1988 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 30, в. 1
1988 SOLID STATE PHYSICS Vol. 30, № 1

УДК 537.226

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ МОДУЛИРОВАННОЙ ПО ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

В. В. Брыксин, Л. И. Коровин, А. В. Хоменко

Развита теория, описывающая распространение интенсивной световой волны в оптически нелинейной среде. Предполагается, что падающая волна модулирована по направлению вектора поляризации в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, а модуляция по амплитуде отсутствует. Учтен векторный характер поля волны. Исследованы неустойчивости, их тип и условия возникновения. Показано, что наряду с самофокусировкой, имеющей место в скалярной модели при амплитудной модуляции, здесь появляются новые неустойчивости, обусловленные модуляцией волны по состоянию поляризации.

Теория явления самофокусировки в оптически нелинейной среде разработана в основном для световых волн, модулированных по амплитуде (например, для гауссовых пучков, для однородных по сечению ограниченных пучков и т. п.) [1, 2]. В этом случае, как известно, электрическое поле волны можно считать скалярной величиной. Для изучения поляризационных эффектов в нелинейной среде необходимо учесть векторный характер поля световой волны. Нелинейная оптика векторных полей развита менее детально. Здесь следует упомянуть работы по самовращению эллипса оптической индикатрисы, в которых показано, что скорость вращения зависит не только от интенсивности света, но и от степени эллиптичности [3-5].

С другой стороны, в связи с исследованием возможностей оптических методов обработки информации возрос интерес к процессам распространения света в средах с пространственно-неоднородной модуляцией двулучепреломления [6]. Прохождение света в таких электрооптически неоднородных средах сопровождается модуляцией по состоянию поляризации, как это имеет место, например, в пространственно-временных модуляторах ПРОМ или ПРИЗ. В связи с этим представляет интерес рассмотреть распространение пространственно-модулированной по состоянию поляризации световой волны в нелинейной среде. В этом случае существен векторный характер поля волны. Прохождение света через пространственно-неоднородную среду может сопровождаться, в частности, возникновением неустойчивостей нового типа, которые отличаются от самофокусировки в скалярной модели.

Можно ожидать, что неустойчивости в векторной модели приведут к перераспределению интенсивностей между различными дифракционными порядками, в частности, к усилению слабых порядков за счет нулевого. Для того чтобы оценить величину эффекта и определить условия его существования, в настоящем сообщении в качестве первого шага рассматривается задача распространения световой волны в нелинейной изотропной среде.

1. Основные уравнения и нулевое приближение

Пусть на неограниченный по x и y слой изотропного вещества падает нормально к поверхности (вдоль оси z) интенсивная световая волна, направление вектора поляризации которой во входной плоскости $z=0$ является функцией координат x и y. В стационарном случае укороченные уравнения Максвелла для вектора $\mathbf{E}$ электрического поля волны, в которых учтено самовоздействие, имеют вид [7]

$$i\partial\mathbf{E}/\partial z + (2k_0)^{-1}\Delta_\perp\mathbf{E} + \alpha(\mathbf{E}\mathbf{E}^*)\mathbf{E} + \beta(\mathbf{E}\mathbf{E})\mathbf{E}^* = 0, \quad (1)$$
$$k_0 = \omega n_0/c, \quad \alpha = (\omega/2n_0c)\alpha_0, \quad \beta = (\omega/2n_0c)\beta_0,$$

ω и c — частота и скорость света; n_0 — показатель преломления среды; α_0 и β_0 — константы, описывающие ее нелинейность; $\Delta_\perp$ — двухмерный оператор Лапласа. Ниже считается, что падающая волна промодулирована слабо, так что поле на границе $z=0$ $\mathbf{E}_0(x, y)$ можно представить в виде

$$\mathbf{E}_0(x, y) = \mathcal{E}_0 + \mathbf{e}_0(x, y), \quad |\mathcal{E}_0| \gg |\mathbf{e}_0|, \quad (2)$$

где $\mathcal{E}_0$ не зависит от x, y. В соответствии с этим предположением поле в среде

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathcal{E}(z) + \mathbf{e}(x, y, z), \quad |\mathcal{E}| \gg |e|. \quad (3)$$

Малость поля $\mathbf{e}$ используется для линеаризации уравнения (1). Нелинейное уравнение для $\mathcal{E}(z)$ (оно отличается от (1) отсутствием члена $\Delta_\perp\mathbf{E}$) легко решается с помощью разбиения поля $\mathcal{E}$ на две циркулярно-поляризованные компоненты [3]

$$\mathcal{E}(z) = \mathcal{E}_{0+}e^{iqz}\mathbf{g}_+ + \mathcal{E}_{0-}e^{-iqz}\mathbf{g}_-. \quad (4)$$

Поле на границе $z=0$ определяется как $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_{0+}\mathbf{g}_+ + \mathcal{E}_{0-}\mathbf{g}_-$, где $\mathcal{E}_{0+}$ и $\mathcal{E}_{0-}$ — амплитуды право- и левополяризованных составляющих падающей волны. Комплексные орты $\mathbf{g}_\pm$ связаны с декартовыми ортами $\mathbf{g}_x$ и $\mathbf{g}_y$ известными соотношениями $\mathbf{g}_\pm = (\mathbf{g}_x \mp i\mathbf{g}_y)/\sqrt{2}$,

$$q = (\omega\beta_0/2cn_0)(I_- - I_+) = \beta I \sin 2\lambda. \quad (5)$$

В (5) введены интенсивности право- и левополяризованных волн $I_\pm = |\mathcal{E}_{0\pm}|^2$ и полная интенсивность падающей волны $I = I_+ + I_-$. В представлении эллиптической поляризации

$$I_\pm = (I/2)(1 \mp \sin 2\lambda), \quad (6)$$

где λ определяет степень эллиптичности. Соотношение (4) указывает на равномерное вращение эллипса поляризации волны со скоростью q (угол поворота осей эллипса равен qz) без деформации его формы [8]. Предполагается, что ось x совмещена с одной из главных осей эллипса в плоскости $z=0$. Тогда $\operatorname{tg}\lambda = \mathcal{E}_y/\mathcal{E}_x$.

Пусть на входе волна промодулирована только по степени эллиптичности, т. е. $\lambda = \lambda(x, y)$. Тогда в соответствии с (5) на выходе из среды свет будет промодулирован также и по направлению главных осей эллипса оптической индикатрисы за счет нелинейных эффектов. Это утверждение справедливо даже в нулевом приближении, когда не учитываются поперечные производные. Однако в отличие от [3, 8], как будет показано ниже, учет $\Delta_\perp$ при пространственно-модулированной поляризации приводит к новым эффектам, связанным с неустойчивостью.

2. Решение линеаризованных уравнений

Для исследования неустойчивости достаточно линеаризовать уравнение (1) по малому модулированному полю $\mathbf{e}$. Вводя новые функции

$$\mathbf{A} = \exp\{-i(\alpha+\beta)Iz\}\,\mathcal{E} \quad \text{и} \quad \mathbf{a} = \exp\{-i(\alpha+\beta)Iz\}\,\mathbf{e},$$

получим для вектора $\mathbf{a}$ линейное уравнение

$$i\partial\mathbf{a}/\partial z + (2k_0)^{-1}\Delta_\perp\mathbf{a} + \alpha\mathbf{A}[(\mathbf{A}\mathbf{a}^*) + (\mathbf{A}^*\mathbf{a})] + \beta[2(\mathbf{A}\mathbf{a})\mathbf{A}^* + (\mathbf{A}\mathbf{A})\mathbf{a}^* - I\mathbf{a}] = 0. \quad (7)$$

В (7) учтено, что $|\mathbf{A}|^2 = I$. Ниже будет использоваться преобразование Фурье по переменным x и y, так что лапласиан $\Delta_\perp$ заменяется на $-\nu^2$ $(\nu^2 = \nu_x^2 + \nu_y^2)$.

В уравнении (7) коэффициенты через функцию $\mathbf{A}$ зависят от z (см. определение $\mathbf{A}$ и (4)). Вектор $\mathbf{a}$ удобно разложить на циркулярные составляющие $\mathbf{a}=a_+\mathbf{g}_+ + a_-\mathbf{g}_-$. После этого, вводя новые переменные $C_\pm$ по формуле

$$a_\pm = (\mathscr{E}_{0\pm}C_\pm/I_\pm)\exp(\mp iqz), \tag{8}$$

получим для $C_\pm$ систему уравнений с постоянными коэффициентами

$$idC_\pm/dz - q_0^2 C_\pm + I_\pm\{(\alpha+2\beta)(C_\mp + C_\mp^*) + \alpha(C_\pm + C_\pm^*)\} = 0, \tag{9}$$

где $q_0^2 = \nu^2/2k_0$. Поле на границе $z=0$ $\mathbf{e}_0$ (см. (2)) также разложим на e_{0+} и e_{0-} и перейдем к Фурье-компонентам $\mathbf{e}_{0\pm}(\boldsymbol{\nu})$ ($\boldsymbol{\nu}=(\nu_x, \nu_y)$). С учетом этих граничных условий система (9) после преобразования Лапласа принимает вид

$$(ip - q_0^2)C_\pm(p) + I_\pm\{(\alpha+2\beta)[C_\mp(p) + C_\mp^*(p)] + \alpha[C_\pm(p) + C_\pm^*(p)]\} = i\mathscr{E}_{0\pm}^* e_{0\pm}. \tag{10}$$

В (10) было использовано равенство $(I_\pm/\mathscr{E}_{0\pm}) = \mathscr{E}_{0\pm}^*$, p — переменная Лапласа.

В дальнейшем нас будут интересовать процессы самовоздействия, обусловленные только модуляцией состояния поляризации падающей волны. С тем чтобы исключить самофокусировку, обусловленную амплитудной модуляцией, наложим условие однородности по интенсивности падающего света, т. е. $|\mathbf{E}_0|^2 = \mathrm{const}(x, y)$. С точностью до $|\mathbf{e}_0|^2$ это условие дает

$$\mathrm{Re}(\mathscr{E}_{0+}^* e_{0+} + \mathscr{E}_{0-}^* e_{0-}) = 0. \tag{11}$$

На величины $\mathscr{E}_{0\pm}$ и $e_{0\pm}$ можно наложить еще одно условие, а именно,

$$\mathrm{Im}(\mathscr{E}_{0+}^* e_{0+} - \mathscr{E}_{0-}^* e_{0-}) = 0, \tag{12}$$

которое связано со способом получения модулированной только по состоянию поляризации световой волны. Если определенную соотношением (2) плоскую волну $\mathscr{E}_0$ пропустить через тонкую пластинку пространственно-временного модулятора света, работающего на линейном электрооптическом эффекте, то, как показано в [9], на выходе волна $\mathbf{E}_0$ в циркулярных компонентах примет вид

$$E_{0\pm}(d) = \mathscr{E}_{0\pm} + \left(\frac{i}{2}\right)\mathscr{E}_{0\mp}\int_0^d dz\varkappa(z)\, e^{\pm 2i\psi(z)}. \tag{12a}$$

Здесь d — толщина кристаллической пластинки модулятора; $\psi=\psi(x, y, z)$ — угол между главной осью эллипса оптической индикатрисы и осью x, а функция $\varkappa=\varkappa(x, y, z)$ пропорциональна внутреннему электрическому полю в образце. Выделяя в $\mathscr{E}_{0\pm}$ постоянную фазу $\pm\Phi$ и полагая

$$2\psi(x, y, z) = \Phi + \chi(x, y, z) - \frac{\pi}{2}, \qquad \int_0^d dz\varkappa(z)\, e^{i\chi(z)} = f(x, y)\, e^{i\varphi(x, y)},$$

представим $\mathscr{E}_{0\pm}$ и $e_{0\pm}$ в виде

$$\mathscr{E}_{0\pm} = \sqrt{I_\pm}\exp(\pm i\Phi), \quad e_{0\pm} = \pm\sqrt{I_\mp}\, f\exp(\pm i\varphi), \tag{13}$$

где f и φ — произвольные функции x, y. Нетрудно убедиться, что так определенные поля $\mathscr{E}_{0\pm}$ и $e_{0\pm}$ удовлетворяют условиям (11) и (12).

Решение системы алгебраических уравнений (10) представим в виде

$$C_+(p) = iD^{-1}\{I_+S[2\beta p^2 - 2iq_0^2(\alpha+2\beta)p - P] + \\ + S^*[ip(p^2 + q_0^4 - 2q_0^2\alpha I_-) + (q_0^2 + 2\beta I_+)p^2 + Q]\}, \tag{14}$$

$C_-(p)$ получается из $C_+(p)$, если там заменить $I_\pm \to I_\mp$, $S \rightleftarrows S^*$. Здесь $S = \mathscr{E}_{0-}^* e_{0-} = -\mathscr{E}_{0+} e_{0+}^*$, функции P и Q соответственно равны

$$\left.\begin{aligned} P &= 2q_0^2[q_0^2\alpha + 4\beta(\alpha+\beta)I_- + q_0^2\beta], \\ Q &= q_0^2[q_0^4 - 2q_0^2(\alpha I_- - \beta I_+) - 8\beta(\alpha+\beta)I_+I_-], \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

а знаменатель D определяет полюса в комплексной плоскости

$$D = (p^2 + p_1^2)(p^2 + p_2^2), \tag{16}$$

$$p_{1,2}^2 = q_0^2 \{q_0^2 - \alpha I \pm \sqrt{\alpha^2 I^2 + 16\beta(\alpha+\beta) I_+ I_-}\}. \tag{17}$$

При некоторых значениях параметров полюса p_i, определенные выражением (17), могут оказаться на действительной оси плоскости p, что приведет к неустойчивости. Условия возникновения неустойчивости ($p_i^2 < 0$) имеют вид

$$q_0^2 - \alpha I < \pm\sqrt{\alpha^2 I^2 + 16\beta(\alpha+\beta) I_+ I_-}. \tag{18}$$

Можно показать, что подкоренное выражение в (18) положительно при любых значениях параметров.

3. Связь неустойчивости с поляризацией волны

Исследуем сначала важные предельные случаи поляризации падающей волны — циркулярной и линейной. Пусть падающая волна левополяризована. Тогда в (14) надо положить $I_+ = 0$, $I_- = I$. Для перехода к пределу $I_+ = 0$ введем в соответствии с (8) $b_\pm = \mathscr{E}_{0\pm} C_\pm / I_\pm$, так что

$$a_\pm = b_\pm \exp(\mp iqz). \tag{19}$$

Кроме того, согласно определению S и формуле (13)

$$S = -\sqrt{I_+ I_-}\, F(\nu) \exp(i\Phi), \tag{20}$$

где комплексная функция $F(\nu)$ есть Фурье-образ функции $f(x, y) \times \times \exp[-i\varphi(x, y)]$, определяющей модуляцию падающего света. В результате из (14) для циркулярной поляризации получим

$$\left.\begin{aligned} b_+ &= \sqrt{I}\, F^*(\nu)/(p + iq_0^2), \\ b_- &\sim I_+/\{(p^2 + q_0^4)[p^2 + q_0^2(q_0^2 - 2\alpha I)]\} \to 0. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Определенная в (5) величина q становится равной $q = \omega\beta_0 I/2cn_0$. Из (21) следует, что если падающий свет левополяризован, то прошедшая волна имеет правую поляризацию. Так как в (21) полюс p чисто мнимый, то для циркулярно-поляризованного света в случае модуляции волны по состоянию поляризации эффект самовоздействия не содержит неустойчивости. В этом случае циркулярная поляризация является для изотропной среды особым случаем. Заметим, что обращение в нуль b_- обусловлено дополнительным условием (12). Если его не накладывать, то коэффициент в функции b_- не стремится к нулю при $I_+ \to 0$ и тогда полюс $p = q_0\sqrt{q_0^2 - 2\alpha I}$ может привести к усилению волны. Возникающая неустойчивость здесь не отличается от самофокусировки в скалярной модели [7].

Для линейно-поляризованной падающей волны (поляризованной вдоль оси x) в (14) следует положить $I_+ = I_- = I/2$, $\Phi = 0$. Переходя к линейно-поляризованным амплитудам b_x и b_y $\left(b_x = (b_+ + b_-)/\sqrt{2},\ b_y = i(b_- - b_+)/\sqrt{2}\right)$, получим, что

$$b_x = i\sqrt{I}\,[\operatorname{Re} F(\nu)]\,(q_0^2 + ip)/[p^2 + q_0^2(q_0^2 - 2(\alpha+\beta) I)], \tag{22а}$$

$$b_y = -i\sqrt{I}\,[\operatorname{Im} F(\nu)]\,(q_0^2 + 2\beta I + ip)/[p^2 + q_0^2(q_0^2 + 2\beta I)]. \tag{22б}$$

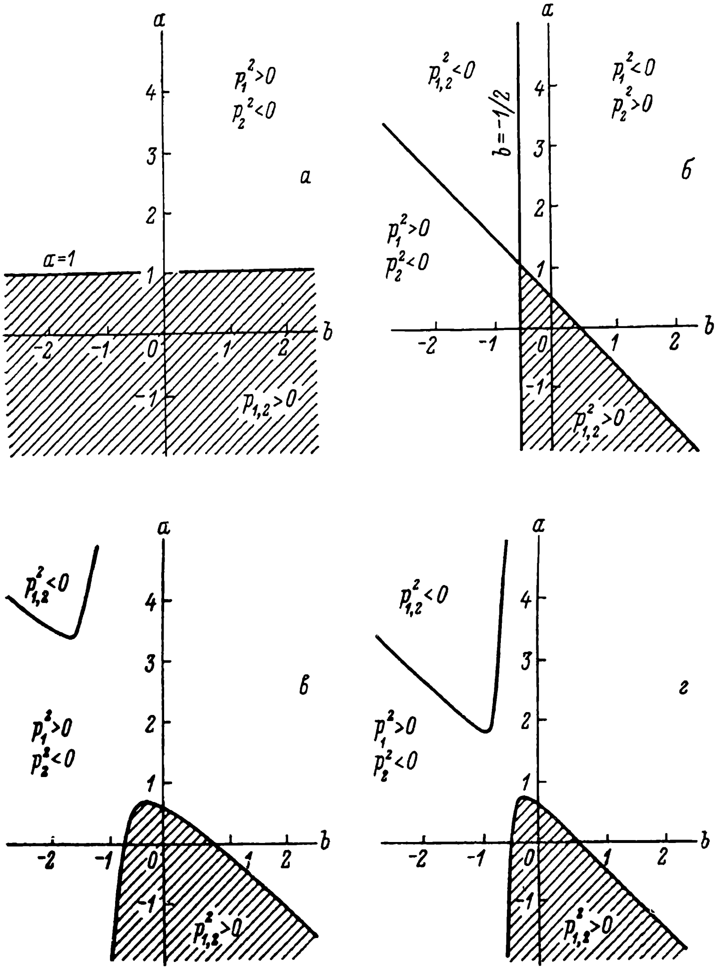
Для линейной поляризации $q = 0$. Из (22) видно, что на выходе линейно-поляризованный свет преобразуется в эллиптически поляризованный. Компонента, совпадающая с поляризацией падающей волны (b_x), имеет область неустойчивости, совпадающую с таковой в скалярной теории [7]

$$q_0^2 \leqslant 2(\alpha+\beta) I \quad \text{или} \quad \nu^2 \leqslant 2(\omega^2/c^2)(\alpha_0 + \beta_0) I. \tag{23а}$$

Составляющая прошедшей волны с ортогональной поляризацией также может иметь порог, но область неустойчивости определяется здесь другими параметрами, а именно,

$$q_0^2 \leqslant -2\beta I \quad \text{или} \quad \nu^2 \leqslant -2\,(\omega^2/c^2)\,\beta_0 I, \tag{23б}$$

т. е. неустойчивость появляется, только если $\beta_0 < 0$.



Области неустойчивости в плоскости ab в зависимости от поляризации падающей волны, определяемые формулой (24).

а — $\sigma=0$ (циркулярная поляризация); *б* — $\sigma=1$ (линейная поляризация); *в*, *г* — эллиптическая поляризация, *в* — $\sigma=0.5$; *г* — $\sigma=0.8$. Области неустойчивости не заштрихованы.

В общем случае эллиптической поляризации падающей волны удобно ввести, согласно (6), вместо I_+ и I_- параметр λ. Тогда неравенство (18) запишется в форме

$$1 - a \pm \sqrt{a^2 + 4\sigma b\,(a + b)} \leqslant 0, \tag{24}$$

где $a=\alpha I/q_0^2$, $b=\beta I/q_0^2$, $\sigma=\cos^2\lambda$. На рисунке показаны области неустойчивости в плоскости параметров $\alpha_0\beta_0$, границы областей зависят от степени эллиптичности волны. Линии, отделяющие области неустойчивости от устойчивых областей, определяются функцией

$$a = (1 - 4\sigma b^2)/2\,(1 + 2\sigma b).$$

Для циркулярной поляризации неустойчивости определяется только полюсом p_2^2 (см. рисунок, *а*, предполагается, что коэффициент в b в (21) отличен от нуля). При переходе к линейной поляризации (см. рисунок, *б*) возникает точка вырождения при $b=-1/2$, что приводит к изменению классификации областей. Область $b<-1/2$ соответствует неустойчивости волны с поляризацией, перпендикулярной падающей (см. (23б)), а область, расположенная выше прямой $a=-b+1/2$, — неустойчивости в волне с исходной поляризацией (см. (23а)).

4. Обсуждение результатов

Таким образом, в развитой теории распространение пространственно-модулированной по состоянию поляризации волны через нелинейную изотропную среду приводит в определенных условиях к возникновению неустойчивостей, которые отсутствуют в скалярной теории.

Обсудим в заключение возможность наблюдения рассмотренных выше неустойчивостей. Волну, типа приведенной в (13), можно получить, как упоминалось выше, посредством пропускания через электрооптический модулятор интенсивной плоской немодулированной эллиптически поляризованной волны, циркулярными компонентами которой являются $\mathscr{E}_{0\pm}=\sqrt{I_\pm \exp(\pm i\Phi)}$. Модуляция добавки $e_{0\pm}$ в этом случае достигается предварительной записью на модулятор, например одномерной пространственной решетки с волновым вектором ν. Поле волны на выходе из модулятора задается формулами (12а). Если падающая на модулятор волна поляризована циркулярно, то, согласно (21), в нелинейной изотропной среде неустойчивости, связанной с модуляцией направления вектора, поляризации в рассматриваемом приближении не возникает. Наиболее просто, по-видимому, исследовать неустойчивости при линейно-поляризованном падающем свете. Если после прохождения слоя нелинейной среды свет пропустить через анализатор, разлагающий эллиптическую волну на линейно-поляризованные компоненты, то компонента, поляризованная вдоль направления поляризации падающей волны, будет содержать неустойчивость типа самофокусировки в скалярной модели (см. (22а) и (23б)). Для перпендикулярной поляризации возникает новая неустойчивость (22б) и (23б), обусловленная модуляцией состояния поляризации волны. Отметим, что эта неустойчивость появляется в средах, где $\beta_0<0$ (см. рисунок, *б*). Что касается эллиптической поляризации падающего света, то там, вообще говоря, неустойчивости могут иметь место в более широкой области изменения α_0 и β_0 (см. рисунок, *в*, *г*).

Значения параметров (интенсивность падающей волны, длина самофокусировки и т. п.), при которых возможно наблюдение рассмотренных выше нелинейных эффектов, хотя по порядку величины и совпадают с данными скалярной теории, но численно могут значительно от них отличаться.

Литература

[1] *Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В.* УФН, 1967, т. 93, № 1, с. 19—70.
[2] *Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С.* УФН, 1986, т. 149, № 3, с. 449—509.
[3] *Maker P. D., Terhune R. W., Savage C. M.* Phys. Rev. Lett., 1964, vol. 12, № 18, p. 507—509.
[4] *Winful G. H.* Appl. Phys. Lett., 1985, vol. 47, № 3, p. 213—215; Opt. Lett., 1986, vol. 11, № 1, p. 33—35.
[5] *Поляков А. И., Уразбаев Т. Т.* Опт. и спектр., 1984, т. 57, № 4, с. 731—732.
[6] *Петров М. П., Степанов С. И., Хоменко А. В.* Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. Л.: Наука, 1983.
[7] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
[8] *Альтшулер Г. Б., Дульнева Е. Г., Карасев В. Б. Шарлай С. Ф.* ЖТФ, 1979, т. 49, № 1, с. 143—149.
[9] *Брыксин В. В., Коровин Л. И.* ЖТФ, 1985, т. 55, № 12, с. 2289—2296.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
13 июля 1987 г.