13

Расчет триодной полевой эмиссионной системы с модулятором

© Е.М. Виноградова, Н.В. Егоров, Д.С. Телевный

Санкт-Петербургский государственный университет,
Факультет прикладной математики — процессов управления,
198504 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: vincat2008@yandex.ru, robby7@mail.ru

(Поступило в Редакцию 25 апреля 2013 г.)

Данная работа посвящена вычислению распределения электростатического потенциала триодной эмиссионной системы с модулятором в виде круговой диафрагмы. Эмиттер представляет собой острийный полевой катод. Внутренняя область рассматриваемой системы заполнена двумя диэлектриками. При нахождении распределения потенциала реальный полевой катод заменяется виртуальным, поверхность которого совпадает с определенной эквипотенциальной поверхностью, таким образом влияние катода на распределение электростатического потенциала заменяется влиянием конечной заряженной нити, расположенной на оси системы. Для решения задачи используется метод разделения переменных. Потенциал представляется в виде разложения по собственным функциям, определение коэффициентов разложения сведено к решению системы линейных алгебраических уравнений.

Введение

Вакуумные электронные устройства на основе полевой электронной эмиссии применяются во многих направлениях научных исследований, в разработке новых высокоточных приборов, в технологии производства экономически выгодных устройств микро- и наноэлектроники. Основными характеристиками таких устройств являются их малые геометрические размеры, монохроматические пучки, потребление небольшой мощности для эффективной работы [1]. Полевые эмиссионные устройства используются в электронных микроскопах, системах диагностики поверхности, светоизлучающих приборах, в том числе световых индикаторах, лампах и плоских дисплеях. Известно, что источником электронов может быть полевой катод из различных углеродных материалов. Высокая плотность тока при небольшом значении потенциала в системе обеспечивается за счет малого радиуса кривизны острия и не нуждается в дополнительной затрате энергии на нагрев эмиттера [2–6].

Простейшей электронно-оптической системой на основе полевого электронного катода, позволяющей получить эмиссионный ток, является двухэлектродная система [7–9]. Однако вследствие необходимости устранения недостатков в работе полевых эмиттеров большинство электровакуумных приборов имеют более сложную структуру. В силу особенности явления полевой эмиссии, при которой поле, вызывающее эмиссию, является одновременно и управляющим, и фокусирующим, требуется учет влияния всех электродов исследуемой системы. Триодные системы по сравнению с диодными позволяют учитывать влияние дополнительного электрода (модулятор, затвор) [10]. Модулятор обеспечивает быстрое управление эффективностью эмиссии. Данный электрод позволяет менять поле вблизи вершины эмиттера в значительных пределах при небольшом значении потенциала, что способствует снижению рабочего напряжения во всей системе. Кроме того, так как в реальных электронно-вакуумных приборах всегда присутствуют элементы, изготовленные из диэлектриков, например в качестве крепежных элементов, то для приборов на основе полевых эмиттеров для расчета электростатического потенциала следует учитывать влияние диэлектриков, входящих в рассматриваемую модель.

Целью настоящей работы является расчет триодной полевой эмиссионной системы с модулятором, внутренняя область которой заполнена двумя диэлектриками.

Постановка задачи

Рассмотрим триодную систему на основе осесимметричного одиночного полевого острия на плоской металлической подложке, анод представляет собой плоскость, параллельную плоскости подложки, модулятор — круговую диафрагму. Схематическое изображение триодной системы с учетом аксиальной симметрии представлено на рис. 1: *1* — подложка, *2* — полевой катод, *3* — анод, *4* — модулятор, *5* — диэлектрическая оболочка.

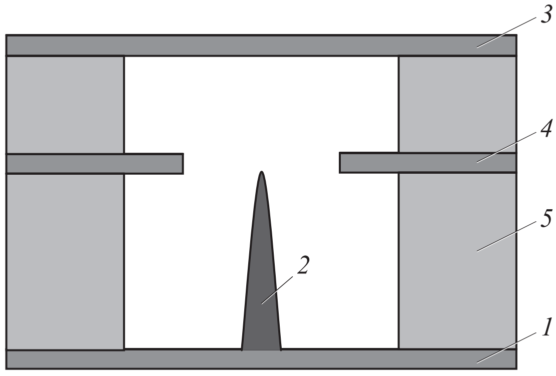

Рис. 1.

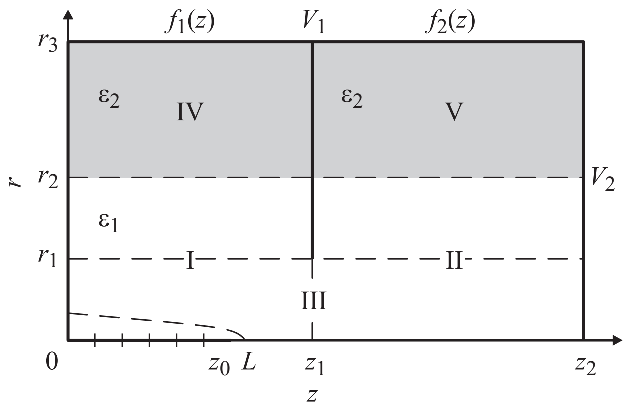

Рис. 2.

Требуется найти распределения электростатического потенциала во всей области данной эмиссионной системы. Данная задача будет решаться в цилиндрической системе координат (r, z). Внутренняя область системы заполнена двумя различными диэлектриками с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2. Катод имеет нулевой потенциал, на модуляторе задан потенциал V_1, на аноде — потенциал V_2. Заменим влияние полевого катода влиянием конечной заряженной нити длиной z_0 с линейной плотностью зарядов $\tau(z)$, расположенной на оси системы таким образом, чтобы поверхность реального полевого катода совпала с нулевой эквипотенциальной поверхностью — виртуальным катодом. Сечение системы с учетом аксиальной симметрии представлено на рис. 2.

Параметры задачи: $z = 0$ — поверхность подложки острия, $z = z_0$ — длина заряженной нити, $z = L$ — длина острия, $(r = r_1,\ z = z_1)$ — координаты круговой диафрагмы (модулятора), $z = z_2$ — поверхность анода, $r = r_2$ — граница раздела двух диэлектриков, $r = r_3$ — радиус области по переменной r, $U(r, 0) = 0$ — граничные условия на подложке острия, $U(r, z_1) = V_1,\ r \geq r_1$ — граничные условия на модуляторе, $U(r, z_2) = V_2$ — граничные условия на аноде, $U(r_3, z) = f_1(z)$ — граничные условия на поверхности $r = r_3$ $(0 \leq z \leq z_1)$, $U(r_3, z) = f_2(z)$ — граничные условия на поверхности $r = r_3$ $(z_1 \leq z \leq z_2)$, $\tau(z) = Az$ — плотность зарядов нити (линейная функция), A — угол наклона линейной плотности зарядов нити.

Математическая модель

Функция распределения электростатического потенциала удовлетворяет уравнению Пуассона с граничными условиями

$$\Delta U(r, z) = -\frac{\rho(r, z)}{\varepsilon_0},$$

$$U(r, 0) = 0, \qquad 0 \leq r \leq r_3,$$

$$U(r, z_1) = V_1, \qquad r_1 \leq r \leq r_3,$$

$$U(r, z_2) = V_2, \qquad 0 \leq r \leq r_3,$$

$$U(r_3, z) = f_1(z), \qquad 0 \leq z \leq z_1,$$

$$U(r_3, z) = f_2(z), \qquad z_1 \leq z \leq z_2,$$

$$f_1(z) = V_1 \frac{z}{z_1}, \quad f_2(z) = \frac{V_2 - V_1}{z_2 - z_1}(z - z_1) + V_1. \qquad (1)$$

Представим функцию линейной плотности зарядов нити $\tau(z)$ в виде кусочно-линейной

$$\tau_s = A\xi_{s-1}, \quad \xi_{s-1} \leq z \leq \xi_s, \quad s = \overline{1, N}, \qquad (2)$$

где $\xi_0 = 0$, $\xi_N = z_0$.

Положим, что на каждом отрезке $\xi_{s-1} \leq z \leq \xi_s$ заряд, создаваемый соответствующим отрезком нити, равномерно распределен в цилиндрическом объеме бесконечно малого радиуса $r = \delta_s$ зарядами постоянной объемной плотности ρ_s так, что [11]

$$\rho_s(r, z) = \frac{\tau_s}{\pi \delta_s^2}. \qquad (3)$$

В этом случае функция $\rho(r, z)$ в правой части уравнения Пуассона для граничной задачи (1) задается следующим образом:

$$\rho(r, z) = \begin{cases} \rho_s, & r < \delta_s, \quad \xi_s \leq z \leq \xi_{s+1}, \\ 0, & r > \delta_s, \ \text{или } z \geq \xi_N. \end{cases}$$

Решение задачи

Решение граничной задачи (1) можно представить как сумму решения уравнения Лапласа с неоднородными граничными условиями без учета заряженной нити и решения уравнения Пуассона с однородными граничными условиями с учетом влияния заряженной нити.

Рассмотрим дополнительную задачу о распределении электростатического потенциала $\widehat{U}(r, z, a, b)$, создаваемом заряженной нитью длины z_0 с линейной плотностью зарядов $\tau(z)$ в замкнутой цилиндрической области, ограниченной поверхностями $r = a$, $z = 0$, $z = b$, с однородными граничными условиями:

$$\Delta \widehat{U}(r, z, a, b) = -\frac{\rho(r, z)}{\varepsilon_0},$$

$$\widehat{U}(r, 0, a, b) = 0, \qquad 0 \leq r \leq a,$$

$$\widehat{U}(r, b, a, b) = 0, \qquad 0 \leq r \leq a,$$

$$\widehat{U}(a, z, a, b) = 0, \qquad 0 \leq z \leq b, \qquad (5)$$

где функция $\rho(r, z)$ определяется по формулам (2)–(4).

Представим решение граничной задачи (5) в виде

$$\widehat{U}(r, z, a, b) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(z) J_0(\omega_n r), \qquad (6)$$

$$\omega_n = \frac{\gamma_n}{a}, \qquad (7)$$

где $v_n(z)$ — неизвестные функции, γ_n — корни функции Бесселя первого рода нулевого порядка

$$J_0(\gamma_n) = 0. \tag{8}$$

Функция $\widehat{U}(r, z, a, b)$ удовлетворяет третьему из граничных условий задачи (5).

После подстановки (6), (7) в уравнение Пуассона (5) каждая из функций $v_n(z)$ является решением следующего дифференциального уравнения [12]:

$$v_n''(z) - (\omega_n)^2 v_n(z) = \varphi(z), \tag{9}$$

$$\varphi(z) = -\frac{2}{\varepsilon_0 a^2 J_1^2(\gamma_n)} \int\limits_0^a r\rho(r, z) J_0(\omega_n r)\, dr. \tag{10}$$

Используя метод вариации постоянных и два последних однородных граничных условия задачи (5), решение уравнения (9), (10) можно представить в виде

$$v_n(z) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sh}(\omega_n(b-z))}{\omega_n \operatorname{sh}(\omega_n b)} \int\limits_0^z \operatorname{sh}(\omega_n\eta)\, \varphi(\eta) d\eta - \\ \quad - \frac{\operatorname{sh}(\omega_n z)}{\omega_n \operatorname{sh}(\omega_n b)} \int\limits_z^{z_0} \operatorname{sh}(\omega_n(b-\eta))\, \varphi(\eta) d\eta, & z \le z_0, \\ -\frac{\operatorname{sh}(\omega_n(b-z))}{\omega_n \operatorname{sh}(\omega_n b)} \int\limits_0^{z_0} \operatorname{sh}(\omega_n\eta)\, \varphi(\eta) d\eta, & z > z_0. \end{cases} \tag{11}$$

Из (2)–(4), (6)–(8), (10), (11) решение граничной задачи (5) имеет вид

$$\widehat{U}(r, z, a, b) = AF(r, z, a, b), \qquad a \le z \le b, \tag{12}$$

где

$$\begin{aligned} F(r, z, a, b) = {} & \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\pi\varepsilon_0 \gamma_k^2 J_1^2(\gamma_k)} \frac{1}{\operatorname{sh}(\omega_k b)} \\ & \times \Bigg[2\operatorname{sh}(\omega_k(b-z)) \sum_{s=1}^{m-1} \xi_{s-1} (\operatorname{sh}(\omega_k(\xi_s + \xi_{s-1})/2) \\ & \times \operatorname{sh}(\omega_k(\xi_s - \xi_{s-1})/2)) - \xi_{m-1} \Big(\operatorname{sh}(\omega_k(b-z)) \\ & \times \operatorname{ch}(\omega_k \xi_{m-1}) + \operatorname{sh}(\omega_k z) \operatorname{ch}(\omega_k(b - \xi_m)) - \operatorname{sh}(\omega_k b) \Big) \\ & + 2\operatorname{sh}(\omega_k z) \sum_{s=m+1}^{N} \xi_{s-1} (\operatorname{sh}(\omega_k(b - (\xi_s + \xi_{s-1})/2)) \\ & \times \operatorname{sh}(\omega_k(\xi_s - \xi_{s-1})/2)) \Bigg] J_0(\omega_k r), \quad a \le z \le z_0, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} F(r, z, a, b) = {} & \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\pi\varepsilon_0 \gamma_k^2 J_1^2(\gamma_k)} \frac{\operatorname{sh}(\omega_k(b-z))}{\operatorname{sh}(\omega_k b)} \\ & \times 2 \sum_{s=1}^{N} \xi_{s-1} \Big(\operatorname{sh}(\omega_k(\xi_s + \xi_{s-1})/2) \operatorname{sh}(\omega_k(\xi_s - \xi_{s-1})/2) \Big) \\ & \times J_0(\omega_k r), \qquad z_0 < z \le b. \end{aligned}$$

Для решения граничной задачи (1) разобьем всю внутреннюю область триодной системы на 5 подобластей, часть из которых перекрывают друг друга:

1 — $(0 \le r \le r_2,\ 0 \le z \le z_1)$,
2 — $(0 \le r \le r_2,\ z_1 \le z \le z_2)$,
3 — $(0 \le r \le r_1,\ 0 \le z \le z_2)$,
4 — $(r_2 \le r \le r_3,\ 0 \le z \le z_1)$,
5 — $(r_2 \le r \le r_3,\ z_1 \le z \le z_2)$.

Положим

$$\alpha_k = \gamma_k / r_2,$$

$$\lambda_k = \pi k / z_1,$$

$$\mu_k = \pi k / (z_2 - z_1),$$

$$\nu_k = \pi k / z_2, \qquad k = \overline{1, \infty};$$

$$\overline{W}_0(\beta, x, y) = I_0(\beta x) K_0(\beta y) - K_0(\beta x) I_0(\beta y),$$

$$\overline{W}_1(\beta, x, y) = I_1(\beta x) K_0(\beta y) + K_1(\beta x) I_0(\beta y),$$

$$G(\beta, x, y) = \frac{I_1(\beta x)}{I_0(\beta x)} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{\overline{W}_1(\beta, x, y)}{\overline{W}_0(\beta, x, y)}, \tag{14}$$

где γ_k определяются из (8), $I_n(\beta x)$, $K_n(\beta y)$ $(n = 0, 1)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно.

Распределение потенциала $U(r, z) = U_i(r, z)$, $(i = \overline{1, 5})$ для каждой из подобластей представим в виде рядов Фурье–Бесселя:

в первой области

$$\begin{aligned} U_1(r, z) = {} & \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{\operatorname{sh}(\alpha_k z)}{\operatorname{sh}(\alpha_k z_1)} J_0(\alpha_k r) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{I_0(\lambda_n r)}{I_0(\lambda_n r_2)} \sin(\lambda_n z) + \widehat{U}(r, z, r_2, z_1) + V_1 \frac{z}{z_1}, \end{aligned} \tag{15}$$

во второй области

$$\begin{aligned} U_2(r, z) = {} & \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{\operatorname{sh}(\alpha_k(z_2 - z))}{\operatorname{sh}(\alpha_k(z_2 - z_1))} J_0(\alpha_k r) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{I_0(\mu_n r)}{I_0(\mu_n r_2)} \sin(\mu_n(z_2 - z)) \\ & + (V_2 - V_1) \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} + V_1, \end{aligned} \tag{16}$$

в третьей области

$$\begin{aligned} U_3(r, z) = {} & \sum_{n=1}^{\infty} d_n \frac{I_0(\nu_n r)}{I_0(\nu_n r_1)} \sin(\nu_n z) \\ & + \widehat{U}(r, z, r_1, z_2) + V_2 \frac{z}{z_2}, \end{aligned} \tag{17}$$

в четвертой области

$$U_4(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{\overline{W}(\lambda_n, r, r_3)}{\overline{W}(\lambda_n, r_2, r_3)} \sin(\lambda_n z) + V_1 \frac{z}{z_1}, \tag{18}$$

в пятой области

$$U_5(r,z) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\overline{W}(\mu_n, r, r_3)}{\overline{W}(\mu_n, r_2, r_3)} \sin(\mu_n(z_2 - z)) + (V_2 - V_1)\frac{z - z_1}{z_2 - z_1} + V_1. \quad (19)$$

Представление функции распределения потенциала в виде (12)–(19) удовлетворяет уравнению Пуассона во всей области рассматриваемой системы, заданным граничным условиям на поверхностях $z = 0$ $(0 \le r \le r_3)$, $z = z_1$ $(r_2 \le r \le r_3)$, $z = z_2$ $(0 \le r \le r_3)$, $r = r_2$ $(0 \le z \le z_2)$ и условию непрерывности потенциала на границах раздела областей 1–2, 1–4, 2–5.

Неизвестные коэффициенты, входящие в разложения (15)–(19), вычисляются из условий перекрытия областей 1–3, 2–3, так как точки внешней границы области 3 при $r = r_1$ $(0 \le z \le z_2)$ являются внутренними точками областей 1 $(0 \le z \le z_1)$ и 2 $(z_1 \le z \le z_2)$ соответственно, а также из условия непрерывности нормальной составляющей вектора электрического смещения на границе раздела диэлектриков $r = r_2$:

$$U_3(r_1,z) = \begin{cases} U_1(r_1,z), & 0 \le z \le z_1, \\ U_2(r_1,z), & z_1 \le z \le z_2, \end{cases}$$

$$U_1(r,z_1) = \begin{cases} U_3(r,z_1), & 0 \le r \le r_1, \\ V_1, & r_1 \le r \le r_2, \end{cases} \quad (20)$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial U_1(r,z)}{\partial r}\bigg|_{r=r_2} = \varepsilon_2 \frac{\partial U_4(r,z)}{\partial r}\bigg|_{r=r_2}, \quad 0 \le z \le z_1,$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial U_2(r,z)}{\partial r}\bigg|_{r=r_2} = \varepsilon_2 \frac{\partial U_5(r,z)}{\partial r}\bigg|_{r=r_2}, \quad z_1 \le z \le z_2.$$

Дополнительное уравнение

$$U(0,L) = 0 \quad (21)$$

определяет вершину острия на оси системы $z = L$, так как поверхность виртуального катода совпадает с нулевой эквипотенциалью.

Таким образом, уравнения (20) и (21) приводят к системе линейных алгебраических уравнений относительно наборов неизвестных коэффициентов a_m, b_m, c_m, d_m и наклона A линейной плотности зарядов нити:

— первое из уравнений (20)

$$\left[\sum_{k=1}^{\infty} a_k J_0(\alpha_k r_1) \frac{\operatorname{sh}(\alpha_k z_2)}{\operatorname{sh}(\alpha_k z_1)\operatorname{sh}(\alpha_k(z_2 - z_1))} \frac{\alpha_k}{\alpha_k^2 + \nu_m^2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{I_0(\lambda_n r_1)}{I_0(\lambda_n r_2)} \frac{(-1)^n \lambda_n}{\nu_m^2 - \lambda_n^2} + \sum_{l=1}^{\infty} c_l \frac{I_0(\mu_l r_1)}{I_0(\mu_l r_2)} \frac{(-1)^l \mu_l}{\nu_m^2 - \mu_l^2}\right] \sin(\nu_m z_1) - d_m \frac{z_2}{2} + A\int_0^{z_1} F(r_1, z, r_2, z_1)\sin(\nu_m z)\, dz = \frac{V_2 z_1 - V_1 z_2}{\nu_m^2 z_1 (z_2 - z_1)} \sin(\nu_m z_1), \quad (22)$$

— второе из уравнений (20)

$$a_m J_1^2(\gamma_m)\frac{r_2^2}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin(\nu_n z_1)\frac{r_1}{\nu_n^2 + \alpha_m^2} \times \left(\alpha_m J_1(\alpha_m r_1) + \nu_n J_0(\alpha_m r_1)\frac{I_1(\nu_n r_1)}{I_0(\nu_n r_1)}\right) - A\int_0^{r_1} rF(r, z_1, r_1, z_2) J_0(\alpha_m r)\, dr + \frac{(V_2 z_1 - V_1 z_2) r_1}{\alpha_m z_2} J_1(\alpha_m r_1), \quad (23)$$

— третье из уравнений (20)

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k J_1(\gamma_k)\frac{(-1)^m \alpha_k \lambda_m}{\alpha_k^2 + \lambda_m^2} + b_m \lambda_m \frac{z_1}{2} G(\lambda_m, r_2, r_3) + A\int_0^{z_1} F'_r(r_2, z, r_2, z_1)\sin(\lambda_m z)\, dz = 0, \quad (24)$$

— четвертое из уравнений (20)

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k J_1(\gamma_k)\frac{(-1)^m \alpha_k \mu_m}{\alpha_k^2 + \mu_m^2} + c_m \mu_m \frac{z_2 - z_1}{2} G(\mu_m, r_2, r_3) = 0, \quad (25)$$

— уравнение (21)

$$\sum_{n=1}^{\infty} d_n \frac{\sin(\nu_n L)}{I_0(\nu_n L)} + AF(0, L, r_1, z_2) r = -\frac{V_2 L}{z_2}, \quad m = \overline{1, \infty}.$$

26

Решая систему (22)–(26), определим значения неизвестных коэффициентов и получим функции для распределения потенциала во всей области системы.

Результаты численных расчетов

При расчете использовались следующие параметры: $r_1 = 0.25$, $r_2 = 0.5$, $r_3 = 1$, $z_1 = 0.5$, $z_2 = 1$, $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 10$, $V_1 = 1$, $V_2 = 1$. Длина заряженной нити — $z_0 = 0.25$, длина полевого острия — $L = 0.251$.

Значения геометрических параметров и электростатического потенциала приведены в безразмерных величинах по отношению к соответствующим максимальным значениям.

На рис. 3 представлено изображение распределения потенциала во всей системе без учета влияния полевого острия.

На рис. 4 представлено изображение распределения потенциала во всей области триодной системы с учетом влияния полевого острия.

На рис. 5 представлена абсолютная разность распределения потенциала во всей области триодной системы при $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 1$ и $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 10$.

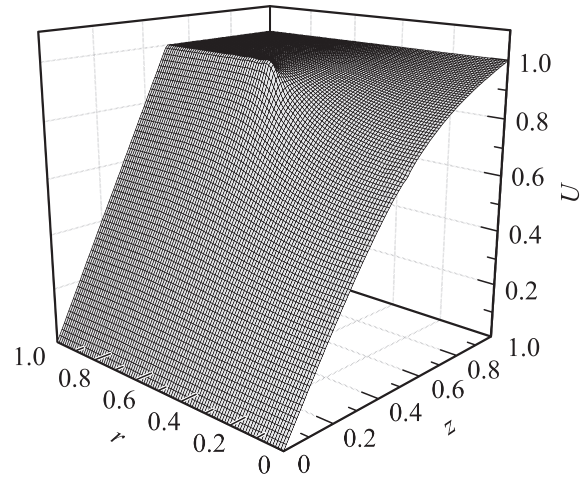

Рис. 3.

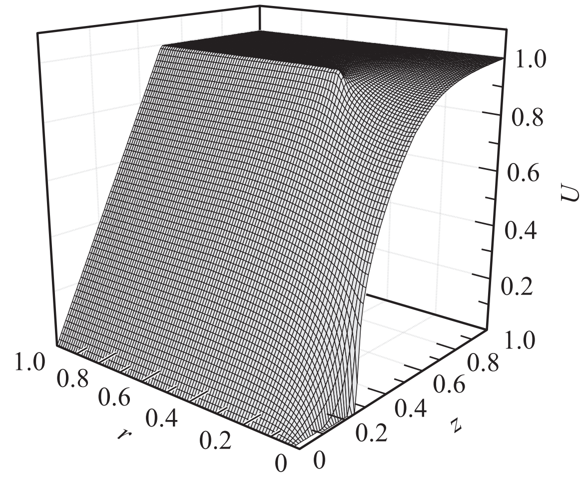

Рис. 4.

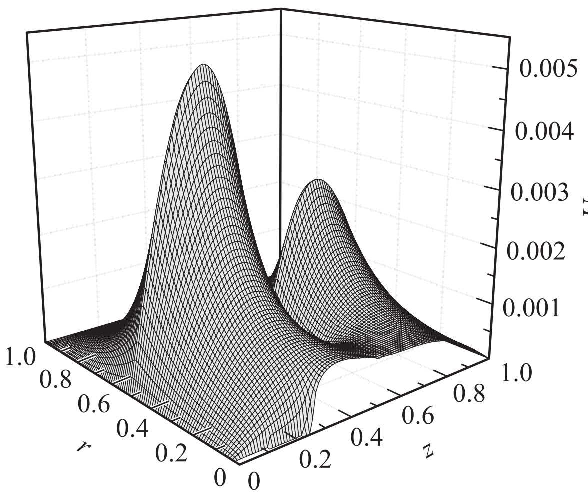

Рис. 5.

На рис. 6 представлены эквипотенциальные линии распределения потенциала во всей области триодной системы при $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 1$.

На рис. 7 представлены эквипотенциальные линии распределения потенциала во всей области триодной системы при $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 10$.

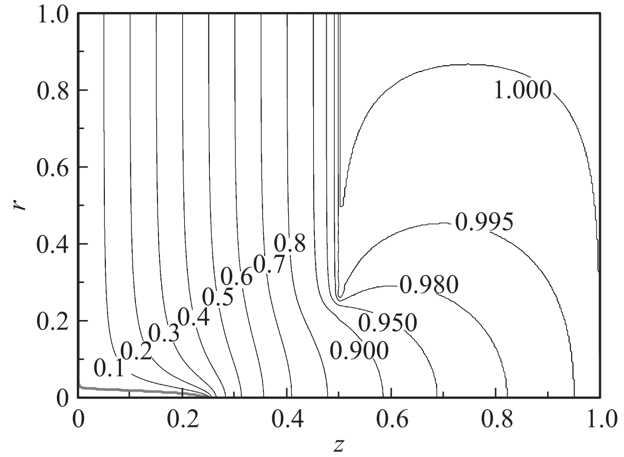

Рис. 6.

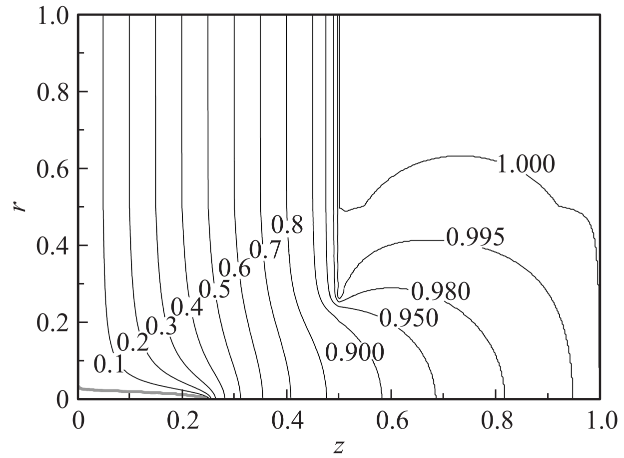

Рис. 7.

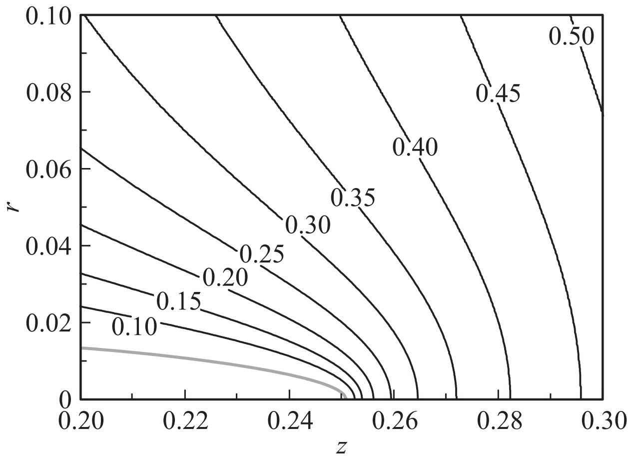

Рис. 8.

На рис. 8 представлены эквипотенциальные линии распределения потенциала вблизи вершины острия при $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 1$.

Заключение

В настоящей работе рассмотрена задача моделирования осесимметричной триодной электронно–оптической системы, состоящей из полевого острия на плоской подложке, модулятора в виде круговой диафрагмы и плоского анода. Внутренняя область системы заполнена двумя диэлектриками с различными диэлектрическими проницаемостями. Один из диэлектриков может представлять собой диэлектрическую оболочку. Все геометрические размеры системы и значения потенциалов на электродах представляют собой параметры задачи.

Для решения задачи влияние полевого острия на распределение потенциала заменялось наличием заряженной нити конечной длины, расположенной на оси системы, с кусочно–постоянными значениями плотности зарядов. Распределение электростатического потенциала как решение граничной задачи (1) представлено в виде разложений Фурье–Бесселя (15)–(19). Определение неизвестных коэффициентов в разложениях и положение вершины острия на оси системы сведены к решению системы линейных алгебраических уравнений с постоянными коэффициентами (22)–(26). В соответствии с полученными формулами представлены графики распределения потенциала и формы полевого катода.

Представленную методику и формулы для определения потенциала во всей области подобных триодных систем можно использовать как для расчета электронных полевых пушек на основе одиночных острий, катодных узлов приборов микро- и наноэлектроники, так и многоэмиттерных систем, например, катодов Спиндта.

Список литературы

[1] *Егоров Н.В., Шешин Е.П.* Автоэлектронная эмиссия. Принципы и приборы. Долгопрудный: Издат. дом Интеллект, 2011. 704 с.

[2] *Bargsten Johnson B., Schwoebel P.R., Holland C.E., Resnick P.J., Hertz K.L.* et al. // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 2012. Vol. 663. P. 65–74.

[3] *Shiratori Y., Furuichi K., Tsuji Y., Sugime H., Noda S.* // Nanotechnology. 2009. Vol. 20. P. 475 707–475 713.

[4] *Lee S.W., Lee C.H., Lee J.A., Lee S.S.* // Nanotechnology. 2013. Vol. 24. P. 025 301–025 307.

[5] *Kang M.-G., Lezec H.J., Sharifi F.* // Nanotechnology. 2013. Vol. 24. P. 065 201–065 205.

[6] *Беспалов В.А., Ильичев Э.А., Кулешов А.Е., Мигунов Д.М., Набиев Р.М., Петрухин Г.Н., Рычков Г.С., Щербахин Ю.В.* // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. Вып. 4. С. 46–52.

[7] *Виноградова Е.М., Егоров Н.В.* // РЭ. 2002. Т. 47. № 3. С. 369–371.

[8] *Виноградова Е.М., Егоров Н.В., Мутул М.Г., Шэнь Чэ-Чоу.* // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 5. С. 1–4.

[9] *Виноградова Е.М., Егоров Н.В.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 9. С. 1–5.

[10] *Виноградова Е.М., Кримская К.А.* // Вестн. СПб. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика, информатика, процессы управления. 2009. Вып. 1. С. 3–9.

[11] *Миролюбов Н.Н.* Методы расчета электростатических полей. М.: Высшая школа, 1963. 209 с.

[12] *Виноградова Е.М., Долгов С.Л., Егоров Н.В.* // Вестн. СПб. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика, информатика, процессы управления. 2007. Вып. 1. С. 29–37.