

03

Особенности испарения тонкого слоя воды в присутствии растворимого сурфактанта

© В.Ю. Гордеева, А.В. Люшнин

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990 Пермь, Россия
e-mail: andry@pspu.ac.ru

(Поступило в Редакцию 12 сентября 2013 г.)

Практически исследован процесс испарения тонкого слоя полярной жидкости (воды) со свободной поверхностью, расположенной на твердой подложке. На свободной границе „жидкость–пар“ находится растворимый сурфактант. Коэффициент поверхностного натяжения является линейной функцией от поверхностной концентрации сурфактанта. Поверхностная энергия линии контакта „твердое тело–жидкость“ является немонотонной функцией относительно толщины слоя и является суммой ван-дер-ваальсового взаимодействия и специфического взаимодействия двойного электрического слоя границы. В рамках длинноволнового приближения в системе уравнений Навье–Стокса изучено влияние растворимого сурфактанта на динамику и устойчивость движения фронта испарения тонкой жидкостной пленки.

Проблема динамики и устойчивости тонкого слоя испаряющейся жидкости на твердой горизонтальной подложке играет важную роль во многих технологических процессах, как например, производстве наноструктур [1], модификации структур ДНК [2], а также в области медицинской диагностики [3], полиграфии и других технических приложений.

Характер движения жидкостной пленки определяется как физико-химическими свойствами самой жидкости, так и свойствами граничащих с ней твердой и газовой сред. Будем считать, что тонкий слой жидкости представляет собой систему, состоящую из трех слоев. Средний слой такой системы представляет собой объемную фазу жидкости. Этот слой соприкасается с двумя межфазными переходными слоями „жидкость–газ“ и „жидкость–твердое тело“. В случае изотропных жидкостей межфазный слой жидкость–твердое тело может составлять несколько молекулярных слоев жидкости, толщина межфазного слоя жидкость–пар может варьировать в диапазоне десятков–сотен ангстрем. В этих слоях имеется специфическое поле молекулярных и электрических сил, затухающее при углублении в каждую из смежных фаз. Свойства жидкости в этих межфазных слоях могут существенно отличаться от свойств объемной жидкой фазы. В большинстве случаев в тонком слое жидкости имеются все три описанных выше слоя, и процессы, проходящие в межфазных слоях, не оказывают сильного влияния на поведение объемной фазы. В процессе испарения происходит уменьшение толщины объемной фазы слоя, тогда как толщины межфазных слоев остаются практически неизменными. В дальнейшем при уменьшении толщины слоя жидкости до толщины порядка сотни ангстрем слой объемной фазы исчезает и происходит перекрытие межфазных переходных слоев. В этом случае термодинамические характеристики системы, например свободная энергия, не может быть вычислена как простое суммирование

энергий различных фаз. В жидких пленках с такой толщиной имеют место специфические эффекты, такие как капиллярный осмос, термоосмос, диффузиофорез и др.

Изучение таких тонких слоев жидкости (10–100 Å) началось с работы [4], где впервые было введено понятие „расклинивающее давление“. Механизм возникновения такого эффекта обусловлен разностью свойств жидкости в межфазных переходных слоях. Ван-дер-Ваальс в своих работах сформулировал понятие внутреннего давления среды, обусловленного межмолекулярным взаимодействием. В объемной фазе это давление определяется взаимодействием только молекул жидкости. В межфазных слоях на это взаимодействие накладывается воздействие молекул контактирующих с жидкостью фаз. Это приводит к появлению разности давлений в тонком слое жидкой пленки. Результаты экспериментов показывают, что при испарении толщина жидкостной пленки не стремится к нулю [5]. Ограничение снизу на толщину жидкостной пленки определяется свойствами межфазного переходного слоя жидкость–твердое тело. Это означает, что до определенной толщины слоя жидкость существует в виде непрерывной пленки. Однако при уменьшении толщины жидкостного слоя сверх некоторого критического значения непрерывность пленки может нарушаться с образованием отдельных жидкостных капель.

В настоящее время существует довольно большое количество публикаций и обзоров [6–9], в которых изучаются в том числе процесс испарения тонкого слоя жидкости и эффекты структурообразования на свободной поверхности жидкой пленки. Особенностью испарения полярной жидкости (например, воды) является тот факт, что при некоторой критической толщине происходит спонтанное разделение слоя на две характерные толщины („толстый“ и „тонкий“) с образованием контактной линии между ними [10]. При дальнейшем испарении такой специфической двухуровневой пленки

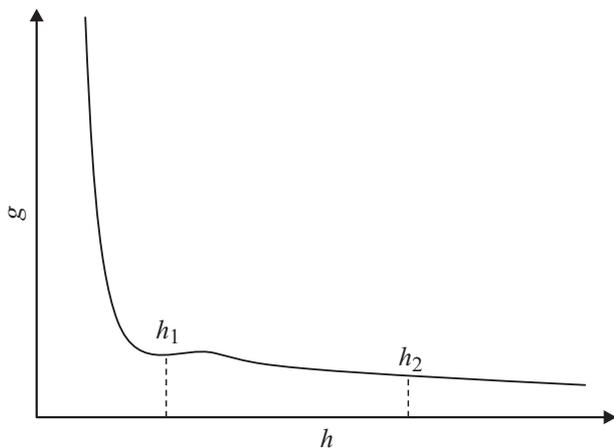


Рис. 1. Зависимость свободной энергии g полярной жидкости от толщины слоя h .

область толстого слоя уменьшается, и контактная линия профиля тонкого слоя жидкости может приобретать пальцеобразную форму.

В работе [11] приводится следующее теоретическое объяснение данного эффекта. В процессе испарения неполярных жидкостей происходит монотонное уменьшение толщины слоя и поверхностная энергия жидкость–твердое тело является монотонно убывающей функцией, которая может быть записана с использованием теории Ван-дер-Ваальса–Лифшица как $g(h) = A/12\pi h^2$ (A — константа Хаммакера). В отличие от неполярных жидкостей для описания поведения испарения тонких полярных пленок жидкости вводится помимо дальнедействующих (в данном случае) взаимодействий Ван-дер-Ваальса еще и короткодействующее взаимодействие двойного электрического слоя на границе жидкость–твердое тело. На рис. 1 можно видеть, что свободная энергия поверхности полярной жидкости имеет немонотонный вид и при некотором значении свободной энергии g имеются два устойчивых значения толщины слоя и одно неустойчивое, расположенное между ними.

Экспериментальные работы [12] показывают, что на динамику движения свободной границы жидкость–газ может существенно влиять наличие на поверхности сурфактантов. В технологии пленочного напыления покрытия и других отраслях промышленности, связанных с тонкими пленками жидкости, сурфактанты обычно используются для подавления нежелательных неустойчивостей, которые обусловлены поверхностными явлениями, например уменьшения роли термокапиллярного эффекта. Настоящая работа посвящена изучению влияния растворимых сурфактантов на динамику движения и процессов структурообразования тонкого слоя испаряющейся полярной жидкости.

1. Постановка задачи

Рассматривается движение тонкого горизонтального слоя полярной вязкой несжимаемой жидкости (например, воды) с начальной толщиной h_0 , который заключен между твердой подложкой и паром соответствующей жидкости; также будем считать, что начальная концентрация сурфактанта в объеме и на поверхности пленки есть c_0 и s_0 соответственно. Декартовы координаты определим следующим образом: ось x направлена вдоль слоя, а ось z перпендикулярно плоскости рис. 2. Жидкость может испаряться в парообразную среду. Предполагается, что на свободной поверхности имеет место линейная зависимость коэффициента поверхностного натяжения от концентрации сурфактанта $\sigma = \sigma_0 - \vartheta s$, здесь σ_0 — коэффициент поверхностного натяжения при отсутствии сурфактанта, а константа ϑ определяется как „активность“ сурфактанта. Вектор скорости жидкости имеет две компоненты $\mathbf{v} = (u, w)$, где u и w — проекции на оси x и z соответственно. Ввиду малой толщины слоя гравитационными эффектами в дальнейшем будем пренебрегать. Уравнения движения пленки, а также конвективно-диффузионное уравнение для сурфактанта в объеме имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho(\partial_t u + u\partial_x u + w\partial_z u) &= -\partial_x(p + \phi) + \mu\nabla^2 u, \\ \rho(\partial_t w + u\partial_x w + w\partial_z w) &= -\partial_z(p + \phi) + \mu\nabla^2 w, \\ \rho(\partial_t c + u\partial_x c + w\partial_z c) &= D_b\nabla^2 c, \\ \partial_x u + \partial_z w &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность жидкости, p — давление, ϕ — дополнительный потенциал энергии слоя, возникающий в результате межмолекулярного взаимодействия, μ — динамическая вязкость, c — объемная концентрация сурфактанта в жидкости и D_b есть коэффициент диффузии сурфактанта. Символом ∂_i обозначается производная по соответствующей координате, также введено обозначение $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$. Уравнение, описывающее перенос сурфактанта вдоль поверхности, согласно работе [13], будем описывать следующим образом:

$$\partial_t s + \nabla_s(\mathbf{v}_s s) + (\nabla_s \mathbf{n})c(\mathbf{v} \mathbf{n}) = D_s \nabla_s^2 c + J. \tag{2}$$

Здесь ∇_s — оператор градиента по поверхности, v_s — скорость движения поверхности жидкость–газ, D_s —

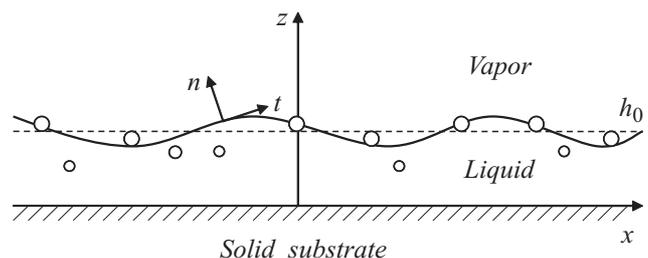


Рис. 2. Геометрическая постановка задачи.

коэффициент поверхностной диффузии сурфактанта и J определяется как поток сурфактанта с поверхности в объем. Следуя работе [14], будем считать, что поток проникновения сурфактанта в объем является линейной функцией объемной и поверхностной концентраций:

$$J = -D_b(\nabla c \mathbf{n}) = k_1 c - k_2 s, \quad (3)$$

где k_1 и k_2 — соответствующие коэффициенты адсорбции и десорбции соответственно. На границе жидкость–твердое тело будем использовать условия непротекания скорости через подложку и отсутствие потока сурфактанта сквозь твердую границу: $\mathbf{v} = 0$ и $\partial_z c = 0$. Под влиянием растворимого сурфактанта первоначально плоская свободная граница может деформироваться и кинематическое условие на свободной границе $z = h(x, z, t)$ может быть представлено в стандартном виде

$$\partial_t h + u \partial_x h - w = 0. \quad (4)$$

Нормальное и тангенциальное условия для тензора напряжений на верхней границе записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} p + \mu \frac{2\partial_x u(1 - (\partial_x h)^2) + \partial_x h(\partial_x w + \partial_z u)}{(1 + (\partial_x h)^2)} \\ + \sigma \frac{\partial_x^2 h}{(1 + (\partial_x h)^2)^{3/2}} = 0, \\ \mu [(\partial_z u + \partial_x w)(1 - (\partial_x h)^2) - 4\partial_x h \partial_x u] \\ - (1 + (\partial_x h)^2)^{1/2} \partial_x \sigma = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Суть длинноволнового приближения, которое мы будем использовать ниже, заключается в следующем: выбираем характерный размер вдоль оси x через волновое число длины волны δ , а в качестве характерного масштаба вдоль оси z выберем толщину слоя h_0 . Будем считать, что отношение $\varepsilon = 2\pi h_0/\delta = h_0/L \ll 1$. Введем безразмерные переменные

$$\begin{aligned} Z = \frac{z}{h_0}, \quad X = \frac{\varepsilon x}{h_0}, \quad C = \frac{c}{c_0}, \quad S = \frac{s}{s_0}, \quad U = \frac{u}{U_0}, \\ W = \frac{w}{\varepsilon U_0}, \quad T = \frac{\varepsilon U_0 t}{h_0}, \quad (P, \Phi) = \frac{\varepsilon h_0}{\mu U_0} (p, \phi). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь U_0 обозначается как характерная горизонтальная скорость. В безразмерных переменных уравнения (1) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon \operatorname{Re} (\partial_T U + U \partial_X U + W \partial_Z U) = \\ - \partial_X (P + \Phi) + \varepsilon^2 (\partial_Z^2 U + \varepsilon^2 \partial_X^2 U), \\ \varepsilon^3 \operatorname{Re} (\partial_T W + U \partial_X W + W \partial_Z W) = \\ - \partial_Z (P + \Phi) + \varepsilon^2 (\partial_Z^2 W + \varepsilon^2 \partial_X^2 W), \end{aligned}$$

$$(\partial_T C + U \partial_X C + W \partial_Z C) = \frac{1}{Pe_b} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} \partial_Z^2 C + \partial_X^2 C \right),$$

$$\partial_X U + \partial_Z W = 0. \quad (7)$$

В данной системе уравнений имеются два безразмерных коэффициента: число Рэлея $Re = \rho U_0 h_0 / \mu$ и объемное число Пекле $Pe_b = U_0 L / D_b$. В длинноволновом приближении безразмерное уравнение, описывающее перенос сурфактанта вдоль поверхности, представлено в виде

$$\partial_t S + \nabla_s (\mathbf{v}_s S) + \varepsilon^2 (\nabla_s \mathbf{n}) S (\mathbf{v} \mathbf{n}) = \frac{1}{Pe_s} \nabla_s^2 S + K(C - S). \quad (8)$$

Здесь $Pe_s = U_0 L / D_s$ — безразмерное поверхностное число Пекле, а параметр $K = k_2 L / U_0$ — безразмерный коэффициент десорбции.

Безразмерное уравнение адсорбции-десорбции для сурфактанта (3) имеет следующую форму записи:

$$\frac{\partial_X H \partial_X C - \varepsilon^{-2} \partial_Z C}{Pe_b \beta (1 + \varepsilon^2 (\partial_X H)^2)^{1/2}} = K(C - S). \quad (9)$$

Здесь $H = h/h_0$ — безразмерная толщина слоя жидкости, а $\beta = k_1/(k_2 h_0)$ — безразмерный коэффициент адсорбции-десорбции.

В данной задаче, используя результаты работы [14], будем использовать предположение о быстрой кинетике для обмена сурфактанта между поверхностью и объемом (3), что позволяет определить связь между поверхностной и объемной концентрациями сурфактанта в форме

$$S = \frac{k_1}{k_2} C_s, \quad (10)$$

где C_s — приповерхностная объемная концентрация. Таким образом, предположение о линейной кинетике процесса адсорбции-десорбции сурфактанта приводит к линейному распределению концентрации, которое существует в пределе разбавленных растворов для сурфактантов.

В качестве масштаба для безразмерного значения поверхностного натяжения возьмем значение поверхностного натяжения чистой жидкости без сурфактанта. Тогда в безразмерном виде зависимость поверхностного натяжения от концентрации приобретает вид

$$\sigma = 1 - Ma_c S. \quad (11)$$

Здесь $Ma_c = \vartheta s_0 / \sigma_0$ определим как концентрационной аналог числа Марангони, описывающий связь между коэффициентом поверхностного натяжения и поверхностной концентрацией. Граничные условия на твердой подложке запишутся следующим образом:

$$Z = 0: \quad U = 0, \quad W = 0. \quad (12)$$

Условия на свободной границе раздела жидкость–пар имеют вид

$$\begin{aligned} Z = H: \quad \partial_T H + U \partial_X H &= W, \\ P + \frac{2\varepsilon^2(Q\partial_X U + \partial_X H(\varepsilon^2\partial_X W + \partial_Z U))}{Q^2} + Ca \frac{\partial_X^2 H}{Q^3} &= 0, \\ Q^2(\partial_Z U + \varepsilon^2\partial_X W) - 4\varepsilon^2\partial_X H \partial_X U - Q\partial_X \sigma &= 0, \\ Q &= [1 + \varepsilon^2(\partial_X H)^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь обозначен безразмерный капиллярный параметр $Ca = \varepsilon^3 \sigma_0 / (\mu U_0)$. Решение системы уравнений (7)–(9) и граничных условий (11)–(13) будем искать путем разложения искомых величин в ряд по малому параметру ε . Представим переменные компонент вектора скорости, давления и концентрации в виде

$$\begin{aligned} U &= U_0 + \varepsilon U_1 + \varepsilon^2 U_2 + \dots, \\ W &= W_0 + \varepsilon W_1 + \varepsilon^2 W_2 + \dots, \\ P &= P_0 + \varepsilon P_1 + \varepsilon^2 P_2 + \dots, \\ C &= C_0 + \varepsilon C_1 + \varepsilon^2 C_2 + \dots. \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда в нулевом порядке получим уравнение $\partial_Z^2 C_0 = 0$. Учитывая граничные условия для сурфактанта на твердой границе, будем считать объемную концентрацию равномерно распределенной по толщине слоя жидкой пленки $C_0 = C_0(X, T)$. В следующем первом порядке малости по ε задача приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} \partial_X(P + \Phi) &= \partial_Z^2 U, \\ \partial_Z(P + \Phi) &= 0, \\ \partial_T C_0 + U \partial_X C_0 - \frac{1}{Pe_b} \partial_X^2 C_0 &= \frac{1}{Pe_b} \partial_Z^2 C_1, \\ \partial_X U + \partial_Z W &= 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} Z = 0: \quad U &= 0, \quad W = 0, \\ Z = H: \quad \partial_T H + U \partial_X H &= W, \\ P + Ca \partial_X^2 H &= 0, \quad \partial_Z U = \partial_X \sigma. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнение для поверхностной концентрации сурфактанта в первом порядке малости записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \partial_T S + U \partial_X S + W \partial_Z S &= \frac{1}{Pe_s} \nabla_S^2 S \\ - \frac{1}{\beta Pe_s} (\partial_Z C_1 - \partial_X H \partial_X C_0). \end{aligned} \quad (17)$$

Проинтегрируем уравнение для объемной концентрации сурфактанта в (15) и, подставляя это значение в

уравнение (17), получим эволюционное уравнение для поверхностной концентрации

$$\begin{aligned} (\beta + H) \partial_T S &= \frac{\beta}{Pe_s} \partial_X^2 S + \frac{1}{Pe_b} \partial_X (H \partial_X S) \\ &- \partial_X S \left(\beta U + \int_0^H U dz \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Найдем значение горизонтальной компоненты скорости U , используя первое уравнение системы (15) и граничные условия (16). Предположение о быстрой кинетике процессов обмена сурфактанта с поверхности в объеме позволяет записать равенство $C_0 = S$, что дает возможность получить уравнение для объемной концентрации C :

$$\begin{aligned} (\beta + H) \partial_T C_0 &= \frac{\beta}{Pe_s} \partial_X^2 C_0 + \frac{1}{Pe_b} \partial_X (H \partial_X C_0) \\ &- Ma_c (\partial_X C_0)^2 \left(\beta H + \frac{H^2}{2} \right) \\ &- \partial_X C_0 \partial_X (P + \Phi) H^2 \left(\frac{\beta}{2} + H \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Используя кинематическое условие на поверхности, согласно [15], получим уравнение эволюции для толщины слоя самой жидкости с учетом испарения

$$\begin{aligned} \partial_T H + Ma_c \partial_X \left(\frac{H^2}{2} \partial_X C_0 \right) \\ - \partial_X (H^3 \partial_X (-Ca \partial_X^2 H + \Phi)) &= -E. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь E — величина испарения с поверхности жидкость–пар. Чтобы учесть полярные свойства жидкости, обратимся к работе [16] и запишем потенциал взаимодействия жидкости с подложкой как $\Phi = dg/dh$, где g — свободная энергия межмолекулярного взаимодействия поверхности жидкость–твердое тело, которая записывается следующим образом:

$$g(h) = -\frac{A}{12\pi h^2} + S^P \exp\left(\frac{d_0 - h}{l_0}\right), \quad (21)$$

где d_0 — радиус межмолекулярного взаимодействия и l_0 — дебаевское значение длины взаимодействия. Параметр S^P определяется адсорбцией ионов из подложки в жидкость. Воспользовавшись результатами [16], будем считать введенный нами потенциал Φ как химический потенциал взаимодействия φ_l жидкость–твердое тело. Как видно из (21), химический потенциал представляет собой немонотонную функцию от толщины слоя.

Следуя далее работе [17], будем считать, что величина испарения E пропорциональна разности химических потенциалов жидкости и пара

$$E = \psi(\varphi_l - \varphi_v). \quad (22)$$

Здесь φ_v — химический потенциал поверхности жидкость–пар, ψ — параметр, характеризующий интенсивность испарения (данный параметр может быть вычислен из кинетической теории газа или получен экспериментальным путем). Используя результаты [18], определим толщину слоя h_0 следующим образом: $h_0 = \sqrt[3]{A/(6\pi S^{PN})}$, где $S^{PN} = S^P/l_0 \exp[d_0/l_0]$. Значения всех размерных параметров данной задачи определяем согласно работе [19]. Тогда окончательная система эволюционных уравнений в безразмерном виде приобретает форму

$$\begin{aligned} \partial_T H &= -Ma_c \partial_X \left(\frac{H^2}{2} \partial_X C_0 \right) \\ &+ \partial_X \left(H^3 \partial_X \left(-Ca \partial_X^2 H + \left[\frac{1}{H^3} - \exp(-\chi H) \right] \right) \right) \\ &- \Omega \left(-Ca \partial_X^2 H + \left[\frac{1}{H^3} - \exp(-\chi H) \right] - R \right), \\ (\beta + H) \partial_T C_0 &= \frac{\beta}{Pe_s} \partial_X^2 C_0 + \frac{1}{Pe_b} \partial_X (H \partial_X C_0) \\ &- Ma_c (\partial_X C_0)^2 \left(\beta H + \frac{H^2}{2} \right) - \left(H^2 \left(\frac{\beta}{2} + H \right) \right) \\ &\times \partial_X C_0 \partial_X \left(-Ca \partial_X^2 H + \left[\frac{1}{H^3} - \exp(-\chi H) \right] \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь введены дополнительные безразмерные параметры

$$\Omega = \frac{3\psi\mu\sigma}{\rho S^{PN} h_0^2}, \quad R = \frac{\rho\mu_v}{S^{PN}}, \quad \chi = \frac{h_0}{l_0}, \quad (24)$$

которые характеризуют уровень испарения, химический потенциал пара и дебаевскую длину соответственно.

2. Исследование устойчивости системы

Основное состояние данной системы является переходным, так как одна толщина пленки в результате движения уменьшается, а концентрация сурфактанта в объеме увеличивается. В данном случае исследование устойчивости предполагает, что стационарное решение не зависит от времени и исследуются рост или затухание возмущений в предположении того, что их время релаксации много меньше времени релаксации основного состояния. Из уравнения основного состояния системы получаем величину горизонтальной скорости движения контактной линии

$$U_0 = \frac{\Omega}{h_{02} - h_{01}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{1}{H^3} + \exp(-\chi H) \right) dx. \quad (25)$$

Далее будем рассматривать возмущения относительно некоторого „замороженного“ состояния, где величины

толщины и концентрации имеют постоянные значения $H_0 = 1$ и $C_0 = 1$ соответственно. Представим эти возмущения в „нормальном“ виде $\exp(\lambda t + ikx)$, где λ является декрементом возмущений и описывает поведение возмущения со временем ($\lambda > 0$ ведет к росту возмущений, а отрицательное значение декремента соответствует затуханию возмущений), k — волновое число вдоль оси x . Подставляя эти возмущения в систему (23), получаем задачу на собственные значения, где собственным числом является декремент возмущений λ

$$\begin{vmatrix} \lambda + \Omega Z + k^2[Z + R] + k^4, & -\frac{1}{2} Ma_c k^2, \\ B(-Ca k^4 + k^2 Z), & \lambda(\beta + 1) + \left[\left(\frac{\beta}{Pe_s} + \frac{1}{Pe_b} \right) - Ma_c B \right] k^2 \end{vmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{h} \\ \hat{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Здесь введены обозначения $Z = [3 - \chi \exp(-\chi)]$, $B = (\frac{\beta}{2} + 1)$.

Решая систему (26) относительно λ , получаем две независимые моды, которые представлены на рис. 3. Одна из них, обозначенная на рисунке λ_1 , представляет собой моду концентрационных возмущений, а вторая, помеченная надписью λ_2 , описывает эволюцию возмущений слоя жидкости при испарении. Как видно из рисунка, при малом испарении $\Omega \ll 1$ и малом значении числа Ma_c обе моды возмущений затухают. Особенностью моды испарения является тот факт, что при $k = 0$ декремент не равен нулю и имеет место так называемая годстоуновская мода возмущений [20]. При $\Omega \rightarrow 0$ декремент этой моды для $k = 0$ также стремится к нулевому значению. На рис. 4, а приведен график зависимостей

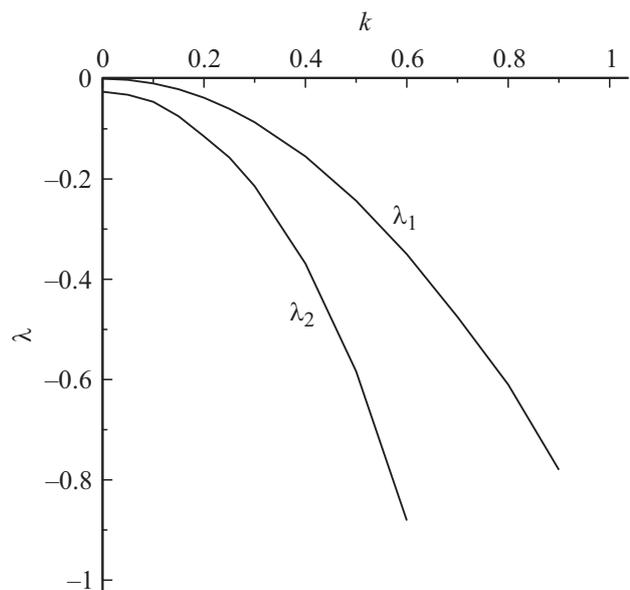


Рис. 3. Дисперсионная зависимость $\lambda(k)$ для $Ma_c = 0.01$ и $\Omega = 0.01$. Остальные параметры $\chi = 1.085$, $Ca = 0.01$, $R = -0.003$, $Pe_b = Pe_s = 1$, $K = 0.1$, $\beta = 1$.

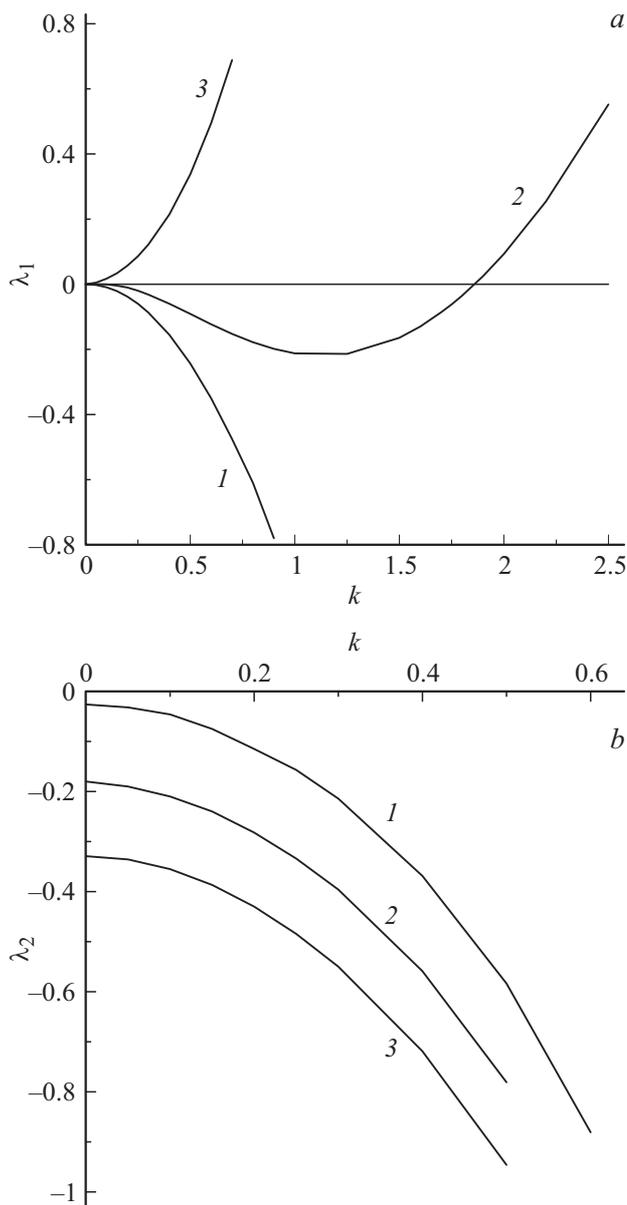


Рис. 4. Дисперсионная зависимость для концентрационной моды λ_1 (a) для различных значений концентрационного числа Марангони: 1 — $Ma_c = 0.01$, 2 — $Ma_c = 1.8$, 3 — $Ma_c = 5$. Дисперсионная зависимость для моды испарения λ_2 (b) для различных значений параметра Ω : 1 — 0.01, 2 — 0.07, 3 — 0.125 соответственно. Остальные параметры аналогичны рис. 3.

декремента от волнового числа для различных значений величины Ma_c . С увеличением значения безразмерного параметра Марангони в длинноволновом диапазоне появляется область неустойчивости. В дальнейшем с увеличением числа Ma_c при любом значении волнового числа возмущения нарастают. Напротив, с увеличением числа Ω (рис. 4, b) устойчивость системы относительно возмущений повышается, что качественно соответствует результатам, приведенным в работе [21].

Система уравнений (23) решалась численно с использованием пятиточечной конечно-разностной схемы методом Кранка–Николсена, граничные условия предполагались равными $h_x = h_{xxx} = 0$ на обоих концах отрезка, для которого проводились вычисления. В работе [22] было показано, что при некоторых значениях безразмерного параметра испарения может существовать пальцеобразная неустойчивость, в дальнейшем с увеличением значения безразмерного параметра испарения фронт движения стабилизируется. Решение системы уравнений (23) описывает распространение тонкого слоя жидкости в диапазоне значений двух равновесных значений толщин слоя h_1 и h_2 при растворении сурфактанта со свободной поверхности. На рис. 5 показаны профили слоя жидкости при различных значениях концентрационного числа Марангони, величина испарения предполагается слабой. При значении числа $Ma_c = 0.1$ (рис. 5, a) фронт тонкого слоя жидкости имеет стационарную форму движения, с ростом концентрационного числа Марангони на поверхности „толстого“ слоя появляются коротковолновые возмущения, которые приводят к деформации поверхности с образованием провалов в слое (рис. 5, b). С течением времени эти

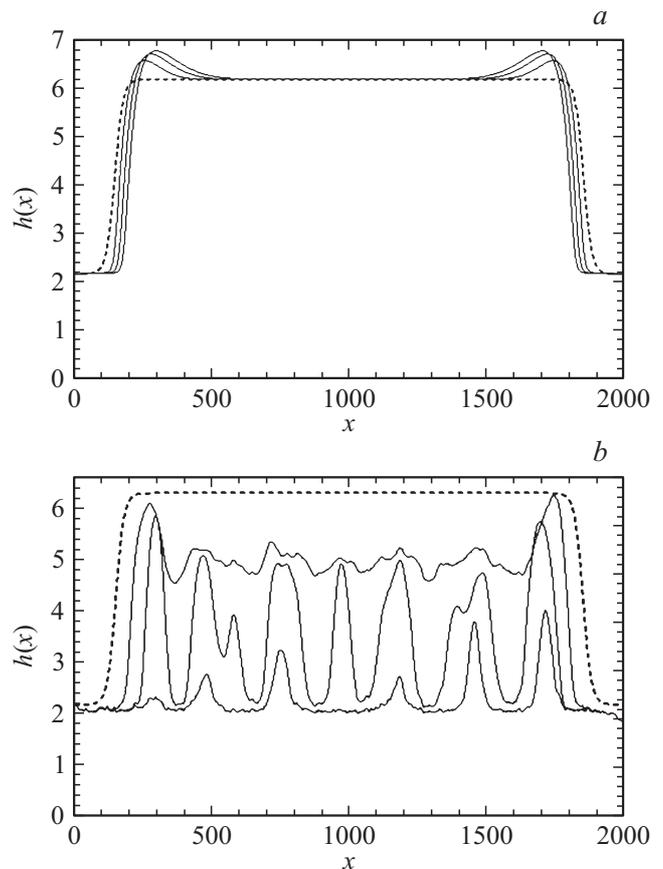


Рис. 5. Эволюция распространения фронта тонкого слоя жидкости $h(x)$ для различных значений концентрационного числа Марангони: a — $Ma_c = 0.1$ и b — $Ma_c = 50$. Штриховой линией обозначено начальное распределение. Параметр $\Omega = 0.01$, другие безразмерные величины приведены на рис. 3.

провалы достигают толщины „тонкого“ слоя и вся поверхность принимает пикообразную форму. Характер профиля неустойчивости тонкой пленки при наличии растворимого сурфактанта имеет существенное отличие от профиля тонкого слоя жидкости без примеси. Если для „чистого“ слоя жидкости имеет место пальцеобразная форма неустойчивости [22], которая наблюдается на контактной линии слоев, и толщина „толстого“ слоя остается неизменной, то при наличии сурфактанта весь слой испытывает неустойчивость, что приводит к совершенно другой форме образования структур на свободной поверхности.

Заключение

Исследована устойчивость движения фронта испаряющегося тонкого слоя полярной жидкости при наличии сурфактанта на свободной поверхности. Для стационарного состояния обнаружены две независимые моды возмущения, одна из которых определяет поведение концентрационных возмущений, а вторая показывает эволюцию возмущений в процессе движения жидкости при испарении. С увеличением безразмерного параметра испарения устойчивость системы увеличивается, а рост концентрационного параметра Марангони приводит систему в положение неустойчивости. Численные расчеты качественно подтверждают результаты линейной теории. Установлено, что тип структурообразования на поверхности испаряющейся пленки при наличии сурфактанта имеет существенные отличия от испаряющейся пленки в отсутствие сурфактанта. Это отличие может являться индикатором примесей для различных технологических приложений.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования Пермского края (грант С-26/244), гранта РФФИ 14-01-96021 р_урал_а, а также при финансовой поддержке Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета (гранты 031-Ф и 047-Ф).

Список литературы

- [1] *Xu J., Xia J., Lin Z.* // *Angew. Chem. Int. Ed.* 2007. Vol. 46. P. 1860–1863.
- [2] *Abramchuk S.S., Khokhlov A.R., Iwataki T., Oana H., Yoshikawa K.* // *Europhys. Lett.* 2001. Vol. 55. P. 294–300.
- [3] *Тарасевич Ю.Ю., Исаков О.П., Кондуков В.В., Савицкая А.В.* // *ЖТФ.* 2010. Т. 80. Вып. 5. С. 45–53.
- [4] *Дерягин Б.В., Чураев Н.В., Муллер В.М.* Поверхностные силы. М.: Наука, 1985. 398 с.
- [5] *Reiter G.* // *Langmuir.* 1993. Vol. 9. N 5. P. 1344–1351.
- [6] *Oron A., Davis S.H., Bankoff S.G.* // *Rev. Mod. Phys.* 1997. Vol. 69. N 3. P. 931–980.
- [7] *Craster R.V., Matar O.K.* // *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81. N 3. P. 1131–1198.
- [8] *Ajaev V.S., Klentzman J., Gambaryan-Roisman T., Stephan P.* // *J. Engineer Mathem.* 2011. Vol. 73. N 1. P. 31–38.
- [9] *Crivoi A., Duan F.* // *Colloid and Surface A.* 2013. Vol. 432. N 5. P. 119–126.
- [10] *Leizerson I., Lipson S.G., Lyushnin A.V.* // *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 68. P. 051 601–051 606.
- [11] *Sharma A.* // *Langmuir.* 1993. Vol. 9. N 3. P. 861–869.
- [12] *Mizev A., Trofimenko A., Schwabe D., Viviani A.* // *Eur. Phys. J. Special Topics.* 2013. Vol. 219. P. 89–98.
- [13] *Jensen O.E., Grotberg J.B.* // *Phys. Fluids A.* 1993. Vol. 5. N 1. P. 58–68.
- [14] *Yiantios S.G., Higgins B.G.* // *Phys. Fluids.* 2010. Vol. 22. N 2. P. 022 102–022 114.
- [15] *Sultan E., Boudaoud A., Ben Amar M.* // *J. Engineer. Mathem.* 2004. Vol. 50. N 2. P. 209–222.
- [16] *Samid-Merzel N., Lipson S.G., Tannhauser D.S.* // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 57. N 3. P. 2906–2913.
- [17] *Sultan E., Boudaoud A., Ben Amar M.* // *J. Fluid Mech.* 2005. Vol. 543. P. 183–202.
- [18] *Гордеева В.Ю., Люшнин А.В.* // *ЖТФ.* 2013. Т. 83. Вып. 3. С. 41–47.
- [19] *Sharma A., Jameel A.T.* // *J. Colloid Inter. Sci.* 1994. Vol. 164. P. 416–427.
- [20] *Трибельский М.И.* // *УФН.* 1997. Т. 167. № 2. С. 167–190.
- [21] *Warner M.R.E., Craster R.V., Matar O.K.* // *J. Colloid Interf. Sci.* 2003. Vol. 267. P. 92–110.
- [22] *Lyushnin A.V., Golovin A.A., Pismen L.M.* // *Phys. Rev. E.* 2002. Vol. 65. P. 021 602–021 608.