

07;08;12

©1995 г.

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ КАРТИНЫ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИН С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Д.А.Усанов, А.В.Скрипаль

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
410061, Саратов, Россия

(Поступило в Редакцию 31 января 1994 г.)

В окончательной редакции 20 октября 1994 г.)

С помощью теории возмущений проведен качественный анализ влияния неоднородностей в колеблющихся пластинах на характер изменения вида интерференционных картин колебаний, получаемых голографическим методом усреднения во времени. Показан вклад различных типов колебаний в формирование интерференционной картины для различных положений неоднородности. Установлено теоретически, что амплитуда возбуждающегося типа максимальна при расположении неоднородности в его пучности и минимальна при ее расположении в узловых точках. Выводы теоретического анализа подтверждены экспериментально.

Исследование интерференционных картин вибрирующих объектов может быть использовано для целей диагностики содержащихся в них дефектов [1,2], а также представляет интерес для выявления участков, наиболее подверженных нагрузкам при вибровозбуждении.

Обычно интерференционные картины колеблющихся объектов получают, используя голографические методы [3]. О характере и местоположении дефектов судят по специфическим изменениям наблюдаемых интерференционных полос. Если возбуждаемые колебания изменяются во времени по закону $\sin \omega t$, то интерференционная картина при использовании голографического метода усреднения во времени описывается выражением [3]

$$I(x, y) = a^2(x, y) J_0^2 \left[\frac{4\pi}{\lambda} U(x, y) \right],$$

где $I(x, y)$ — распределение интенсивности излучения; $a(x, y)$ — амплитуда световой волны; λ — длина волны; J_0 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $U(x, y)$ — амплитуда колебаний точек объекта; ω — круговая частота колебаний объекта.

Для проведения качественного анализа влияния неоднородностей (дефектов) в колеблющемся объекте на характер изменения вида интерференционных картин воспользуемся теорией возмущений. Рассмотрим проведем для прямоугольного случая, когда объект представляет собой тонкую прямоугольную пластинку, закрепленную с четырех сторон. Собственные колебания такой пластины описываются соотношением [4]

$$\Delta\Delta U - \frac{\rho h}{D}\omega^2 U = 0. \quad (1)$$

Здесь Δ — оператор Лапласа; $\rho = \rho(x, y)$, $D = D(x, y)$, $h = h(x, y)$ — плотность, изгибная жесткость и толщина пластины, являющиеся в общем случае функциями координат.

Будем считать, что

$$\rho(x, y) = \rho_1, \quad D(x, y) = D_1, \quad h(x, y) = h_1 \quad (2)$$

внутри области неоднородности площадью S и

$$\rho(x, y) = \rho_0, \quad D(x, y) = D_0, \quad h(x, y) = h_0 \quad (3)$$

в остальных точках пластины. Ограничимся первым приближением теории возмущений. Амплитуду колебаний неоднородной пластины представим в виде разложения по системе собственных функций “невозмущенной” задачи

$$U(x, y) = \sum_{k,l=1}^{\infty} C_{kl} U_{kl0}(x, y). \quad (4)$$

Тогда решение уравнения (1) получим в следующем виде:

$$\omega_{\alpha\beta} = \omega_{\alpha\beta 0} + \frac{\omega_{\alpha\beta 0}}{2} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0} - \frac{\Delta D}{D_0} \right) \int_S U_{\alpha\beta 0}^2 dS, \quad (5)$$

$$U_{\alpha\beta} = U_{\alpha\beta 0} + \sum_{k,l}' \frac{\omega_{\alpha\beta}^2 U_{kl0}}{\omega_{\alpha\beta 0}^2 - \omega_{kl0}^2} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0} - \frac{\Delta D}{D_0} \right) \int_S U_{kl0} U_{\alpha\beta 0} dS, \quad (6)$$

где $\omega_{\alpha\beta 0}$, $U_{\alpha\beta 0}$ — собственная частота и амплитуда типа колебаний, возбуждаемого в “невозмущенной” системе; штрих у знака суммы означает, что при суммировании надо опустить член с $k = \alpha$, $l = \beta$.

Как было показано ранее [5], из выражения (5) следует, что сдвиг собственной частоты максимален в случае расположения центра неоднородности в пучности колеблющейся пластины и минимален в случае расположения неоднородности в узловой точке.

Более сложная закономерность наблюдается в зависимости формы колебаний пластины от местоположения неоднородности. Проанализируем влияние местоположения неоднородности на амплитуду колебаний на примере шарнирно закрепленной с четырех сторон прямоугольной пластины с неоднородностью в виде прямоугольника, заданного системой неравенств $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$. Поскольку для

шарнирно закрепленной пластины зависимости амплитуды колебаний от координат x и y аналогичны, то выражение для интеграла в аналитическом виде запишем только для x координаты. В этом случае интеграл F , входящий в (6), имеет вид

$$F \int_{x_1}^{x_2} \sin \frac{k\pi x}{a_1} \sin \frac{\alpha\pi x}{a_1} dx = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{a_1}{k - \alpha} \left(\sin(k - \alpha) \frac{\pi x_2}{a_1} - \sin(k - \alpha) \frac{\pi x_1}{a_1} \right) - \frac{a_1}{k + \alpha} \left(\sin(k + \alpha) \frac{\pi x_2}{a_1} - \sin(k + \alpha) \frac{\pi x_1}{a_1} \right) \right], \quad (7)$$

где a_1 — сторона пластины, расположенная параллельно оси OX .

Вследствие малости неоднородности ее местоположение зададим положением центра неоднородности x_0 , координата которого равна

$$x_0 = \frac{x_2 + x_1}{2}.$$

Тогда выражение (7) может быть преобразовано к виду

$$F = \frac{a_1}{\pi} \left[\frac{1}{k - \alpha} \cos \left((k - \alpha) \frac{\pi}{a_1} x_0 \right) \sin \left((k - \alpha) \frac{\pi}{2a_1} (x_2 - x_1) \right) - \frac{1}{k + \alpha} \cos \left((k + \alpha) \frac{\pi}{a_1} x_0 \right) \sin \left((k + \alpha) \frac{\pi}{2a_1} (x_2 - x_1) \right) \right]. \quad (8)$$

Из вида соотношения (6) с учетом (8) следует, что при постоянном размере неоднородности ($x_2 - x_1 = \text{const}$) амплитуда колебаний $U_{\alpha\beta}$ зависит от местоположения неоднородности на пластине.

Экстремумы (8) наблюдаются при расположении центра неоднородности в точках, координаты которых определяются из уравнения

$$\frac{dF}{dx_0} = 0. \quad (9)$$

Подставляя (8) в (9), получим

$$\sin \left[(k - \alpha) \frac{\pi}{a_1} x_0 \right] \sin \left[(k - \alpha) \frac{\pi}{2a_1} (x_2 - x_1) \right] - \sin \left[(k + \alpha) \frac{\pi}{a_1} x_0 \right] \sin \left[(k + \alpha) \frac{\pi}{2a_1} (x_2 - x_1) \right] = 0. \quad (10)$$

Соотношение (10) может выполняться при условии расположения центра неоднородности в экстремумах амплитуды k -го типа колебаний

$$x_0 = \frac{a_1}{k} \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (11)$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

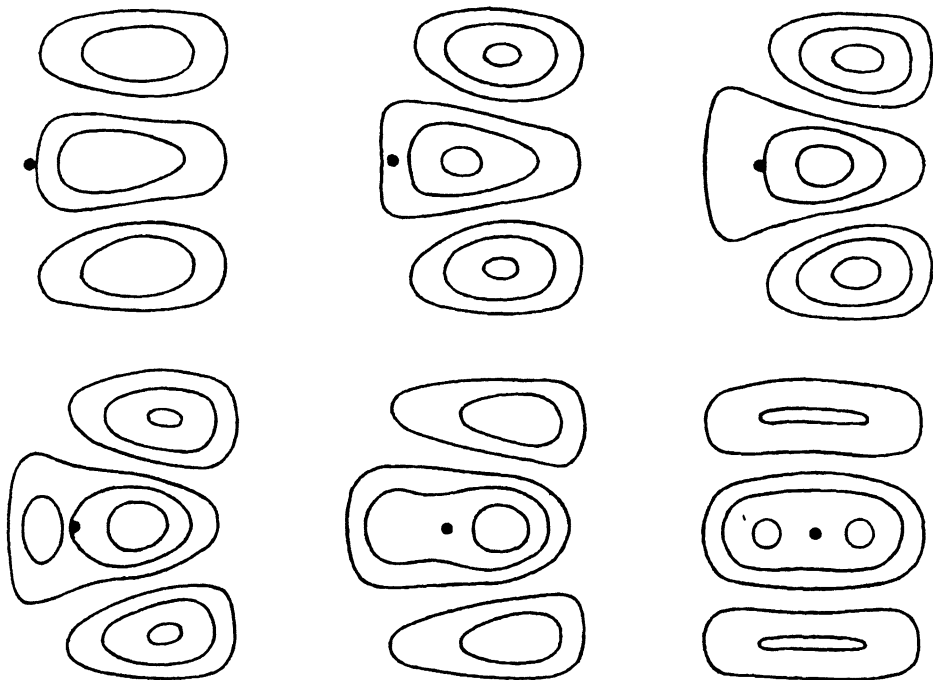


Рис. 1. Влияние местоположения неоднородности на интерференционную картину колебаний ($\alpha = 1$, $\beta = 3$) тонкой пластины. Знаком \bullet обозначено местоположение неоднородности на пластине.

Вычисляя знак второй производной (8) при условии (11), находим

$$\frac{d^2 F}{dx_0^2} \begin{cases} > 0, & n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots, \\ < 0, & n = \pm 1, \pm 3, \dots, \end{cases}$$

т.е. в случае расположения неоднородности в пучности k -го типа колебания амплитуда возбуждения этого типа колебаний максимальна, в случае расположения неоднородности в узловых точках k -го типа колебаний она минимальна.

Выражение (6) было использовано для проведения анализа влияния местоположения неоднородности на интерференционную картину колебаний $I(x, y)$, получаемую в голографическом методе усреднения во времени.

Результаты расчета интерференционной картины колебаний приведены на рис. 1. При возбуждении в пластине колебания с индексами $\alpha = 1$, $\beta = 3$, соответствующего возникновению одного и трех амплитудных максимумов вдоль соответствующих сторон пластины, наименьшее искажение формы колебаний наблюдалось при расположении неоднородности в узловых точках пластины. Перемещение неоднородности по пластине вдоль колебания с одним амплитудным максимумом приводило к искажению интерференционной картины и появлению новых замкнутых полос, которые свидетельствовали о возникновении в пластине дополнительного амплитудного максимума колебаний.

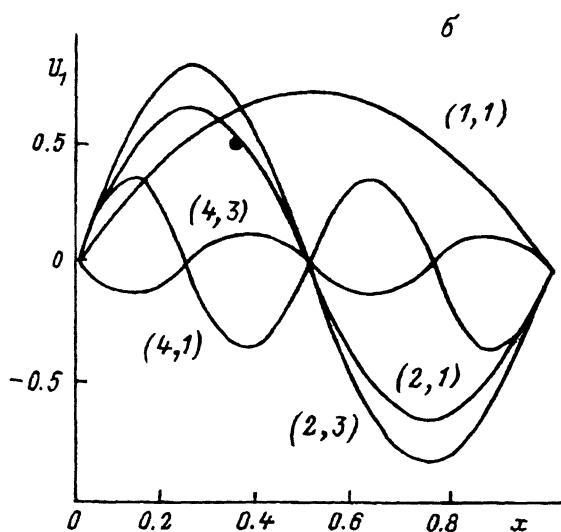
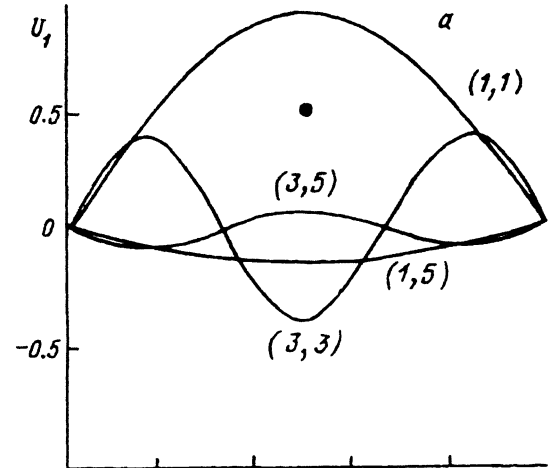


Рис. 2. Вклад возбуждающихся типов колебаний в результате введения неоднородности в "невозмущенные" колебания пластины с индексами ($\alpha = 1$, $\beta = 3$).
Координаты неоднородности:
а — $x = 0.5$, $y = 0.5$; б — $x = 0.35$, $y = 0.5$.

Отмеченные особенности поведения интерференционной картины при наличии неоднородности связаны с характером возбуждающихся типов колебаний, описываемых выражением (6).

На рис. 2 показан вклад возбуждающихся в результате наличия неоднородности типов колебаний в формирование искаженных колебаний пластины для различных положений неоднородности. Как видно из рис. 2, а, наличие неоднородности в центре пластины приводит к предпочтительному возбуждению типов колебаний, у которых в центре пластины расположена пучность. Поскольку у типов с нечетными индексами в центре пластины имеются пучности, то наибольший вклад в формирование искаженного колебания неоднородной пластины вносят типы колебаний с индексами (1,1); (3,3); (1,5); (3,5).

Как видно из рис. 2, б, количество типов волн, влияющих на картину колебаний пластины с неоднородностью, смещенной из центра пластины, увеличилось. Значительный вклад в картину колебаний ти-

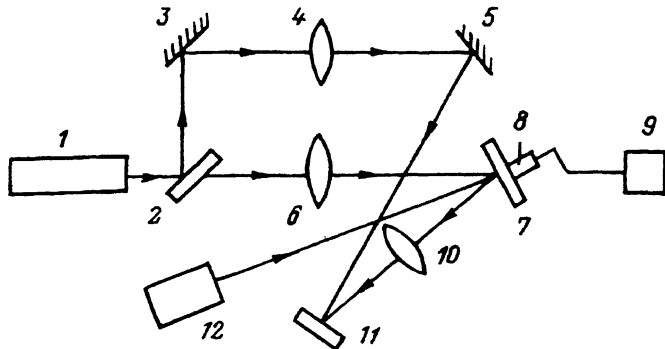


Рис. 3. Оптическая схема установки.

пов с индексами (2,3) и (2,1) приводит к формированию дополнительного амплитудного максимума, проявляющегося в интерференционной картине (рис. 1) в виде дополнительных замкнутых полос. Т.е. картина колебаний видоизменяется, появляются новые вибронегруженные участки и, напротив, участки, на которых амплитуда колебаний сравнительно невелика.

Экспериментальные исследования влияния неоднородностей на интерференционную картину колебаний проводились на установке, оптическая схема которой приведена на рис. 3. В качестве источника излучения 1 голографической установки был использован лазер ЛГ-52. Светоделительная клиновидная пластина 2 разделяла луч лазера на опорный и предметный. Опорный луч, отраженный от зеркал 3 и 5 и расширенный линзой 4, направлялся на поверхность фотопластины 11. Предметный луч, расширенный линзой 6, освещал поверхность исследуемого объекта 7, а отраженное излучение лазера через линзу 10 записывалось на той же фотопластинке 11.

Вибрационное возбуждение тонкой пластины 7, шарнирно закрепленной с четырех сторон, осуществлялось с помощью пьезокерамики 8, частота колебаний которой задавалась генератором звуковых колебаний 9. Резонансные колебания пластины возникали в случае совпадения частот следования ударных импульсов пьезокерамики с собственной частотой колебаний пластины. Возникновение резонансных частот фиксировалось по спекл-картинам в отраженном свете лазера видимого диапазона [6] либо голографическим методом реального времени [3].

После экспонирования и обработки голограммы 11 при ее освещении опорным пучком наблюдалось усредненная во времени интерференционная картина распределения амплитуд резонансных колебаний неоднородной пластины.

Для реализации возможности перемещения неоднородности по поверхности пластины использовался ее локальный разогрев. Луч инфракрасного лазера 12, направленный на поверхность колеблющейся пластины, изменял параметры колеблющегося изделия в точке разогрева, что приводило к сдвигу резонансной частоты и искажению формы колебаний.

На рис. 4 приведены интерферограммы усредненных во времени собственных колебаний тонкой пластины размером 50 × 50 мм на

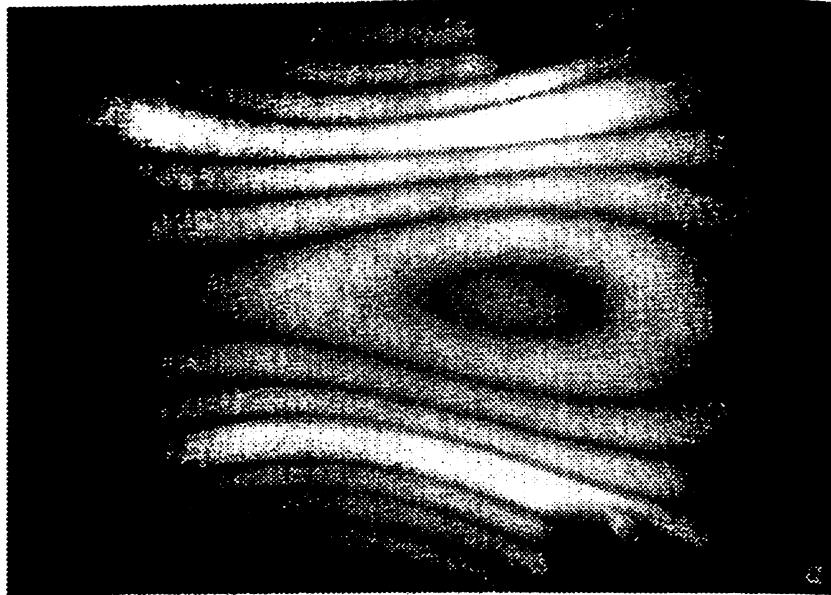


Рис. 4. Интерферограммы усредненных во времени собственных колебаний ($\alpha = 1$, $\beta = 3$).

частоте 2.2кГц без воздействия локального термического разогрева (рис. 4, а) и при облучении пластины лучом ИК лазера с координатами центра луча лазера $X = 20$ мм, $Y = 25$ мм (рис. 4, б). При этом во время регистрации интерферограммы выбирался такой режим, чтобы процесс термического разогрева носил стационарный характер. Проверка выбора соответствующего режима экспозиции интерферограмм

мы осуществлялась на неподвижной пластине. Отсутствие интерференционных полос на изображении объекта свидетельствовало о стационарности термического воздействия.

Как видно из интерферограмм, приведенных на рис. 4, а и б, воздействие луча лазера привело к искажению интерференционной картины, появлению новых замкнутых интерференционных полос и увеличению их числа. Это свидетельствует об изменении формы колебаний в центральной области пластины, появлении дополнительного амплитудного максимума и увеличении амплитуды колебаний пластины, что соответствует результатам расчетов, приведенных на рис. 1.

Таким образом, проведенный анализ позволяет прогнозировать характер изменения картины колебаний в зависимости от места расположения неоднородности. В свою очередь по характеру отличия картины колебаний от соответствующей возбуждаемому типу колебаний в однородном образце можно судить о наличии и местонахождении неоднородности. Специально вводя неоднородность на различные участки пластины, можно формировать области уменьшенных вибронагрузок.

Список литературы

- [1] *Usanov D.A., Skripal A.V., Kurenkova O.N.* // Measurement. 1993. Vol. 11. N 3. P. 257-264.
- [2] *Островский Ю.И., Бутусов М.М., Островская Г.В.* Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977. 339 с.
- [3] *Вест Ч.* Голографическая интерферометрия. М.: Мир, 1982. 504 с.
- [4] *Вибрация в технике. Справочник.* М.: Машиностроение, 1978. Т. 5. 362 с.
- [5] *Куренкова О.Н., Усанов Д.А., Скрипаль А.В.* // Проблемы прочности. 1984. № 8. С. 95-98.
- [6] *Франсон М.* Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 171 с.