стенок в одном случае может производиться самими частицами, которые вводятся в круг. В другом случае можно использовать внешнее поле для создания индуцированного электрического поля внутри круга.

На конференции, которая состоялась в Москве 16 декабря 2011 г., впервые было объявлено об экспериментальном обнаружении этого эффекта [2,3]. Первое детальное описание экспериментов, выполненных нашей группой за последние четыре года в этом направлении, публикуется в ЖТФ [4].

Данное направление в прикладной физике является важным в связи с его многочисленными применениями [1,4].

### Прохождение частиц в прямом канале

Рассмотрим движение частицы в прямом полом канале с наэлектризованными стенками. Пусть это будет канал, образованный двумя бесконечными плоскими стенками с расстоянием между стенками, равным  $2l$ .

Для общности рассмотрим движение релятивистской частицы. В этом случае по аналогии с движением частицы (позитрона) в плоскостном канале в кристалле [5] можно записать уравнение движения в поперечной плос-

кости, перпендикулярной продольной скорости частицы

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{m_0 V_x}{\left(1 - \frac{V_x^2 + V_z^2}{c^2}\right)^{1/2}} \right] = -2U_0 x. \quad (1)$$

Предполагаем, что потенциал в канале к гармоническому

$$U(x) = U_0 x^2, \quad (2)$$

где  $x$  — отсчитывается от середины канала,  $V_z$  — продольная скорость,  $V_x$  — поперечная скорость,  $V_x \ll V_z$ ,  $c$  — скорость света.

Уравнение (1) имеет решение

$$X(t) = X_m \cos \varpi t, \quad (3)$$

где  $\varpi$  — частота колебаний частицы в лабораторной системе координат

$$\varpi^2 = \Omega_0^2 \sqrt{1 - \beta^2},$$

где  $\Omega_0$  — частота колебаний частицы без учета релятивистского фактора,  $\Omega_0^2 = 2U_0/m_0$ ,  $m_0$  — масса покоя частицы,  $X_m$  — амплитуда колебания частицы в канале,  $\beta = v/c$ .

Найдем связь между потенциалом  $U(x)$ , частотой колебания  $\Omega_0$  и физическими параметрами наэлектризованной стенки.

Представим для удобства потенциал  $U(x)$  в виде

$$U(x) = U_b \frac{x^2}{l^2} = U_0 x^2, \quad (4)$$

т. е.

$$U_0 = U_b/l^2, \quad (5)$$

где  $U_b$  — это значение потенциального барьера, создаваемого двумя наэлектризованными стенками,  $l$  —

полуширина канала. Значение этого потенциала определяется электрической прочностью стенок  $U_{\text{strength}}$  и их толщиной  $d$ :

$$U_b = qU_{\text{strength}} d, \quad (6)$$

где  $q$  — заряд частицы.

Для стекол типа ситалл [6]

$$U_{\text{strength}} = 10^5 \text{ V/mm}^2.$$

При этом, например, для толщины  $d = 1 \text{ mm}$ ,  $U_b = 10^5 \text{ V}$  соответственно для меньшей толщины  $d = 0.1 \text{ mm}$ ,  $U_b = 10^4 \text{ eV}$ .

Выразим значение частоты осцилляции в наэлектризованном канале с полушириной  $l$  через потенциальный барьер

$$\Omega_0 = \frac{1}{l} \left( \frac{2U_b}{m_0} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Например, при  $l = 1 \text{ mm}$ , для электрона ( $m_0 = 9.1 \cdot 10^{-28} \text{ g}$ ) и толщины стенок  $d = 1 \text{ mm}$ ,  $U_b = 10^5 \text{ eV}$

$$\Omega_0 = 1.9 \cdot 10^{11} \frac{1}{\text{с}}, \quad (8)$$

т.е. частота колебаний частицы в таком канале  $> 10^{11}/\text{с}$ .

Рассмотрим для примера параллельный пучок электронов с энергией  $10 \text{ eV}$ , который входит в канал с двумя наэлектризованными стенками толщиной  $0.1 \text{ mm}$  ( $U_b = 10^4 \text{ eV}$ ).

В этом случае частицы совершают гармонические колебания. В рассмотренном выше примере длина волны осцилляции  $\lambda$

$$\lambda = VT, \quad (9)$$

где  $\lambda$  равна  $6.3 \text{ mm}$ , здесь  $T$  — период колебания частицы.

Очевидно, меняя размеры канала, энергию частиц и толщину стенки канала, можно в широких пределах менять длину осцилляции.

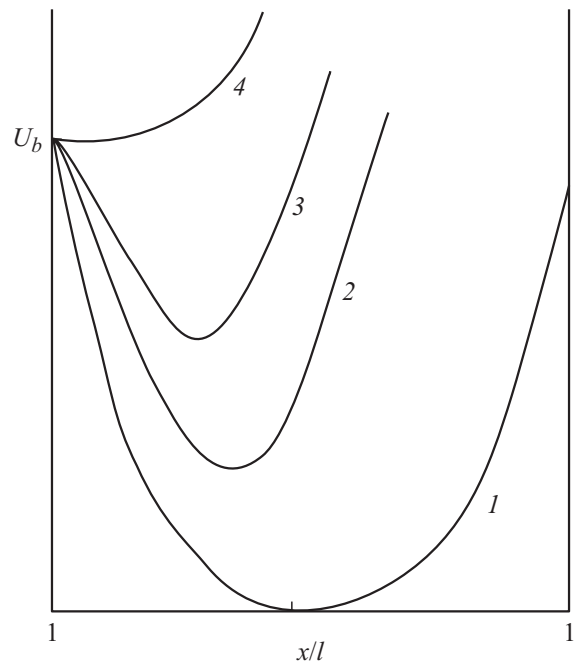
Важным фактором является то, что можно подобрать длину канала таким образом, что для данной энергии частиц эти частицы можно сфокусировать за пределами канала.

При этом размер фокусного пятна может быть намного меньше, чем диаметр канала. Эксперименты, выполненные нашей группой, подтвердили это.

### Изогнутый канал. Поворот частиц

До настоящего времени для поворота частиц в циклических ускорителях, коллайдерах, синхротронах и т.п. используются магнитные поля. При этом удалось добиться выдающихся результатов.

Однако эта техника имеет серьезные ограничения. Эти ограничения связаны с тем, что радиус поворота, магнитное поле и энергия частиц жестко связаны между собой. Чем больше энергия частиц, тем больше должен быть радиус и значение магнитного поля. Например,



Схематическое изображение потенциала в круглом канале в зависимости от радиуса кривизны  $R$ : 1 —  $\infty$ , 2 —  $5R_{\text{min}}$ , 3 —  $2.5R_{\text{min}}$ , 4 —  $R_{\text{min}}$ .

при энергиях  $\sim 1T \text{ eV}$  ( $10^{12} \text{ eV}$ ), при полях в несколько Тесла радиус частиц должен быть  $> 1 \text{ km}$ . При таких параметрах стоимость систем и их обслуживание становятся крайне дорогими.

В рассматриваемых системах такая жесткая связь отсутствует. Кроме того, эти системы на 3–4 порядка дешевле магнитных систем.

Итак, рассмотрим изогнутый полый канал с радиусом кривизны  $R$ , образованный двумя плоскими изогнутыми наэлектризованными стенками. На рисунке схематически изображен потенциал такого изогнутого канала (рассмотренном выше) и центробежным потенциалом, который зависит от радиуса кривизны канала. Центробежная сила, возникающая из-за кривизны канала  $F_{\text{centrifugal}}$ , очевидно, равна

$$F_{\text{centrifugal}} = \frac{2E}{R}, \quad (10)$$

где  $E$  — энергия частоты.

Соответственно с точностью до постоянного члена центробежный потенциал

$$U_z(R, X) = \frac{2E}{R} x. \quad (11)$$

Из рисунка ясно, что частица в изогнутом канале подвержена одновременно двум силам.

1. Центробежная сила. Благодаря этой силе частица движется по каналу с радиусом  $R$ .

2. В то же время частица движется в потенциальной яме, определяемой потенциалом  $U(x) = U_b x^2/l^2$ .

В этом канале частица совершает осцилляцию с характерным значением  $\Omega_0$ , определенным выше.

Из рисунка можно сделать следующие выводы.

1. Центробежный потенциал строго зависит от  $R$ .
2. Происходит сдвиг дна потенциальной ямы для частицы в изогнутом канале.
3. Характерная полуширина ямы уменьшается с уменьшением радиуса кривизны.
4. При  $R < R_{\min}$  (определение  $R_{\min}$  см. ниже) дно ямы становится выше потенциального барьера, и частицы не захватываются в канал.
5. Частицы совершают осцилляцию внутри видоизмененного кривизной канала.
6. Чем меньше  $R$ , тем меньше полуширина канала, т. е. происходит своеобразная фокусировка частиц ближе к периферии изогнутого канала.

### Минимальный радиус кривизны

Важным параметром рассматриваемой системы является минимальный радиус  $R_{\min}$  изогнутой системы, при которой прекращается захват частиц.

Значение  $R_{\min}$  можно определить из условия, что центробежная сила становится равной максимальному значению градиента потенциального барьера, который удерживает частицу в канале. Это равенство имеет следующий вид:

$$F_{\text{centrifugal}}(R = R_{\min}) = \frac{d}{dx} U_b(x) \quad (x = l). \quad (12)$$

Отсюда имеем

$$\frac{2E}{R_{\min}} = \frac{2U_b}{l}, \quad (13)$$

т. е.

$$R_{\min} = l \frac{E}{U_b}. \quad (14)$$

Например, при  $l = 1 \text{ mm}$ ,  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ eV}$ ,  $U_b = 10^4 \text{ eV}$ ,  $R_{\min} = 2 \text{ mm}$ .

### О захвате частиц в изогнутом канале

Пусть частица падает на точку  $X = X_2$ , если при этом она достигает границы канала  $x = l$ , то частица не захватывается в канал. Это условие можно получить из уравнения

$$\frac{dU}{dx} = \frac{2U_b}{l} = \frac{2E}{R} = \frac{2U_b x}{l^2} \Big|_{x=x_1}. \quad (15)$$

Отсюда

$$\frac{2E}{R} + \frac{2U_b x_1}{l^2} = \frac{2U_b}{l}, \quad (16)$$

т. е.

$$x_1 = l \left( 1 - \frac{E}{U_b} \frac{l_0}{R} \right). \quad (17)$$

Очевидно, доля частиц  $\eta$ , захваченных в канал, при этом равна

$$\eta = \frac{x_1}{l_0} = \left( 1 - \frac{R_{\min}}{R} \right). \quad (18)$$

Как видно, для эффективного захвата как в плоскости, так и в цилиндрическом канале необходимо, чтобы  $R \gg R_{\min}$ .

Чем больше энергия частиц, тем больше должно быть значение  $R$ , при котором происходит захват, т. е. близкий к 100% захват частиц в канал.

### О некоторых особенностях движения частиц в прямых и изогнутых каналах

Рассмотрим падение частицы в прямой канал при некотором начальном угле  $\Psi = \Psi_{in}$ .

При этом частица приобретает поперечную энергию  $E_2 = E\Psi_{in}^2$ , где  $E$  — энергия частицы. Если частица попала в точку  $X = X_{in}$ , то она приобретает полную поперечную энергию  $E_{\perp full}$  и достигает некоторой точки возврата  $X_v$ , выше которой частица не может подняться. Энергия  $E_{\perp full}$  и  $X_v$  при этом определяется из уравнения

$$E_{\text{transverse}} = U_0(X_1) + E\Psi_{in}^2 = U_0(X_v). \quad (19)$$

Для поперечного потенциала

$$U = U_0 \frac{x^2}{l_0^2}$$

имеем

$$X_v^2 = l_0^2 \left( \frac{X_{in}^2}{l_0^2} + \frac{E\Psi_{in}^2}{U_0} \right), \quad (20)$$

при  $\Psi_{in} = 0$ ,  $X_v = X_{in}$  частица совершает осцилляцию в этом канале и границы в поперечной второй плоскости даются точкой  $X_v$ .

В случае изогнутого канала точки возврата  $X_v$  определяются из уравнения

$$V_{\text{bend}}(X_v) = \frac{2EX_{in}}{R} + \frac{U_0 X_{in}^2}{l_0^2} + E\Psi_{in}^{-2}. \quad (21)$$

В изогнутом канале частица движется по траектории, определяемой радиусом  $R$  в круге, а также осциллирует в изогнутой потенциальной яме. При релятивистских энергиях возникает излучение типа синхротронного (из-за движения по кругу) и каналлированного (из-за осцилляции).

Из рисунка видно, что чем меньше  $R$ , тем уже область поперечного движения частицы.

Особенности излучения, возникающего в круге при движении заряженных частиц, будут рассмотрены в отдельной работе.

В круге при вводе в него тонкой мишени возникают интенсивное рентгеновское и тормозное излучения, обнаруженные в [4].

Эти излучения являются предметом отдельного исследования.

## Список литературы

- [1] *Кумахов М.А.* Patent application RU2011122945, dated 08.06.2011 PCT/RU2012/000418; WO 2012/169932A2.
- [2] *Кумахов М.А.* // Вестник Карагандинского ун-та. 2012. Т. 65. № 1. С. 31–33.
- [3] *Кумахов М.А., Тегеев Р.И.* // Вестник Карагандинского ун-та. 2012. Т. 65. № 1. С. 34–35.
- [4] *Кумахов М.А., Тегеев Р.И.* // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 6. С. 147–150.
- [5] *Kitakhov M.A., Komarov F.F.* Radiation of charged particles in solids. American Institute of Physics, 1987.
- [6] Справочник по электротехническим материалам. М.: Энергоатомиздат, 1987. Т. 2. С. 207.