УДК 535.373.3

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ ХОД ДИФФУЗИОННО КОНТРОЛИРУЕМОЙ РЕАКЦИИ ВИДА $A+B=0$ В РЕЖИМЕ ЗАТУХАНИЯ (ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ)

В. В. Антонов-Романовский

На основе представления о рекомбинационном ареале отдельной частицы, т. е. примыкающей к ней области, содержащей частицы, с которыми она может эффективно рекомбинировать, проведен расчет реакции вида $A+B=0$ в режиме затухания. Показано, что в далеких стадиях из-за флуктуации концентрация частиц убывает, как $\ln t/t$, а не как $1/t^{3/4}$ согласно ряду авторов. В процессе рекомбинации возникают все возрастающие скопления из одноименных частиц, что подтверждает высказанное ранее Овчинниковым и Зельдовичем возможность их возникновения.

Исследование рекомбинационных процессов, играющих большую роль в науке и технике, в основном идет по пути учета все более усложняющих факторов. Однако сравнительно недавно выяснилось, что и в их отсутствие ход рекомбинационной кинетики более сложен, чем это предполагалось. Поэтому изучение неосложненной ничем кинетики необходимо для правильной оценки осложняющих факторов, не говоря уже о том, что это представляет и самостоятельный интерес. В случае возбужденных фосфоров и полупроводниковых материалов осложняющими факторами могут быть электронные и дырочные ловушки разных сортов, неоднородная структура вещества и т. п.

В последнее время диффузионно контролируемая реакция затухания вида $A+B=0$ привлекла внимание ряда исследователей. Возникший интерес связан с тем, что даже в простейшем случае, когда в однородном объеме равные количества частиц A и B были распределены статистически равномерно, реакция осложнена рядом факторов — «обеднением», «экранировкой», «конкуренцией» и «флуктуацией». Из них только «обеднение» было исследовано еще давно Смолуховским [1, 2]. Сравнительно недавно было показано [3, 4], что «экранировка» и «конкуренция», как и «обеднение», максимальны в начальных стадиях и с течением времени t их влияние на кинетику сводится к нулю. Предполагалось, что и флуктуационный фактор ведет себя аналогично. Однако, согласно Овчинникову и Зельдовичу [5], наоборот, с течением времени флуктуация оказывает решающее влияние.

Исходная их идея следующая. В равных локальных объемах области, в которой протекает реакция, в среднем всегда будет избыток частиц какого-то одного сорта. Рекомбинация, уничтожая поровну A и B, тем самым увеличивает диспропорцию между ними. В конце концов наступает момент, когда в этих объемах останутся только частицы одного сорта. С этого момента рекомбинация будет протекать только на границах этих объемов. Такой переход рекомбинации от объемной к периферической приведет к тому, что концентрация $n(t)$, спадавшая вначале по закону

$$n(t) \sim \frac{1}{t}, \tag{1}$$

начнет спадать медленней по закону

$$n(t) \sim \frac{1}{t^{3/4}}. \tag{2}$$

Позже к такому же выводу пришли авторы работ [6, 7] (без ссылки на [5]) и совсем недавно [8].

Покажем, что в далеких стадиях $n(t)$ убывает не по закону (2), как в [5], и не по (1), как это утверждалось нами ранее [9], а промежуточному.

1. Рекомбинационный ареал

В рекомбинационной кинетике каждая частица, например сорта B, в принципе может прорекомбинировать с любой A. Однако вероятность рекомбинации тем больше, чем меньше расстояние r между A и B. Поэтому B может эффективно прорекомбинировать лишь с ближайшими A. Определим объем, в котором они заключены. Если τ_B — средняя длительность жизни B, то с ней могут эффективно рекомбинировать A, находившиеся в исходный момент на расстоянии, не превышающем

$$R_B(t) = \sqrt{\frac{16}{\pi} D\tau_B}, \tag{3}$$

где D — суммарный коэффициент диффузии, равный $D_A + D_B$, ибо частицы сорта A сместятся в среднем на расстояние $\sqrt{\frac{16}{\pi} D_A\tau_B}$, а сорта B на $\sqrt{\frac{16}{\pi} D_B\tau_B}$. Поскольку аддитивно складываются квадраты диффузионных смещений, получаем формулу (3).

Если $n_A(t)=\text{const}$, то τ_B может быть определен из равенства

$$p\tau_B n_A(t) = 1. \tag{4}$$

В этой формуле p — удельная вероятность рекомбинации, поэтому

$$p = 4\pi r_0 D, \tag{5}$$

где r_0 — эффективный радиус рекомбинации. Если за время τ_B концентрация $n_A(t)$, как и $n_B(t)$, из-за рекомбинации убывает в два раза, то за время τ_B ее среднее значение будет $3n_A(t)/4$. Тогда вместо (4) получаем

$$\frac{3}{4} p\tau_B n_A(t) = 1. \tag{6}$$

Как видно, формулы (4) и (6) различаются мало. Из (3) и (6) следует, что

$$R_B(t) = \frac{a}{n_A(t)^{1/2}}, \tag{7}$$

$$a = \frac{4}{\pi\sqrt{3r_0}}. \tag{8}$$

Исходя из физического смысла величины $R_B(t)$ можно именовать локальный объем

$$V(t) = \frac{4\pi R_B^3(t)}{3} \tag{9}$$

рекомбинационным ареалом частицы B в момент времени t. Из (7) и (9) следует, что

$$V(t) = \frac{4\pi}{3} \frac{a^3}{n_A(t)^{3/2}}, \tag{10}$$

т. е. $V(t)$ с течением времени возрастает из-за убыли $n_A(t)$. Поскольку число частиц в $V(t)$ равно $N_A(t)=n_A(t)V(t)$, то, согласно (10),

$$N_A(t)=\frac{4\pi}{3}\frac{a^3}{n_A(t)^{1/2}}, \tag{11}$$

т. е. $N_A(t)$ тоже возрастает, но более медленно.

Поскольку каждая частица может эффективно взаимодействовать со своими партнерами только в пределах своего ареала, то кинетика всего объема, в котором протекает реакция, является как бы суммой квазиизолированных кинетик, протекающих в отдельных ареалах. В половине из них будут преобладать частицы одного сорта, в половине — другого. Очевидно, достаточно рассмотреть только одну из них. Таким образом, кинетика всей рекомбинационной области может быть отображена кинетикой, протекающей в $V(t)$.

2. Кинетика избыточных частиц A в $V(t)$

Так как избыточные частицы не рекомбинируют, их убыль может быть обусловлена только уходом из $V(t)$. Рассмотрим их уход в интервале времени $0\leqslant\vartheta\leqslant t$. Пусть $\Delta N_A(t,\ \vartheta)$ обозначает флуктуационный избыток частиц A в момент времени ϑ. В начальный момент

$$\Delta N_A(t,\ 0)=\sqrt{2n(0)\,V(t)}. \tag{12}$$

Деля обе части равенства на $V(t)$, получаем, что избыточная концентрация при $\vartheta=0$

$$\Delta n_A(t,\ 0)=\sqrt{\frac{2n(0)}{V(t)}}. \tag{13}$$

Из (10), (12) и (13) следует, что

$$\Delta N_A(t,\ 0)=\sqrt{\frac{8\pi a^3 n(0)}{3}}\,\frac{1}{n_A(t)^{3/4}}, \tag{14}$$

$$\Delta n_A(t,\ 0)=\sqrt{\frac{3n(0)}{2\pi a^3}}\,n_A(t)^{3/4}. \tag{15}$$

Согласно (7) и (8), в момент t радиус рекомбинационного ареала

$$R_B(t)=\frac{4}{\pi\sqrt{3r_0}}\,\frac{1}{n_A(t)^{1/2}}. \tag{16}$$

Вероятность нахождения какой-нибудь частицы A в момент времени ϑ на расстоянии r—$r+dr$ от ее исходного положения

$$dw(r)=\frac{1}{\pi\sqrt{\pi}}\,e^{-\frac{r^2}{4D_A\vartheta}}\,\frac{4\pi r^2dr}{\left(2\sqrt{D_A\vartheta}\right)^3}. \tag{17}$$

Среднее ее смещение при этом будет

$$\langle r(\vartheta)\rangle=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{16}{\pi}D_A\vartheta} \tag{18}$$

Предположим, что

$$n_A(\vartheta)=\frac{1}{p\vartheta}, \tag{19}$$

где p определяется формулой (5). Тогда из (16) и (18) следует, что к моменту t отношение

$$\frac{\langle r(t)\rangle}{R_B(t)}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{D_A}{D}} \tag{20}$$

т. е. оно конечно и не зависит от t. Это означает, что к моменту $\vartheta=t$ в $V(t)$ остается какая-то постоянная доля от первоначального количества частиц $\Delta N_A(t, 0)$. Поэтому их концентрация будет спадать в унисон с $\Delta N_A(t, 0)$, т. е., согласно (15), как $n_A(t)^{3/4}$, т. е. медленней, чем полная концентрация частиц $n_A(t)$, что невозможно. Отсюда следует, что и $n_A(t)$ должно спадать медленней, чем $1/t$.

Предположим, что

$$n_A^{-}(t)=\frac{C}{t^{\delta}}\ (C=\mathrm{const}). \tag{21}$$

У Овчинникова и Зельдовича и у других авторов $\delta=3/4$, но мы рассмотрим более общий случай, когда $\delta<1$. Из (16), (18) и (21) тогда следует, что (заменяя ϑ на t)

$$\frac{\langle r(t)\rangle}{R_B(t)}\to\infty,\quad t\to\infty. \tag{22}$$

Это отношение с течением времени возрастает, несмотря на рост при этом $V(t)$. Однако частицы A не уходят далеко от $V(t)$, ибо вне $V(t)$ они уже могут рекомбинировать с «чужими» B. Обозначим радиус рекомбинационного ареала избыточных A через $R_A(t)$.

Если вне $V(t)$ концентрация частиц B равна $n_B'(t)$, то среднее смещение частиц A из-за рекомбинации вне $V(t)$ будет

$$\Delta R(t)=\sqrt{\frac{16}{\pi}D\tau_A}, \tag{23}$$

где τ_A определяется формулой (6) с заменой $n_A^{-}(t)$ на $n_B'(t)$. Тогда из (6) и (23) следует, что

$$\Delta R(t)=\frac{a}{n_B'(t)^{1/2}}. \tag{24}$$

Так как аддитивно складываются квадраты диффузионных смещений, то среднее смещение частицы A до рекомбинации будет

$$R_A^{-}(t)=\sqrt{R_B^2(t)+\Delta R^2(t)}. \tag{25}$$

В дальнейшем будем проводить расчет в предположении, что $D_B=D_A$, и поэтому $D=2D_A$ (при $D_B\neq D_A$ ход расчета аналогичен). В этом случае $n_B'(t)=n_A(t)$, и тогда из (6), (24) и (25) получаем

$$R_A(t)=\sqrt{2}\,R_B^{-}(t). \tag{26}$$

Рассмотрим следующую задачу. Пусть в шаровом объеме радиуса ρ находятся диффундирующие частицы, рекомбинирующие на границе этого объема. Тогда, согласно расчету, за время, в течение которого частицы в среднем смещаются на величину ρ, внутри объема устанавливается следующее распределение частиц

$$n(r,\ \vartheta)=\frac{5}{2}\left(1-\frac{r^2}{\rho^2}\right)n(\vartheta), \tag{27}$$

где $n(\vartheta)$ — средняя концентрация частиц, а $n(r,\ \vartheta)$ — их концентрация на расстоянии r от центра в момент времени ϑ. Из (27) следует, что, согласно известной формуле, убыль концентрации

$$\frac{dn(\vartheta)}{d\vartheta}=-4\pi\rho^2 D_A^{-}\left.\frac{dn(r,\ \vartheta)}{dr}\right|_{r=\rho}\frac{n(\vartheta)}{4\pi\rho^3/3}=-\frac{15D_A^{-}}{\rho^2}n(\vartheta). \tag{28}$$

Согласно этой формуле, $n(\vartheta)$ будет убывать экспоненциально. Однако в нашем случае ситуация несколько сложней.

Если бы не было рекомбинации, то (возвращаясь к прежним обозначениям) $d\Delta n_A(t, \vartheta)/d\vartheta=0$. Но это равновесное состояние динамическое, ибо имеющиеся в данный момент флуктуации избыточных частиц стремятся рассасываться, в то время как диффузионные перемещения частиц— восстанавливать их. Но при наличии рекомбинации средняя концентрация частиц $n(\vartheta)$ уменьшается, а вместе с ней и средняя равновесная концентрация избыточных частиц $\Delta n_A(t, \vartheta)$. Величина

$$\Delta n'_A(t, \vartheta)=\sqrt{\frac{3n(\vartheta)}{2\pi a^3}}\, n_A(t)^{3/4}, \tag{29}$$

$$n(\vartheta)=\frac{1}{2}[n_A(\vartheta)+n_B(\vartheta)] \tag{30}$$

имеет смысл средней концентрации частиц. Формула (29) получается из формулы (15) для $\Delta n_A(t, 0)$ заменой в ней $n(0)$ на $n(\vartheta)$.

Вследствие спада $n(\vartheta)$ равновесное состояние системы нарушается, ибо диффузионные перемещения частиц уже не могут компенсировать рассасывание флуктуационного избытка. Поэтому в каждый данный момент ϑ убыль концентрации $\Delta n_A(t, \vartheta)$ будет пропорциональна разности $\Delta n_A(t, \vartheta)-\Delta n'_A(t, \vartheta)$. Поэтому вместо формулы вида (28) получаем, что поток уходящих избыточных частиц A

$$\Delta p(t, \vartheta)=\frac{15D_A}{R_A^2(t)}[\Delta n_A(t, \vartheta)-\Delta n'_A(t, \vartheta)]. \tag{31}$$

В этой формуле $\Delta n_A(t, \vartheta)$ — концентрация избыточных A в момент времени ϑ и $\Delta n'_A(t, \vartheta)$ — их равновесная концентрация, определяемая формулой

$$\Delta n'_A(t, \vartheta)=\sqrt{\frac{2n(\vartheta)}{V(t)}}, \tag{32}$$

где $n(\vartheta)$ — средняя концентрация частиц каждого сорта всей области, в которой протекает рекомбинация. Поэтому

$$n(\vartheta)=\frac{1}{2}[n_A(t, \vartheta)+n_B(t, \vartheta)]. \tag{33}$$

Концентрация избыточных A в $V(t)$ убывает не только от ухода A из $V(t)$, но и от прихода извне, поскольку $D_B=D_A$, такого же количества частиц B. Поэтому

$$\frac{d\Delta n_A(t, \vartheta)}{d\vartheta}=-2\Delta p(t, \vartheta). \tag{34}$$

Из (31) и (34) следует, что в момент времени ϑ

$$\Delta n_A(t, \vartheta)=\Delta n'_A(t, \vartheta)-e^{-\lambda(t)\vartheta}\int\limits_0^{\vartheta} e^{\lambda(t)\vartheta}\frac{d\Delta n'_A(t, \vartheta)}{d\vartheta}d\vartheta, \tag{35}$$

где, согласно (7), (8) и (26),

$$\lambda(t)=\frac{30D_A}{R_A^2(t)}. \tag{36}$$

В начальный момент $\vartheta=0$ имеем очевидное равенство $\Delta n_A(t, 0)=$ $=\Delta n'_A(t, 0)$, а последующая рекомбинация нарушает равновесное состояние. Величины $\Delta n_A(t, \vartheta)$ и $\Delta n'_A(t, \vartheta)$ при этом убывают, но $\Delta n_A(t, \vartheta)$ начинает отставать от равновесной $\Delta n'_A(t, \vartheta)$, ибо для установления равновесия требуется время. При $\vartheta=t$ величина $\Delta n_A(t, t)$ определяет среднюю избыточную концентрацию частиц A в областях, где они преобладают. При $\vartheta = t$ формула (35) принимает следующий вид

$$\Delta n_A(t, t) = \Delta n'_A(t, t) - e^{-\lambda(t)t} \int_0^t e^{\lambda(t)\vartheta} \frac{d\Delta n'_A(t, \vartheta)}{d\vartheta} d\vartheta. \tag{37}$$

Исследуем это уравнение.

3. Асимптотика спада $n_A(t)$

Поскольку $\Delta n_A(t, t) > \Delta n'_A(t, t)$, его асимптотика либо совпадает с асимптотикой $\Delta n'_A(t, t)$, либо она более медленная. Однако равенство исключается, ибо в этом случае, согласно (29), $\Delta n_A(t, t)$ будет спадать, как $n_A(t)^{5/4}$, т. е. быстрей, чем $n_A(t)$. А это означает, что с течением времени влияние флуктуации сводится к нулю.

Предположим, что $n_A(t)$ спадает по гиперболическому закону (21). В этом случае, согласно (3), (4), (21) и (36),

$$\lambda(t) = a\frac{1}{t^\delta}, \tag{38}$$

$$a = \frac{15\pi}{16} pC. \tag{39}$$

Обозначим в (37) подынтегральную функцию через $Q(t, \vartheta)$. Так как первый множитель в нем возрастает экспоненциально, а второй убывает, как степенная функция, то $Q(t, \vartheta)$ при $\vartheta = t$ принимает максимальное значение

$$Q(t, t) = e^{\alpha t^{1-\delta}} \left.\frac{d\Delta n'_A(t, \vartheta)}{d\vartheta}\right|_{\vartheta=t}. \tag{40}$$

Тогда из (37) и (40) при $t \to \infty$ имеет место неравенство

$$\Delta n_A(t, t) < \Delta n'_A(t, t) - e^{-\alpha t^{1-\delta}} \int_0^t Q(t, t)\, d\vartheta = \Delta n'_A(t, t) - \left.\frac{d\Delta n'_A(t, \vartheta)}{d\vartheta}\right|_{\vartheta=t} t. \tag{41}$$

Это неравенство приводит к противоречивому результату, ибо второй член в правой части неравенства имеет ту же асимптотику, что и первый, поскольку $\Delta n_A(t, t)$ спадает, как степенная функция. Как было показано, при $n_A(t) \sim 1/t$, т. е. когда $\delta=1$, ситуация меняется скачком — $\Delta n_A(t, t) \sim t^{-3/4}$ (это следует также из анализа уравнения (37)), что тоже приводит к противоречивому результату.

В связи с этим рассмотрим «промежуточный» случай, когда

$$n_A(t) = C\frac{\ln t}{t}. \tag{42}$$

Этот случай действительно промежуточный, ибо в асимптотическом плане

$$\frac{1}{t^\delta} < \frac{\ln t}{t} < \frac{1}{t}. \tag{43}$$

Тогда вместо формулы (38) получаем, что

$$\lambda(t) = a\frac{\ln t}{t}. \tag{44}$$

В этом случае множитель

$$e^{\lambda(t)t} = t^a, \tag{45}$$

т. е. принимает степенную форму. При учете (29), (42) и (45) получаем, пренебрегая при этом более быстро спадающим членом, что подынтегральная функция

$$Q(t,\ \vartheta)=At^{\alpha\frac{\vartheta}{t}}\left(\frac{\ln t}{t}\right)^{3/4}\frac{(\ln\vartheta)^{1/2}}{\vartheta^{3/4}},\qquad A=\mathrm{const}. \tag{46}$$

При $\vartheta=1$

$$Q(t,\ t)=At^{\alpha-\frac{9}{4}}(\ln t)^{5/4}. \tag{47}$$

Если $\alpha>9/4$, то $Q(t,\ \vartheta)$ максимально при $\vartheta=t$, и тогда снова имеет место неравенство (41). Хотя в этом случае $n_A(t)$ не является чисто степенной функцией, асимптотики обоих членов в (41) совпадают, что, как было отмечено, приводит к противоречивому результату. Поэтому $\alpha \ngtr 9/4$.

Предположим, что $\alpha<9/4$. В этом случае $Q(t,\ t)$ уже не максимально при $\vartheta=t$. А тогда второй член в (37) будет спадать быстрей первого, что опять приводит к противоречивому результату. Следовательно, $\alpha \ngtr 9/4$.

Поэтому остается единственная возможность — $\alpha=9/4$. В этом случае

$$C=\frac{12}{5\pi p}\sim 0.8\,\frac{1}{p}. \tag{48}$$

Таким образом, второе приближение не привело к изменению временной зависимости (42). Конечно, следующее приближение может привести к тому, что C не const, но его зависимость от t будет менее резкой, чем $\ln t$.

4. Асимптотика спада $n_B(t)$ в $V(t)$ и образование скоплений одноименных частиц

Кинетика частиц A и B в $V(t)$ может быть описана уравнениями

$$\frac{dn_A(t)}{dt}=-pn_A(t)\,n_B(t)-\Delta p_A(t), \tag{49}$$

$$\frac{dn_B(t)}{dt}=-pn_A(t)\,n_B(t)+\Delta p_B(t), \tag{50}$$

где $\Delta p_A(t)$ — поток уходящих из $V(t)$ избыточных A и $\Delta p_B(t)$ — поток приходящих извне избыточных B. Так как $D_A=D_B$, то

$$\Delta p_B(t)=\Delta p_A(t). \tag{51}$$

Согласно предыдущему разделу, $n_B(t)$ спадает асимптотически быстрее, чем $n_A(t)$, и поэтому асимптотики $n_A(t)$ и $\Delta n_A(t)=n_A(t)-n_B(t)$ совпадают. Тогда, согласно (42),

$$n_A(t)\sim\Delta n_A(t)\sim\frac{\ln t}{t}. \tag{52}$$

Принимая во внимание (34), получаем, полагая $\vartheta=t\,\bigl(\Delta p_A(t)=\Delta p_A(t,\ t)\bigr)$,

$$\frac{dn_A(t)}{dt}\sim\Delta p_A(t)\sim\frac{\ln t}{t^2}. \tag{53}$$

Поскольку $n_B(t)$ спадает быстрей, чем $n_A(t)$, это означает, что в уравнении (50) асимптотика членов правой его части более «медленная», чем левой его части. Поэтому при $t\to\infty$ уравнение (50) вырождается в более простое $\bigl(\Delta p_A(t)=\Delta p_B(t)\bigr)$

$$pn_A(t)\,n_B(t)=\Delta p_A(t). \tag{54}$$

Тогда из (52)—(54) следует, что

$$n_B(t) \sim \frac{1}{t}. \tag{55}$$

Это означает, что концентрация частиц, которые в $V(t)$ в меньшинстве, убывает, как бы согласно простой схеме бимолекулярной реакции. Более быстрый спад $n_B(t)$, чем $n_A(t)$, означает, что в $V(t)$ начинают преобладать частицы одного сорта, в данном случае сорта A, т. е. возникает процесс кластерообразования одноименных частиц. Их число в скоплениях возрастает из-за роста при этом $V(t)$.

5. Обсуждение результатов

Наши расчеты подтвердили заключение Овчинникова и Зельдовича о решающем влиянии флуктуации на далекие стадии спада реакции вида $A+B=0$ в ее простейшем виде, когда равные количества частиц A и B были распределены вначале статистически равномерно. Согласно их расчету (а позже и ряда других авторов), концентрация частиц $n(t)$, которая вначале убывала согласно схеме простой бимолекулярной реакции, как t^{-1}, переходит в более медленный режим спада $t^{-3/4}$. Однако нами был получен более быстрый закон спада $\ln t/t$, но все же более медленный, чем t^{-1}. Отход реакции от закона t^{-1} в обоих случаях приводит к образованию всевозрастающих кластеров одноименных частиц, как это впервые было высказано Овчинниковым и Зельдовичем. Различие же в законе асимптотического спада $n(t)$ нам кажется в том, что нами учитывалась конечная глубина проникновения до рекомбинации избыточных частиц одного сорта в область частиц другого сорта, что другими авторами во внимание не принималось. Представлял бы большой интерес расчет спада $n(t)$ на ЭВМ на несколько порядков в области асимптотики.

Выражаю благодарность М. В. Фоку за ценные замечания.

Литература

[1] *Smoluchovski M.* Zs. Phys. Chem., 1917, vol. 92, p. 129—137.
[2] *Антонов-Романовский В. В.* ФТТ, 1986, т. 28, № 11, с. 3366—3367.
[3] *Антонов-Романовский В. В.* ФТТ, 1980, т. 22, № 7, с. 2090—2094.
[4] *Антонов-Романовский В. В.* Изв. АН СССР, 1985, т. 49, № 10, с. 2060—2068.
[5] *Ovchinnikov A. A., Zeldovich Ya. B.* Chem. Phys., 1978, vol. 28, N 2, p. 215—218.
[6] *Toussaint D., Wilchek F.* J. Chem. Phys., 1983, vol. 78, N 5, p. 2642—2647.
[7] *Kang K., Redner S.* Phys. Rev. A, 1985, vol. 32, N 1, p. 435—447.
[8] *Соколов И. М.* Письма ЖЭТФ, 1986, т. 44, № 1, с. 3291—3293.
[9] *Антонов-Романовский В. В.* ФТТ, 1983, т. 25, № 11, с. 3291—3293.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
4 июля 1986 г.
В окончательной редакции
5 июня 1987 г.