

12;13

Частотно-угловые характеристики сверхизлучательных импульсов, генерируемых при движении ультрарелятивистских электронных сгустков в ондуляторном поле

© Н.С. Гинзбург, А.А. Голованов, И.В. Зотова, А.М. Малкин

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

E-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

Поступило в Редакцию 18 июля 2013 г.

На основе метода усредненной пондеромоторной силы проведен теоретический анализ терагерцового сверхизлучения ультрарелятивистских электронных сгустков, движущихся в ондуляторном поле. Наряду с энергетическими характеристиками импульсов сверхизлучения исследовано формирование диаграммы направленности и зависимость спектральной плотности излучения от угла наблюдения.

Сверхизлучение ансамблей классических электронов является достаточно новым эффектом [1–5], имеющим свойства как индуцированных (возникновение группировки частиц), так и спонтанных (формирование диаграммы направленности, в которой частота излучения зависит от угла наблюдения) процессов. Вместе с тем в предшествующих теоретических исследованиях либо рассматривались поперечно-однородные модели [6], либо предполагалось волноводное распространение излучения [7,8], когда поперечная структура импульсов сверхизлучения (СИ) совпадает с одной из волноводных мод. Подобные модели вполне адекватно описывают генерацию импульсов СИ в относительно длинноволновых сантиметровом и миллиметровом диапазонах, что подтверждается соответствующими экспериментальными исследованиями [9,10]. В то же время анализ СИ в терагерцовом и более коротковолновых диапазонах требует радикальной модификации теоретических моделей [11,12] и, прежде всего, должен включать

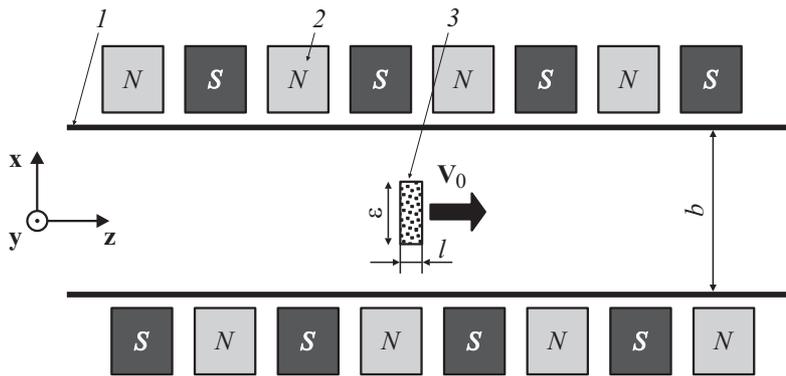


Рис. 1. Геометрия пространства взаимодействия и электронного сгустка в лабораторной системе отсчета: 1 — планарный волновод с расстоянием между пластинами b , 2 — планарный ондулятор, 3 — движущийся электронный сгусток.

описание формирования частотно-угловой диаграммы направленности излучения.

В данной работе подобный анализ проведен применительно к СИ электронного сгустка, движущегося в поле планарного ондулятора. Исходно анализ проводится в сопровождающей электроны системе отсчета K' , где частота излучения не зависит от угла наблюдения, а затем на основании преобразований Лоренца осуществляется пересчет в лабораторную систему K . Предполагается, что излучение происходит в планарном волноводе, параметры которого вследствие значительной сверхразмерности не оказывают существенного влияния на характеристики импульсов СИ.

Рассмотрим здесь двумерную модель, предполагая, что электронный сгусток с длиной l и поперечным размером ϵ движется с поступательной скоростью $V_0 = \beta_0 c$ (рис. 1). Электроны осциллируют в поле плоского ондулятора, которое в пренебрежении поперечной неоднородностью $\epsilon \ll d_u$ задается вектор-потенциалом: $\mathbf{A}(z, t) = \text{Re}[\mathbf{y}_0 A_u e^{ih_u z}]$, где $h_u = 2\pi/d_u$, d_u — период ондулятора. Дальнейший анализ проведем в сопровождающей системе отсчета K' , в которой поле ондулятора

преобразуется в бегущую волну накачки:

$$\mathbf{A}_u(z', t') = \text{Re}[\mathbf{y}_0 A_u e^{i\omega' t' + ih' z'}], \quad (1)$$

где $h' = \gamma_0 h_u$, $\omega' = \gamma_0 h_u V_0$, а сгусток трансформируется в слой неподвижной электронной плазмы конечной длины $l' = \gamma_0 l$, который можно разбить на макрочастицы, обладающие удельным зарядом σ и отличающиеся начальным положением z'_0 . Осцилляции каждой из макрочастиц в поле накачки даются соотношением $V_y/c = \text{Re}[\alpha_u e^{(i\omega' t' + ih' z')}]$, где $\alpha_u = eA_u/mc^2$.

Предполагая, что излучение распространяется в планарном волноводе с расстоянием между пластинами b , представим его как совокупность TE_n мод:

$$\mathbf{A}_s = \text{Re}\left[\mathbf{y}_0 \sum_n A_n(z') \cos(g_n x') e^{i\omega' t' \pm ih'_n z'}\right], \quad (2)$$

имеющих одинаковую частоту, определяющуюся частотой осцилляций электрона в поле накачки, но различные продольные волновые числа $h'_n = \sqrt{k'^2 - g_n^2}$, где $g_n = (2n + 1)\pi/b$ — поперечные волновые числа, $k' = \omega'/c$.

Амплитуды мод, возбуждаемых одной осциллирующей частицей в момент, когда ее продольная координата принимает значение $z'(z'_0)$, находятся из уравнения Гельмгольца:

$$\frac{d^2 A_n}{dz'^2} + h_n'^2 A_n = -4\pi\alpha_u \theta_n e^{ih'_n z'(z'_0)} \delta(z' - z'(z'_0)), \quad (3)$$

где $\delta(z')$ — дельта-функция, $\theta_n = (2/b) \int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2} \cos(g_n x') dx'$. Решение уравнений (3) может быть представлено в виде двух компонент, распространяющихся в $\pm z'$ направлениях:

$$A_n(x', z') = \frac{2\pi}{ih'_n} \alpha_u \sigma \theta_n e^{(ih' z'(z'_0) - ih'_n |z' - z'(z'_0)|)}. \quad (4)$$

Поле (4), излученное выделенным макроэлектроном с текущей координатой $z'(z'_0, t')$, в комбинации с полем накачки (1) приводит к возникновению усредненной пондеромоторной силы, с которой выделенный пробный электрон через поля излучения воздействует на другие

частицы: $F_{pond} = -(e^2/2mc^2)\nabla\langle A^2 \rangle$. Предполагая здесь для простоты, что движение частиц в системе K' является слабoreлятивистским, с учетом (2), (4) представим эту силу в виде

$$F_{pond}(x', z') = \pi e \sigma \alpha_u^2 \sum_n \frac{k'}{h'_n} \theta_n f_n[k'(z' - z'(z'_0))] \cos(g_n x'),$$

$$f_n(\xi) = \mu_n^+ \cos(\mu_n^+ \xi), \xi > 0, \quad f_n(\xi) = \mu_n^- \cos(\mu_n^- \xi), \xi < 0, \quad (5)$$

где $\mu_n^\pm = (h' \pm h'_n)/k'$. Задаваемый (5) продольный профиль пондеромоторной силы показан на рис. 2, а в случае достаточно широкого волновода. Прежде всего, следует отметить анизотропный характер указанной силы, обусловленный заданным направлением распространения поля накачки в системе отсчета K' . При этом пондеромоторная сила является знакопеременной, и амплитуда силы, действующей на электроны, находящиеся справа от выделенного макроэлектрона, значительно превосходит величину, действующую на электроны, находящиеся с противоположной стороны: $\mu_n^+ \gg \mu_n^-$. Вследствие дифракционного распыливания излучения при удалении от пробного электрона амплитуда пондеромоторной силы постепенно убывает. Непосредственно в окрестности выделенной частицы пондеромоторная сила является притягивающей для электронов, которые расположены справа, и отталкивающей для электронов, находящихся слева. Естественно, что подобный же характер эта сила имеет и для других макрочастиц. Таким образом, электронный сгусток в рамках рассматриваемой модели можно представить как газ макроэлектронов, взаимодействующих между собой посредством пондеромоторных сил (5).

После перехода к непрерывному распределению заряда по начальным позициям движение ансамбля частиц, каждая из которых характеризуется зарядом $\sigma = \rho'_0 dz'_0$, в лагранжевых переменных будет описываться уравнениями:

$$\frac{dZ(Z_0)}{d\tau} = P(Z_0),$$

$$\frac{dP(Z_0)}{d\tau} = - \sum_n \frac{\omega_p'^2}{4\omega' c h'_n} \theta_n^2 \frac{b}{2\varepsilon} \alpha_u^2 \int_0^L \chi(\tilde{Z}_0) f_n(Z(Z_0) - Z(\tilde{Z}_0)) d\tilde{Z}_0, \quad (6)$$

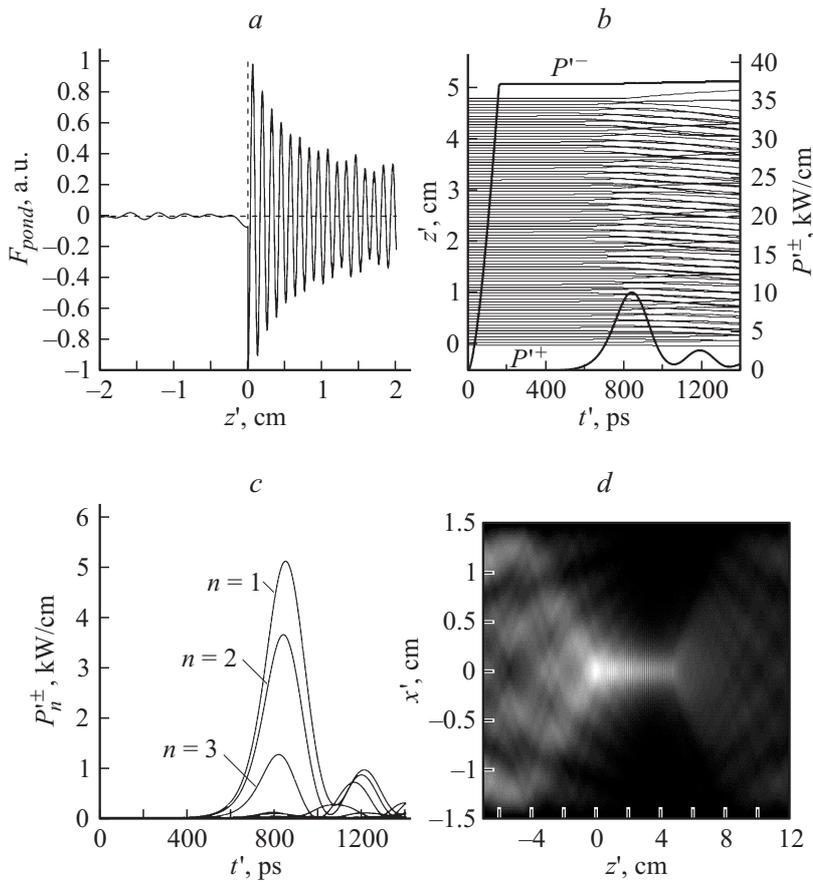


Рис. 2. Моделирование процесса сверхизлучения в сопровождающей системе отсчета K' : a — зависимость от продольной координаты ponderomotive силы, с которой один макроэлектрон воздействует на остальные макроэлектроны; b — группировка электронов и зависимость от времени интегральных мощностей P^{\pm} , излучаемых в $\pm z'$ -направлениях; c — зависимость от времени плотностей мощности мод с различным поперечным индексом; d — пространственное распределение квадрата модуля поля в момент времени, соответствующий максимуму амплитуды импульса СИ. $\alpha_u = 0.45$, $\varepsilon/b = 0.07$, $\omega'_p/\omega' = 0.008$.

где $\tau = \omega' t'$, $Z = \omega' z' / c$, $P = p' / mc$ — продольный импульс, ρ'_0 — невозмущенная плотность частиц в сгустке, $\omega'_p = (4\pi e \rho'_0 / m)^{1/2}$ — электронная плазменная частота, функция $\chi(Z_0)$ описывает начальную форму электронного импульса, $\int_0^L \chi(\tilde{Z}_0) d\tilde{Z}_0 = L$. Нормированные амплитуды полей излучения в заданный момент времени слева и справа от сгустка (верхний и нижний знак соответственно) даются соотношениями

$$\alpha_n^\pm = \sum_n \frac{i\omega_p'^2}{2\omega' h_n' c} \theta_n \alpha_n e^{\mp i \frac{h_n'}{k'} Z} \int_0^L \chi(\tilde{Z}_0) e^{i\mu_n^\pm Z(\tilde{Z}_0)} d\tilde{Z}_0. \quad (7)$$

В сопровождающей системе отсчета частоты компонент, излучающихся в $\pm z'$ -направлениях, совпадают. В лабораторной системе отсчета в соответствии с эффектом Доплера частоты становятся различными. Компонента, излучаемая в положительном направлении оси z' , трансформируется в высокочастотную (ВЧ) компоненту, а излучаемая в отрицательном направлении оси z' — соответственно в низкочастотную (НЧ). При этом следует иметь в виду, что моды, излучаемые в направлении $z' < 0$ и имеющие групповую скорость меньшую, чем скорость движения электронного сгустка, в лабораторной системе также будут распространяться в положительном направлении оси z .

Проведем на основе уравнений (6), (7) моделирование процесса СИ электронного сгустка с энергией частиц 7.7 MeV, длиной 0.3 mm, погонным током 160 A/cm (заряд 1.6 nC/cm) и поперечным размером $\varepsilon = 2$ mm (импульсы с подобными параметрами могут быть получены с помощью фотоинжекторов [13]). Электроны сгустка осциллируют в поле ондулятора с периодом 4 cm и амплитудой 0.125 T. Излучение происходит в планарном волноводе с зазором между пластинами $b = 3$ cm. В сопровождающей системе отсчета длина сгустка увеличивается до 4.8 cm, а концентрация частиц падает до $1 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Поле ондулятора трансформируется в поле волны накачки с длиной волны 2.5 mm и напряженностью электрического поля 6 MV/cm.

На рис. 2, b–d представлены результаты моделирования в предположении однородного ($\chi(Z_0) = 1$, $Z_0 \in [0, L]$) начального распределения плотности сгустка по продольной координате. При выбранных параметрах в исходной лабораторной системе отсчета длина сгустка удовлетворяет условиям $\mu_1^+ L \gg \pi$, $\mu_1^- L \ll \pi$, при которых длина сгустка велика

в масштабе длины волны ВЧ-компоненты излучения и мала в масштабе длины волны НЧ-компоненты. В этих условиях НЧ-компонента носит по существу спонтанный характер, т.е. ее амплитуда определяется конечной длиной сгустка, и группировка частиц практически не играет роли. В то же время ВЧ-компонента излучения имеет принципиально импульсный характер, что обусловлено группировкой частиц под влиянием пондеромоторных сил (рис. 2, *b*). Соответственно, в некоторый момент времени возникает когерентное сложение излучаемых этими частицами полей. Далее происходит динамическая разгруппировка частиц, приводящая к резкому уменьшению амплитуды. В результате поле, излученное в $+z'$ -направлении, представляет собой короткий импульс СИ. При этом начальный уровень этого поля соответствует уровню спонтанного излучения в отсутствие модуляции и фактически определяется крутизной фронтов импульса тока.

На рис. 2, *c* показана зависимость от времени амплитуд мод с различным числом поперечных вариаций n для компоненты излучения, распространяющейся в $+z'$ -направлении (ВЧ-компоненты). Видно, что амплитуды практически всех мод достигают максимального значения примерно в один и тот же момент времени t' . Важно также подчеркнуть, что амплитуды мод спадают с увеличением индекса n . Пространственное распределение поля в сопровождающей системе отсчета в указанный момент времени показано на рис. 2, *d*. Это распределение локализовано в окрестности сгустка и при достаточно большом b практически не зависит от зазора между пластинами, наличие которых не оказывает влияния на характеристики излучаемого импульса, но, как показывает РС-моделирование [11], в значительной степени компенсирует пространственный заряд сгустка. При указанных выше параметрах в сопровождающей системе отсчета, согласно рис. 2, *b*, плотность мощности излучения в $+z'$ -направлении составляет $P'^+ \approx 10 \text{ kW/cm}$ при длительности импульса $\sim 200 \text{ ps}$.

Характеристики импульсов СИ в лабораторной системе отсчета могут быть найдены на основании обратных преобразований Лоренца, согласно которым каждой моде в лабораторной системе будет соответствовать своя частота излучения: $\omega_n = \gamma_0(\omega' + V_0 h'_n)$. Принимая также во внимание преобразование Лоренца для полей $E_n = \gamma_0(E'_n + \beta_0 H'_n) = \gamma_0(1 + \beta_0 h'_n/k')E'_n$, можно получить представленное на рис. 3 распределение мощности излучения по частоте. Максимальная частота составляет 3.83 THz. На этом же рисунке показана зависи-

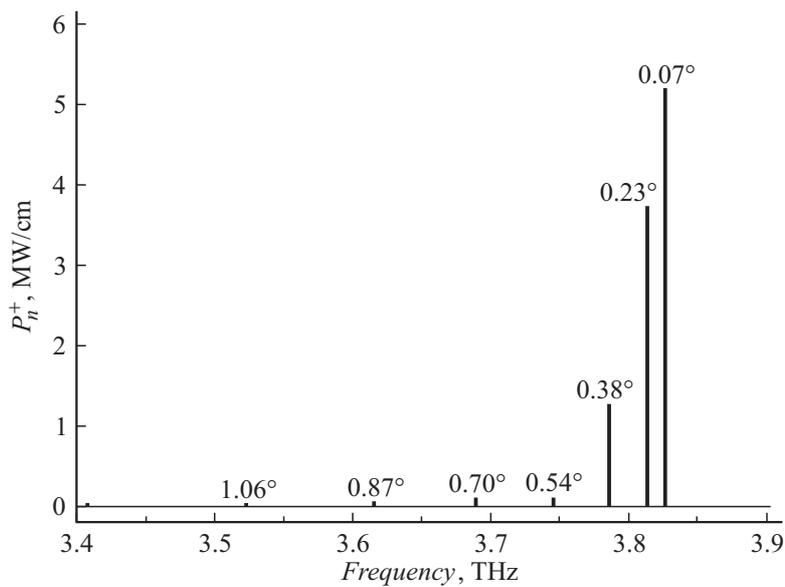


Рис. 3. Пиковая мгновенная мощность ВЧ-компонент излучения в лабораторной системе отсчета.

мощность мощности излучения от угла наблюдения, который фактически определяется бриллюэновским углом моды с заданным поперечным индексом n .

Как следует из преобразований Лоренца для поля и частоты, в случае $\gamma_0 \gg 1$ при переходе в лабораторную систему мощность ВЧ-компоненты, излучаемой в направлении поступательного движения частиц, увеличивается примерно в $4\gamma_0^2$ раз и составляет $P^+ \approx 10 \text{ MW/cm}$, в то время как длительность излученного импульса сокращается в $2\gamma_0$ раз до 6 ps. Заметим, что интегральная мощность НЧ-компонент составляет $P^- \approx 4 \text{ kW/m}$. Длина цуга импульса накачки, при воздействии которого в сопровождающей системе формируется импульс СИ максимальной амплитуды, составляет ~ 125 длин волн. В лабораторной системе отсчета это соответствует тому же числу периодов ондулятора, полная длина которого составит $\sim 5 \text{ m}$.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 12-02-01152.

Список литературы

- [1] *Bonifacio R.H., Maroli C., Piovella N.* // Opt. Comm. 1988. N 68. P. 369.
- [2] *Bonifacio R.H., Piovella N., McNeil B.W.J.* // Phys. Rev. A. V. 44. N 6. P. 3441.
- [3] *Гинзбург Н.С.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 5. С. 440.
- [4] *Гинзбург Н.С., Сергеев А.С.* // Письма в ЖЭТФ. 1991. Т. 54. № 8. С. 445.
- [5] *Robb G.R.M., Ginzburg N.S., Phelps A.D.R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. P. 1492.
- [6] *Ginzburg N.S., Sergeev A.S., Zotova I.V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. N 12. P. 2365.
- [7] *Гинзбург Н.С., Сергеев А.С., Малкин А.М.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. № 5. С. 1027.
- [8] *Ginzburg N.S., Novoshilova Yu.N., Sergeev A.S. et al* // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. N 3. P. 3297.
- [9] *Ельчанинов А.А., Коровин С.Д., Ростов В.В. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. № 6. С. 314.
- [10] *Ельчанинов А.А., Климов А.И., Ковальчук О.Б. и др.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. В. 1. С. 125.
- [11] *Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Малкин А.М., Тараканов В.П.* // Письма в ЖТФ. 2012. Т. 38. В. 20. С. 78.
- [12] *Ginzburg N.S., Malkin A.M., Zotova I.V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 184801.
- [13] *Power J.G.* // Proc. of 14th Adv. Accel. Concepts Workshop / Ed. by G. Nusinovich and Gold. Annapolis, MD, 2010.