УДК 539.21 : 537.572

О ВЛИЯНИИ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕБРОСА НА РЕЛАКСАЦИЮ ГОРЯЧИХ НОСИТЕЛЕЙ

С. И. Захаров, Ю. Д. Фивейский

Рассмотрены процессы релаксации неравновесных носителей в диэлектриках с энергией, существенно превышающей тепловую. Получено общее выражение для частоты электрон-фононных соударений τ^{-1} с учетом как нормальных процессов, так и процессов переброса. Показано, что τ^{-1} как функция квазиимпульса носителей $\mathbf{p}$ имеет особенности при $|\mathbf{p}|=(n-1/2)q_m$ (q_m — полуширина зоны Бриллюэна, $n=1$, 2, 3, . . .), соответствующие последовательному включению с ростом $|\mathbf{p}|$ в рассеяние носителей процессов переброса на векторы обратной решетки $|\mathbf{Q}|=2q_mn$. Исследовано асимптотическое поведение функции $\tau^{-1}(\mathbf{p})$. Приведены соображения относительно наличия у времени релаксации носителей в сверхрешетках подобных исследованным особенностей, но связанных уже с периодом сверхрешетки.

Вопрос о релаксации носителей с энергией ε в несколько электрон-вольт возник в результате развития исследований по воздействию импульсного лазерного излучения на прозрачные диэлектрики. Как было установлено [1, 2], разрушающее воздействие моноимпульса лазера на прозрачные диэлектрики связано с возможностью возбуждения носителей, способных ионизовать ударом валентную зону диэлектрика, поскольку их появление при определенных условиях может приводить к образованию электронной лавины с последующим пробоем материала.

Работы, посвященные теоретическому исследованию этого явления, свелись по этой причине к рассмотрению динамики возбуждения излучением лазера и релаксации горячих носителей в диэлектриках (см., например, [3]). Полученные в этих работах результаты сыграли свою роль в понимании физики процесса взаимодействия интенсивного электромагнитного излучения с прозрачными кристаллами. Однако из поля зрения перечисленных исследований выпали фундаментальные вопросы, связанные с неадекватностью традиционного для физики твердого тела описания носителей и их взаимодействия с фононами при разогреве носителей вплоть до энергий порядка ширины запрещенной зоны $\mathscr{E}_g$. В связи с бурным развитием исследований в области лазерного отжига и лазерного легирования материалов, сверхскоростной лазерной спектроскопии и других процессов, в которых излучение лазера является причиной появления неравновесных носителей с энергией, существенно превышающей тепловую, актуальность этих вопросов за последнее время возросла.

Итак, прежде всего при таких энергиях неприменимы справедливые в предельном случае $\varepsilon \ll \mathscr{E}_g$ метод деформационного потенциала при рассмотрении взаимодействия носителей с акустическими фононами и приближение сплошной среды, которое лежит в основе описания взаимодействия носителей с полярными оптическими фононами. Далее для рассматриваемых энергий $\varepsilon \gg T$ возможны акты рассеяния носителей с большой передачей импульса, при которой (т. е. в области ионных остовов) несправедливо приближение линейного экранирования. Нельзя поэтому воспользоваться методом псевдопотенциала, так же как и известной формулой Бардина [4].

Вопрос осложняется тем, что вследствие существенного роста в процессе воздействия моноимпульса лазера концентрации носителей n (вплоть до значений $n \sim 10^{19} \div 10^{20}$ см$^{-3}$) в результате экранирования сечение взаимодействия носителей с решеткой должно заметно меняться. Кроме того, может не выполняться условие справедливости приближения эффективной массы, требующее малости возмущения по сравнению с характерным масштабом энергии на зонной диаграмме, т. е. с $\mathscr{E}_g$. Так, например, это условие не выполняется, если $\omega_p \gtrsim \mathscr{E}_g$ (ω_p — плазменная частота), что соответствует для диэлектриков концентрациям свободных носителей $n \gtrsim 10^{18}$ см$^{-3}$ (полагаем $\hbar=1$).

Наконец, для широкозонных диэлектриков 1 эВ $< \mathscr{E}_g \lesssim 10$ эВ. Значения квазиимпульса носителей p с энергией $\varepsilon \sim 1 \div 10$ эВ заведомо могут быть больше $q_m = \pi/a$ (a — постоянная решетки). В схеме расширенных зон для носителей захватываются вторая и, возможно, более высокие зоны Бриллюэна. Тем самым становится очевидной несостоятельность неявно сделанного в более ранних работах предположения о том, что при всех энергиях носителей вплоть до $\mathscr{E}_g$ за рассеяние носителей решеткой ответственны только нормальные процессы. Действительно, из элементарного рассмотрения ясно, что в простой кубической решетке, например уже при $p > q_m/2$, часть актов рассеяния носителей может осуществляться только как процессы переброса, причем с ростом p эта часть начинает доминировать. Если традиционно постулировать квадратичный закон дисперсии носителей $\varepsilon(\mathbf{p}) = p^2/2m$ (m — эффективная масса),[1] то $p < q_m/2$ соответствует нижняя четверть энергетической ширины первой зоны Бриллюэна $\varepsilon \leqslant q_m^2/8m$. Для типичных диэлектрических кристаллов $q_m^2/8m$ составляет всего 0.25—0.5 эВ.

Отсюда следует, что процессы переброса обусловливают рассеяние носителей решеткой в большей части рассматриваемого диапазона энергий, в том числе и приходящегося на первую зону Бриллюэна. Их вклад в релаксацию носителей (и тем самым влияние на динамику развития электронной лавины) нельзя априори игнорировать.

Попытки учесть влияние процессов переброса на релаксацию носителей применительно к теории развития электронной лавины в широкозонных диэлектриках под действием моноимпульса лазера предпринимались в работах [5-7]. Работа [5], однако, относилась к оптическим полярным фононам и базировалась на некорректном (см. выше) в рассматриваемой области энергий матричном элементе электрон-фононного взаимодействия. Две другие работы представляют собой, помимо прочего, трудноанализируемый расчет на ЭВМ задачи, не избавленной от ряда других весьма приближенных предположений. О проблематичной же трактовке матричного элемента электрон-фононного взаимодействия, принятой в этих работах, речь пойдет в разделе 2.

Рассмотрим поэтому вопрос о релаксации горячих носителей, следуя [8], еще раз с наиболее доступной степенью наглядности.

Время релаксации носителей, скорость набора и потери носителями энергии (в том числе и в поле внешней электромагнитной волны) при взаимодействии с решеткой определяются фактически для чистого кристалла одной величиной — частотой электрон-фононных соударений τ^{-1}. Будем исследовать поэтому пока именно величину τ^{-1}.

В разделе 1 без конкретизации вида матричного элемента взаимодействия получено общее выражение для τ^{-1} и сделаны общие заключения о виде зависимости частоты электрон-фононных соударений от передачи импульса и об асимптотическом поведении $\tau^{-1}(p)$ при больших p. В разделе 2 обсуждается корректность модели матричного элемента электрон-фононного взаимодействия при немалой передаче импульса. В разделе 3 найдены конкретное выражение для τ^{-1} и его предельные формы в прибли-

---

[1] Анализ реального закона дисперсии не вносит физически новых результатов и целесообразен лишь при исследовании конкретных материалов.

жениях низких и высоких температур решетки в случае рассеяния носителей на акустических фононах. Здесь же исследован предельный переход полученных выражений в известные выражения для τ^{-1} при малой передаче импульса. В заключение рассматривается область энергий, представляющая интерес при исследовании динамики разогрева носителей, и высказаны замечания об анизотропии рассеяния и вкладе в рассеяние поперечно-поляризованных фононов в этой области. Там же высказываются аргументы в пользу наличия у частоты электрон-фононных соударений в сверхрешетках особенностей, подобных связанным с процессами переброса, однако при существенно более низких энергиях.

1. Общее выражение для частоты электрон-фононных соударений

Общее выражение для τ^{-1} распадается на сумму двух слагаемых, одно из которых обусловлено нормальными процессами τ_N^{-1}, а другое — процессами переброса τ_U^{-1} [9]. При этом

$$\tau_N^{-1}(\mathbf{p}) = 2\pi \sum_{\mathbf{q},\alpha} B_\alpha(\mathbf{q}) \left[2N_\alpha(\mathbf{q}) + 1\right] \delta\left(\varepsilon(\mathbf{p}+\mathbf{q}) - \varepsilon(\mathbf{p})\right), \tag{1}$$

$$\tau_U^{-1}(\mathbf{p}) = 2\pi \sum_{\mathbf{Q}\neq 0} \sum_{\mathbf{q},\alpha} B_\alpha(\mathbf{q}+\mathbf{Q}) \left[2N_\alpha(\mathbf{q}) + 1\right] \delta\left(\varepsilon(\mathbf{p}+\mathbf{q}+\mathbf{Q}) - \varepsilon(\mathbf{p})\right). \tag{2}$$

Здесь B — квадрат модуля матричного элемента электрон-фононного взаимодействия; $N(\mathbf{q})$ — фононная функция распределения; $\mathbf{q}$ — квазиимпульс фонона; $\mathbf{Q}$ — вектор обратной решетки; индекс α нумерует ветви фононного спектра.

При выводе (1) и (2) подразумевалось стандартное допущение об отсутствии вырождения носителей и изотропности их функции распределения. Учтено также, что в силу периодичности фононного спектра $N_\alpha(\mathbf{q}+\mathbf{Q}) \equiv N_\alpha(\mathbf{q})$ и энергия фононов предполагается малой по сравнению с энергией электронов.

Для нормальных процессов в случае изотропного кристалла (т. е. $N(\mathbf{q}) = N(q)$) из (1) получается хорошо известный результат

$$\tau_N^{-1}(p) = \frac{mV}{2\pi}\frac{1}{p}\sum_\alpha \int_0^{\min\{2p,\, q_m\}} dq\, q B_\alpha(q) \left\{2N_\alpha(q) + 1\right\}, \tag{3}$$

где V — объем кристалла и суммирование по $\mathbf{q}$ стандартным образом заменено на интегрирование. Символ $\min\{2p,\, q_m\}$ означает, что при $p < q_m/2$ интегрирование проводится до $2p$, а при $p \geqslant q_m/2$ до q_m, что как раз отражает тот факт, что при $p \geqslant q_m/2$ становятся возможными акты рассеяния с участием процессов переброса, доля которых в общем числе актов рассеяния тем выше, чем больше p превышает $q_m/2$.

Для процессов переброса в тех же предположениях получаем из (2) (в схеме расширенных зон для электронов), придерживаясь при проведении выкладок той же методики, что и в случае нормальных процессов,

$$\tau_U^{-1}(p) = \frac{mV}{2\pi} \sum_{\mathbf{Q}\neq 0} \sum_\alpha \frac{q_m^2}{Q^2}\, x B_\alpha(x) \left\{2N_\alpha(x) + 1\right\}. \tag{4}$$

Здесь $x \equiv -2p\cos\theta_{\mathbf{p}}$ ($\theta_{\mathbf{p}}$ — угол между векторами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{Q}$) и должно быть выполнено условие

$$Q - q_m \leqslant x \leqslant Q + q_m, \tag{5}$$

которое возникает в результате интегрирования обеспечивающей сохранение энергии δ-функции. При выводе (4) использована также малость разности $1-\sqrt{1-q_m^2/Q^2}$, максимально возможное значение которой (соответствующее $Q=2q_m$) составляет ~ 0.13. Исходя из этого обстоятельства полагалось также $\cos\theta \approx 1$, где θ — угол между векторами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}+\mathbf{Q}$. Это приближение будет использоваться и в дальнейшем.

Поскольку распределение носителей предполагается изотропным, усредним (4) по всем возможным ориентациям $\mathbf{p}$. Это приводит к выражению

$$\tau_U^{-1}(p) = \frac{mV}{2\pi}\frac{3}{2}\frac{1}{p}\sum_{\alpha}\sum_{Q\neq 0}\frac{q_m^2}{Q^2}\int dx x B_\alpha(x)\{2N_\alpha(x)+1\},$$

где пределы интегрирования по x для каждого значения Q, так же как и разрешенные векторы $\mathbf{Q}$, определяются условием (5).

Поскольку также в принятом приближении $\cos\theta\approx 1$, в процессе рассеяния могут принимать участие только векторы обратной решетки

$$Q = 2q_m\sqrt{n^2+m^2+l^2}$$

с $m=l=0$, т. е. $Q=2q_m n$, где $n=1, 2, 3, \ldots$ Тогда, расписывая с учетом $Q=2q_m n$ условие (5), получим окончательно

$$\tau_U^{-1}(p) = \frac{3mV}{16\pi}\frac{1}{p}\sum_{\alpha}\sum_{n=1}^{n_m}\frac{1}{n^2}\int\limits_{(2n-1)q_m}^{\min\{(2n+1)q_m,\,2p\}} dx x B_\alpha(x)\{2N_\alpha(x)+1\}, \tag{6}$$

$$n_m = \mathrm{Int}\left(\frac{p}{q_m}+\frac{1}{2}\right)$$

($\mathrm{Int}\,(z)$ — целая часть числа z), а символ $\min\{a, b\}$ опять обозначает выбор минимальной из величин a и b.

Не конкретизируя вид матричного элемента взаимодействия, уже можно сделать общие заключения о зависимости частоты электрон-фононных соударений $\tau^{-1}(p)$ от передачи импульса. Из (3) следует, что при $p > 2q_m$ τ_N^{-1} ведет себя как p^{-1}. Для $\tau_U^{-1}(p)$ зависимость, как видно из (6), сложнее и множитель p^{-1} будет определять поведение τ_U^{-1} лишь в асимптотическом пределе $p \gg q_m/2$. Такой же характер будет носить, следовательно, и зависимость

$$\tau^{-1}(p) = \tau_N^{-1}(p) + \tau_U^{-1}(p).$$

Другой важный вывод состоит в том, что, согласно (6), $\tau_U^{-1}(p)$, а с ним и $\tau^{-1}(p)$ будут иметь последовательность изломов при $2p=(2n-1)\,q_m$, каждый из которых соответствует открытию канала рассеяния с участием вектора обратной решетки $Q=2q_m n$.

2. Матричный элемент электрон-фононного взаимодействия при немалой передаче импульса

Описание электрон-фононного взаимодействия в рассматриваемом диапазоне энергий представляет собой основную трудность задачи. Отсутствие при больших передачах импульса в задаче малого параметра делает непригодными все известные в физике твердого тела приближенные методы рассмотрения систем с взаимодействием.

В этой ситуации авторы работы [7] ограничились простейшим из возможных подходов — теорией дифракции свободных электронов в борновском приближении. В таком подходе матричный элемент электрон-фононного взаимодействия содержит лишь Фурье-компоненты потенциала элементарной ячейки кристалла.

Корректная процедура требует [4] заменить эту Фурье-компоненту Фурье-образом псевдопотенциала. Однако, здесь она неприменима, так как не учитывает всех порядков теории возмущения по потенциалу рассеяния и ненадежна при больших значениях передачи импульса (поскольку приближение линейного экранирования несправедливо в области атомного остова). Кроме того, такой подход игнорирует распределение электронной плотности внутри ячейки.

По указанным причинам использование авторами работы [7] в расчетах на ЭВМ вместо Фурье-компоненты потенциала величины, полученной из экспериментальных данных по рассеянию электронов на свободном ионе, с одной стороны, отнюдь, не более точно, чем неприменимая здесь теория дифракции свободных электронов. С другой же стороны, им приходится искусственным образом устранять расходимость матричного элемента, возникающую в принятом ими подходе при значениях передачи импульса, кратных вектору обратной решетки.

Подобного рода некорректность можно отметить и в работах [6], поскольку «константа электрон-фононного взаимодействия» принималась в них равной произведению амплитуды рассеяния на атоме на exp $(-W)$, где W — фактор Дебая—Уоллера.

По перечисленным причинам использование в упомянутых работах для дальнейших расчетов ЭВМ (с учетом целого ряда дополнительных приближенных допущений типа перехода от суммирования по $\mathbf{Q}$ к интегрированию и т. п.) не гарантирует большей, чем ранее, истинности конечного результата.

Мы воспользуемся представлением матричного элемента в виде, полученном в [4] в результате анализа различных подходов при исследовании электрон-фононного взаимодействия

$$M_{\mathbf{q},\alpha}(\mathbf{p},\mathbf{p}') = (2\rho V \omega_{\mathbf{q},\alpha})^{-1/2}\, \mathbf{e}_{\mathbf{q},\alpha}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\, G(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|), \tag{7}$$

где $\mathbf{e}$ — вектор поляризации фонона, а величина G имеет размерность энергии.

Зависимость величины G от угла рассеяния дается в основном интерференционным множителем (интегралом перекрытия)

$$J(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|) \equiv \int \psi^*_{\mathbf{p}}\psi_{\mathbf{p}'} d^3r, \tag{8}$$

где $\psi_{\mathbf{p}}$ — функции Блоха, а интеграл берется по одной ячейке решетки.[2]

После выделения в G интерференционного множителя остается энергетический множитель $\mathscr{H}(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|)$, определяющий интенсивность взаимодействия. Он не является константой. Лишь в предельном случае $|\mathbf{p}-\mathbf{p}'| \to 0$ $\mathscr{H}(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|) \to \mathscr{E}_1$, где $\mathscr{E}_1$ — постоянная деформационного потенциала акустических фононов [10]. Однако, как показал анализ, функция $\mathscr{H}(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|)$ не имеет особенностей и ее зависимость от аргумента в рассматриваемой области его изменения имеет плавный вид. Поскольку же, согласно (3) и (4), $\mathscr{H}(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|)$ усредняется по $|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|$ в конечных выражениях, в пределах необходимой точности можно в каждом члене суммы в (6) выносить этот множитель из-под интеграла, содержащего резкие кинематические члены.

Традиционный вид интерференционного множителя получается при замене функций Блоха плоскими волнами и при интегрировании по сфере Вигнера—Зейтца.

$$J(q) \equiv 3\,\frac{\sin qr_0 - (qr_0)\cos(qr_0)}{(qr_0)^3}, \tag{9}$$

где r_0 — радиус сферы Вигнера—Зейтца [4]. Такой подход пригоден при рассмотрении нормальных процессов, когда величина передачи импульса меньше $2q_m$. Использование (9) при больших передачах импульса (или же вообще неучет (9)) приводит к нефизической расходимости матричного элемента при передаче импульса, кратной Q, которую авторам [7] приш-

---

[2] Не исключается, однако, возможность, когда вместо (8) фигурируют выражения, обращающиеся в нуль для процессов рассеяния электронов на фононах с перебросом [4]. Этот случай, очевидно, не представляет для рассмотрения трудности, а потому и интереса.

лось устранять искусственно. Причина расходимости здесь — в замене при интегрировании в (8) элементарной ячейки решетки сферой Вигнера—Зейтца, что смещает положение корней интерференционного множителя. Откажемся поэтому от такой замены. Тогда для кубической решетки (с постоянной a)

$$J(q)=\frac{\sin q_x\frac{a}{2}\sin q_y\frac{a}{2}\sin q_z\frac{a}{2}}{q_x\frac{a}{2}q_y\frac{a}{2}q_z\frac{a}{2}} \tag{10}$$

и $J(q)$, как и должно быть, обращается в нуль при $q=Q$.

В принятом нами приближении ($\cos\theta\approx 1$) выражение (10) еще упрощается

$$J(q)\approx\frac{\sin\left(q\frac{a}{2}\right)}{\left(q\frac{a}{2}\right)} \tag{11}$$

Теперь, воспользовавшись (11), можно, исходя из (6), вычислить величину τ_U^{-1} для случая взаимодействия носителей с акустическими фононами, моделируемого выбранным выше матричным элементом (7).

3. Частота соударений носителей с акустическими фононами

В отличие от случая нормальных процессов в сумме по ветвям колебаний в (6) (благодаря тому что в поляризационном множителе $\mathbf{e}_\alpha(\mathbf{p}-\mathbf{p}')$ в (7) разность $\mathbf{p}-\mathbf{p}'$ не сводится к $\mathbf{q}$, а равна $\mathbf{q}+\mathbf{Q}$) присутствуют как продольные, так и поперечные ветви.[3] Таким образом, поперечно-поляризованные фононы могут давать вклад в U-процессы. Основное взаимодействие носителей, однако, происходит с продольными фононами, так как поляризационный множитель пропорционален $\sin\theta$ для поперечно-поляризованных ветвей. В принятом же приближении ($\cos\theta\approx 1$) вклад поперечных фононов в рассеяние носителей в первом порядке по параметру разложения обращается в нуль.

Тогда в результате подстановки в (6) выражений (7) и (11) имеем для рассеяния носителей на продольных акустических фононах

$$\tau_U^{-1}(p)=\frac{3mq_m^3}{4\pi^3\rho u_l}\frac{1}{p}\sum_{n=1}^{n_m}\frac{1}{n^2}\mathscr{K}_n^2\int dy\,\{2N(2q_my)+1\}\frac{y\sin^2\pi y}{|y-n|}, \tag{12}$$

где n_m определено в (6), u_l — скорость продольных упругих волн и учтено, что в схеме приведенных зон для фононов в предположении $\cos\theta\approx 1$

$$\omega_l(x)=u_l\,|x-Q|.$$

В приближениях низких ($u_lq_m\sim T_D\gg T$) и высоких ($T_D\ll T$) температур решетки получаем из (12)

$$\tau_{U,0}^{-1}(p)=\frac{3mq_m^3}{4\pi^3\rho u_l}\frac{1}{p}\sum_{n=1}^{n_m}\frac{1}{n^2}\mathscr{K}_n^2U_0\left[n,\ \min\left(n+\frac{1}{2},\ \frac{p}{q_m}\right)\right], \tag{13}$$

$$\tau_{U,T}^{-1}(p)=\frac{3mq_m^2T}{4\pi^3\rho u_l^2}\frac{1}{p}\sum_{n=1}^{n_m}\frac{1}{n^2}\mathscr{K}_n^2U_T\left[n,\ \min\left(n+\frac{1}{2},\ \frac{p}{q_m}\right)\right], \tag{14}$$

где введены функции

$$U_0(n,\ z)\equiv\int_{n-\frac{1}{2}}^{z}dy\,\frac{y}{|y-n|}\sin^2\pi y, \tag{15}$$

---

[3] Если, конечно, разделение ветвей колебаний на поперечно- и продольно-поляризованные сохраняет силу во всей области $0\leqslant q\leqslant q_m$.

$$U_T(n,\ z) \equiv \int\limits_{n-\frac{1}{2}}^{z} dy \frac{y}{|y-n|^2} \sin^2 \pi y, \tag{16}$$

T_D — температура Дебая, а индексы «O» и «T» обозначают принадлежность величин рассматриваемым приближениям соответственно.

Интегралы (15) и (16) приводятся к виду [11]

$$U_0(n,\ z) = \frac{1}{2}\left\{|z-n| - \frac{1}{2} - \frac{\sin 2\pi|z-n|}{2\pi} + n \operatorname{Cin}(\pi) + \right.$$
$$\left. + n \operatorname{sign}(z-n) \operatorname{Cin} 2\pi(n-z)\right\},$$

$$U_T(n,\ z) = \pi n \left[\operatorname{Si} 2\pi(z-n) + [\operatorname{Si}(\pi) - \frac{2}{\pi} - \frac{\sin^2 \pi(z-n)}{\pi(z-n)}\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}\left\{\operatorname{Cin} 2\pi(z-n) - \operatorname{Cin}(\pi)\right\},$$

где $\operatorname{Si}(x)$ — интегральный синус, а $\operatorname{Cin}(x)$ — целая четная функция, определяемая равенством

$$\operatorname{Cin}(x) \equiv \int\limits_0^x \frac{1-\cos t}{t} dt.$$

Полученные выражения громоздки и можно чаще всего воспользоваться их следующей аппроксимацией

$$U_0(n,\ z) \approx \frac{1}{2}\begin{cases} (2z-2n+1)(2n-1), & n-1/2 \leqslant z \leqslant n, \\ (2n-1)+2(z-n)(2n+1), & n \leqslant z \leqslant n+1/2, \end{cases}$$

$$U_T(n,\ z) \approx \begin{cases} 2(4n-1)(z-n+1/2), & n-1/2 \leqslant z \leqslant n, \\ (4n-1)+2(4n+1)(z-n), & n \leqslant z \leqslant n+1/2. \end{cases}$$

Из сравнения, например, точных значений

$$U_0\left(n,\ n+\frac{1}{2}\right) = n \operatorname{Cin}(\pi) \approx 1.65n, \quad U_T\left(n,\ n+\frac{1}{2}\right) = 2\pi n\left[\operatorname{Si}(\pi) - \frac{2}{\pi}\right] \approx 7.618n$$

с соответствующими значениями, которые дают приближенные формулы ($2n$ и $8n$), видна разумная степень аппроксимации.

Здесь можно уже прямо вычислить асимптотику поведения $\tau_U^{-1}(p)$ при $p \gg q_m/2$. Поскольку $U(n,\ n+1/2) \sim n$, зависимость $\tau_U^{-1}(p)$ будет определяться сомножителями

$$\frac{1}{p}\sum_{n=1}^{n_m} \frac{1}{n},$$

для которых при $p \gg q_m/2$ имеем

$$\frac{1}{p}\sum_{n=1}^{n_m} \frac{1}{n} \sim \frac{\ln p}{p} \sim \frac{1}{p}.$$

Частота столкновений носителей с акустическими фононами за счет нормальных процессов τ_N^{-1} (3) вычисляется стандартными методами с учетом (7). Наличие интерференционного множителя (9) в (7) приводит в тех же приближениях низких и высоких температур к выражениям ($\mathscr{H}_1 \sim \mathscr{E}_1$)

$$\tau_{N,0}^{-1}(p) = \frac{2mq_m^3\mathscr{E}_1^2}{\pi^3 \rho u_l} \frac{1}{p} N_0\left[\min\left(\frac{1}{2},\ \frac{p}{q_m}\right)\right], \tag{17}$$

$$\tau_{N,T}^{-1}(p) = \frac{2mq_m^2 T\mathscr{E}_1^2}{\pi^3 \rho u_l^2} \frac{1}{p} N_T\left[\min\left(\frac{1}{2},\ \frac{p}{q_m}\right)\right], \tag{18}$$

где

$$N_0(z) \equiv 9 \int_0^z dy \, \frac{(\sin \pi y - \pi y \cos \pi y)^2}{(\pi y)^4},$$

$$N_T(z) \equiv 9 \int_0^z \frac{dy}{y} \, \frac{(\sin \pi y - \pi y \cos \pi y)^2}{(\pi y)^4} \tag{19}$$

и принято $r_0 \approx a/2$, т. е. $r_0 = \pi/2q_m$.

Условия применимости приближений низких и высоких температур здесь прежние, если $p \geqslant q_m/2$. В случае же $p \leqslant q_m/2$ они принимают вид

$$T \ll 2u_l \sqrt{2m\varepsilon}, \quad T \gg 2u_l \sqrt{2m\varepsilon}.$$

Выполняя в (19) интегрирование, получаем

$$N_0\left(\frac{z}{\pi}\right) = \frac{3}{\pi}\left[\mathrm{Si}\,(2z) - 2\,\frac{\sin^2 z}{z} - \frac{1}{9}\,z^3 J^2\,(z/r_0)\right],$$

$$N_T\left(\frac{z}{\pi}\right) = \frac{9}{4}\left[1 - \left(\frac{\sin z}{z}\right)^2 - \frac{1}{9}\,z^2 J^2\,(z/r_0)\right], \tag{20}$$

где $J(x)$ определено в (9) и связано с функцией Бесселя $J_{3/2}(x)$ соотношением

$$J\,(z/r_0) = \frac{3\sqrt{\pi}}{z^{3/2}\sqrt{2}}\,J_{3/2}\,(z).$$

В предельном случае малых передач импульса (т. е. при $p \ll q_m/2$) $z = p/q_m \ll 1$, $J\,(z/r_0) \approx 1 - z^2/10$

$$N_0\left(\frac{z}{\pi}\right) \approx \frac{1}{3\pi}\,z^3 + O\,(z^5), \quad N_T\left(\frac{z}{\pi}\right) \approx \frac{1}{2}\,z^2 + O\,(z^4)$$

и из (17) и (18) следуют широко используемые выражения (см., например, [12]), которые получают обычно из (3) без учета интерференционного множителя. К сожалению, именно эти выражения использовались и продолжают использоваться в случаях, когда заведомо $p > q_m/2$.

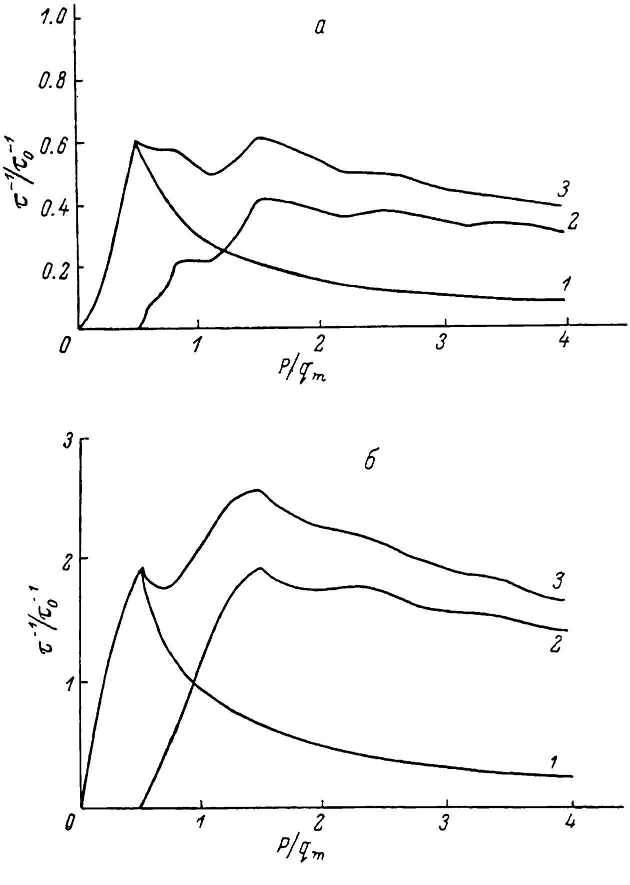
Величины τ_N^{-1}, τ_U^{-1} и их сумма τ^{-1} представлены как функции p/q_m на рисунке, *а* в случае низких температур, а на рисунке, *б* — в случае высоких температур решетки. Из приведенных на рисунке данных прежде всего видно, насколько необоснована экстраполяция функциональной зависимости $\tau^{-1}(p)$, справедливой в области $p \ll q_m/2$ на всю область изменения аргумента p. Далее подтверждается общий вывод, сделанный в заключительной части раздела 1 относительно наличия у функции $\tau_U^{-1}(p)$, а с ней и у $\tau^{-1}(p)$ особенностей (изломов) в точках $p = (n - 1/2)\,q_m$. Каждый излом при этом связан с открытием нового канала рассеяния носителей с перебросом на $Q = 2q_m n$. Наиболее ясно виден излом при $p = q_m/2$. С ростом p особенности становятся трудноразличимыми в масштабах рисунка. Их наличие, однако, можно проверить прямым дифференцированием (12). Наконец, замечаем, что асимптотика $\tau^{-1}(p)$ хорошо укладывается в закон p^{-1}.

Остановимся в заключение на конкретной области энергий, которая представляет интерес в задаче о возбуждении горячих носителей в диэлектрике (например, лазерным импульсом). Поскольку вероятность ударной ионизации валентной зоны носителем с энергией $\varepsilon \geqslant \mathscr{E}_g$ составляет $\sim 10^{15}$ с$^{-1}$ [13], можно считать, что любой носитель, разогретый до такой энергии, мгновенно ионизует валентную зону. В результате вместо одного носителя с $\varepsilon \sim \mathscr{E}_g$ имеем два носителя с $\varepsilon \sim 0$. Таким образом, разогрев носителей эффективно ограничен областью энергий $0 \leqslant \varepsilon \leqslant \mathscr{E}_g$.

Чтобы охватить эту область энергий, достаточно ограничиться рассмотрением квазиимпульсов $p < 3q_m/2$. Действительно, при квадратичном законе дисперсии квазиимпульсам $p < 3q_m/2$ соответствует область энергий $\varepsilon < 9q_m^2/8m$, что для кристаллов с $a \sim 2$ Å дает $\varepsilon < 18$ эВ. Для кристаллов с большей постоянной решетки a эта область сужается (при $a \sim 4$ Å имеем $\varepsilon < 4.5$ эВ). Поскольку, однако, приближенно выполняется соотношение $\mathscr{E}_g \sim a^{-1}$ [14] и для типичных диэлектрических кристаллов с $a \sim 2$ Å $\mathscr{E}_g \sim 6 \div 9$ эВ [15], всегда можно считать с запасом выполненным неравенство

$$\mathscr{E}_g < \varepsilon\left(p = \frac{3}{2} q_m\right).$$

Сумма по n в (6) сводится тогда только к первому члену с $n=1$, что соответствует возможности процессов переброса только на $Q=2q_m$. При



Величины τ_N^{-1}/τ_0^{-1} (*1*), τ_U^{-1}/τ_0^{-1} (*2*) и τ^{-1}/τ_0^{-1} (*3*) в зависимости от p/q_m для случая низких (*а*) и высоких (*б*) температур решетки.

$\tau_0^{-1} = 2mq_m^2 \mathscr{E}_1^2/\pi^3\rho u_l$ — для случая низких температур и $\tau_0^{-1} = 2mq_m T\mathscr{E}_1^2/\pi^3\rho u_l^2$ — в случае высоких температур решетки.

этом рассеяние с участием процессов переброса становится возможным при $\varepsilon \geqslant q_m^2/8m$, что составляет 2 эВ при $a \sim 2$ Å и 0.5 эВ при $a \sim 4$ Å, тогда как энергетическая ширина первой зоны Бриллюэна $\mathscr{E}_{BZ} = \varepsilon\ (q_m)$ соответственно ~ 8 и 2 эВ.

Задача о разогреве носителей принципиально ограничивается тем самым первой зоной Бриллюэна и частью второй зоны.

В этой области принятое нами приближение малости угла между векторами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}+\mathbf{Q}$ выполняется с наименьшей точностью (параметр разложения $1-\sqrt{1-q_m^2/Q^2} \sim 0.13$). Именно в этой области должны быть наиболее заметны анизотропия рассеяния и вклад в рассеяние носителей поперечно-поляризованных колебаний решетки, следующие из принятого приближения. Точное же выражение для τ_{U}^{-1} (р) описывается совокупностью эллиптических интегралов, что делает целесообразным поиск точного результата только в специальных целях. Основные выводы работы, касающиеся поведения и особенностей функции τ^{-1} (р), не зависят, однако, от принятых приближений.

Наконец, можно высказать предположение о наличии у τ^{-1} (р) особенностей, подобных исследованным, в случае рассеяния носителей в сверхрешетках. Физические предпосылки для появления таких особенностей одинаковы. Действительно, если в кристалле процессы переброса — это одновременное с актом рассеяния брэгговское отражение носителей от кристаллических плоскостей, то их аналогом в сверхрешетках будет соответственно отражение от границ раздела между соседними слоями. Поскольку, однако, период сверхрешетки существенно больше постоянной решетки в кристалле, такие «сверхперебросы» в сверхрешетках должны становиться возможными при существенно меньших энергиях, чем процессы переброса в кристалле. Соответственно при меньших энергиях возможно и появление особенностей у τ^{-1} (р). Положением этих особенностей при этом можно управлять, приготовляя сверхрешетки нужного периода.

Авторы благодарят В. М. Аграновича и С. И. Анисимова за полезные обсуждения.

Литература

[1] *Зверев Г. М., Михайлова Т. Н., Пашков В. А., Соловьева Н. М.* ЖЭТФ, 1967, т. 53, № 6, с. 1849—1857.
[2] *Бломберген Н.* Квант. электр., 1974, № 4, с. 786—805.
[3] *Захаров С. И.* ЖЭТФ, 1975, т. 68, № 6, с. 2167—2176.
[4] *Займан Дж.* Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962, с. 167—199.
[5] *Голубев С. Г., Лохов Ю. Н., Фивейский Ю. Д.* ЖПС, т. 31, № 3, с. 420—425.
[6] *Литвиненко А. Г., Осадчиев В. М.* В сб.: Ионизирующие излучения и лазерные материалы. М.: Энергоатомиздат, 1982, с. 3—26; ДАН СССР, 1985, т. 283, № 1, с. 102—105.
[7] *Sparks M., Mills D., Warren R.* et al. Phys. Rev. B, 1981, vol. 24, N 6, p. 3519—3536.
[8] *Захаров С. И., Фивейский Ю. Д.* Тез. докл. V Всес. совещ. по физике взаимодействия оптического излучения с конденсированными средами. Л., 1981. с. 100.
[9] *Давыдов А. С.* Теория твердого тела. М.: Наука, 1976. 226 с.
[10] *Vogl P.* Phys. Rev. B, 1976, vol. 13, N 2, p. 694—704.
[11] *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971, с. 942—943.
[12] *Конуэлл Э.* Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М.: Мир, 1970. 157, 167 с.
[13] *Келдыш Л. В.* ЖЭТФ, 1958, т. 37, № 3 (9), с. 713—727; *Чуенков В. А.* Изв. АН СССР. Сер. физ., 1958, т. 22, № 4, с. 363—376.
[14] *Харрисон У.* Теория твердого тела. М.: Мир, 1972. 161, 175 с.
[15] Таблицы физических величин / Под ред. Кикоина И. К. М.: Атомиздат, 1976, с. 341—414.

Поступило в Редакцию
13 июля 1987 г.