

УДК 538.115

ДЕФОРМАЦИИ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ ПРИ ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ В СПИРАЛЬНЫЕ МАГНИТНЫЕ СТРУКТУРЫ (НА ПРИМЕРЕ ЕВРОПИЯ)

А. С. Булатов, О. В. Ковалев

Экспериментально установлена значительная деформация монокристалла европия с появлением эффекта тетрагональности в его ОЦК решетке, сопровождающая магнитное упорядочение типа простой спирали. Теоретико-групповым анализом показано, что деформации обусловлены обменным взаимодействием, специфичным для несоизмеримой фазы и исчезающим для соизмеримой.

Предположим, что в кубическом кристалле вследствие фазового перехода возникает несоизмеримая магнитная структура с характерным волновым вектором k вдоль одного из тех направлений, которые в кристаллографическом отношении были эквивалентны в парамагнитной фазе. При этом можно ожидать и появления сопутствующей упругой механической деформации, в симметричном смысле не противоречащей выделению направления вдоль k . В зависимости от k могут «выделяться» поверхностная или объемная диагональ или одно из трех направлений осей четвертого порядка. Будем иметь в виду последний случай и считать, что несоизмеримая структура — магнитная спираль с осью вдоль Z и поворотами моментов в плоскости XU . Так как группа симметрии этой магнитной структуры состоит только из трансляций, то последними в строгом смысле исчерпывается и группа кристаллографической симметрии (расположения атомов). Но возможные нарушения представляют интерес лишь постольку, поскольку они экспериментально наблюдаемы. По-видимому, правильно предположить, что прежде всего должны быть заметны деформации, обусловленные обменным взаимодействием (формально: инвариантами в отношении группы в парамагнитной фазе, содержащими в первой степени компоненты u_{μ} тензора деформации и во второй — компоненты параметрического магнитного копредставления, притом инвариантами, не меняющимися при повороте магнитной плоскости).

Ниже описываются измерения деформации в монокристалле ОЦК европия Eu в области температуры $T \approx 90$ К, при которой, согласно [1], возникает описанная выше магнитная спираль (а, согласно [2, 3], — скачок упругих констант; о других аномалиях см., например, [4, 5]) и дается истолкование экспериментов в рамках феноменологической теории фазовых переходов. Основной результат экспериментов — появление при магнитном упорядочении значительной тетрагональности. Результат теоретического рассмотрения — обменный характер соответствующих магнитоупругих констант, специфичный для спиральной фазы и исчезающих в предельных случаях ферро- и антиферромагнитных фаз, а также необменный характер слагаемых, обуславливающих переход в решетку симметрии ниже тетрагональной.

1. Исследование велось на монокристаллических образцах. Исходным материалом служил поликристаллический европий с содержанием метал-

лических примесей $< 0.5\%$. Процесс приготовления образцов включал прокатку в пластины до размеров $10 \times 5 \times 0.5$ мм, упаковку последовательно в европиевую и ниобий-циркониевую фольги, обезгаживающий отжиг в вакууме $1.2 \cdot 10^{-6}$ мм рт. ст. при температуре 450°C в течение 5—7 часов и рекристаллизационный отжиг в среде спектрально чистого аргона при давлении 150—200 мм рт. ст. и температуре 750°C в течение 250 часов. В результате выростали монокристалльные зерна размером 2—3 мм. Поскольку Eu является активным газовым геттером, особенно по отношению к кислороду и водороду, то образцы транспортировались из камеры отжига через герметичное шлюзовое устройство в камеру монтажа, заполненную аргоном. В ней пластины Eu герметично упаковывались в берилловый контейнер. Таким образом, при монтаже образца на дифрактометре исключалось соприкосновение образца с воздушной атмосферой, его поверхность не загрязнялась примесями. После отжига остаточное отношение $R_{300\text{K}}/R_{4.2\text{K}}$ достигало величины ≈ 170 . На дифрактометре от монокристалла с мозаичностью $\approx 5'$ регистрировалось дифракционное отражение от плоскостей (422) (угол дифракции $2\theta \approx 176^\circ$), что обеспечило измерения межплоскостного расстояния с точностью $\Delta d_i/d_i = \pm 1.10^{-5}$. Детально методика измерений и конструкция криостата описана в [6].

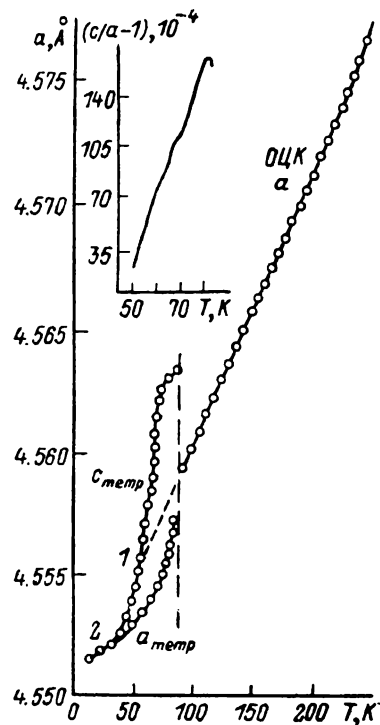
На рисунке приведена температурная зависимость параметра a решетки европия. В парамагнитной фазе наблюдается практически линейная зависимость $a(T)$,

его поверхность не загрязнялась примесями. После отжига остаточное отношение $R_{300\text{K}}/R_{4.2\text{K}}$ достигало величины ≈ 170 . На дифрактометре от монокристалла с мозаичностью $\approx 5'$ регистрировалось дифракционное отражение от плоскостей (422) (угол дифракции $2\theta \approx 176^\circ$), что обеспечило измерения межплоскостного расстояния с точностью $\Delta d_i/d_i = \pm 1.10^{-5}$. Детально методика измерений и конструкция криостата описана в [6].

На рисунке приведена температурная зависимость параметра a решетки европия. В парамагнитной фазе наблюдается практически линейная зависимость $a(T)$,

Температурная зависимость параметров кристаллической решетки.

a — параметр объемно-центрированной кубической (ОЦК) решетки в парамагнитной фазе, $a_{\text{тетр}}$ и $c_{\text{тетр}}$ — параметры тетрагональной ОЦТ решетки в антиферромагнитной геликоидальной фазе. На вставке — температурная зависимость величины тетрагональности.



однако ниже температуры 87.5 ± 0.5 К обнаруживается понижение симметрии решетки: расщепляется дифракционная линия (422), возникает две компоненты (224) и (422) с соотношением интенсивности 1 2. Это указывает на решетку Γ_q^c . На вставке рис. 1 показана температурная зависимость осевого отношения $(c/a-1)$. Вначале это отношение велико, но затем уменьшается. При температуре 35 К компоненты (224) и (422) практически не разрешаются, но дифракционный пик остается несколько уширенным и с асимметричным распределением интенсивности, что свидетельствует о слабой тетрагональности на уровне 10^{-4} . При четырехкратном термоциклировании в интервале 20—100 К температурная зависимость $a=a(T)$ полностью повторялась.

2. В европии угол между магнитными моментами в соседних плоскостях при $T_N=90$ К близок к 53° , при $T=4.2$ К — к 50° , т. е. вектор $k_1=(0, 0, k)$ спирали далек от симметричных значений $k_0=0$ и $k_{1,0}=(0, 0, \pi/\tau)$. В связи с этим воспользуемся предложенной в работе [7] моделью перехода в несоизмеримую структуру. Магнитную плотность записываем в двух формах

$$M(\mathbf{r}) = \sum c_{\alpha_i} e_{\alpha} \varphi_i = \sum c_i \psi_i, \quad (1)$$

где e_{α} — магнитные орты, φ_i — базисные векторы (БВ) перестановочного представления $P(k)$, ψ_i — БВ магнитного копредставления $D_m(K)$, $K=$

$=\{k_1, \dots, k_6\}$ — звезда копредставления. В нашем случае $(\Phi = \text{Im} \mathfrak{M}_a$, позиция $a(0, 0, 0)$ с локальной группой $G(a) = m\bar{3}m$) соответствующие малые копредставления есть $p(k_1) = d_1$, $d_m(k_1) = d_2 + d_3$ группы $G(k_1) + Kh_{25}G(k_1)$, где $G(k_1) = I4mm$, K — оператор комплексного сопряжения, h_i — повороты по [8], d_i — малые неприводимые копредставления (НКП); для части элементов d_i даны в табл. 1 ($d_1 = d_2 \times d_2$, $d_4 = d_2 \times d_3$).

Таблица 1

НКП	h_4	h_{25}	h_{47}		БВ
d_2	1	-1	-1	1	e_x
d_3	-1	1	-1	1	
d_5	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	e_x, e_y

Поясним, почему нужно говорить о НКП, а не о неприводимых представлениях (НП). Физически неприводимые представления — это НКП. Все рассматриваемые ниже НП порождают НКП типа a (совпадают матрицы НП и НКП на унитарных подгруппах). Однако базисы НП и НКП в общем случае различны: из базиса $\{\Psi_j\}$ НП всегда получается два базиса $\{\psi_j\}$ и $\{\psi'_j\}$ НКП типа a

$$\psi_j \sim \Psi_j + a_0 \Psi_j, \quad \psi'_j \sim i(\Psi_j - a_0 \Psi_j), \quad (2)$$

где a_0 — некоторый фиксированный антиунитарный оператор (выше было положено $a_0 = Kh_{25}$). Это обстоятельство существенно при построении базисов из произвольных функций. Лишь на основании физических соображений в некоторых случаях одним из базисов в (2) можно пренебречь (см. ниже).

Для построения и исследования инвариантов нужны матрицы D полных НКП. Приведем только части D' этих матриц, показывающие, как преобразуются БВ, связанные с k_1 и $-k_1$ (табл. 2). В D'_1 и D'_2 строкам соответствуют последовательно БВ ψ_1 и ψ_1^* , в D'_5 — БВ ψ_1, ψ_2, ψ_1^* и ψ_2^* .

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad e = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Далее нам понадобятся БВ НКП. Пусть функция $u(r)$ вещественна, обладает свойством $u(r) = u(r+a)$, а в остальном произвольна. Применяя к $u(r) \exp(ik_1 r)$ оператор проектирования на малое НП τ^1 (порождающее d_1), получим

$$F_1 = \exp(ik_1 r) \sum u(h_i r), \quad i = 1, 14, 4, 15, 26, 37, 27, 40. \quad (3)$$

Из F_1 по (2) находим два БВ φ_1 и φ'_1 НКП d_1 . При этом φ'_1 оказывается состоящей из разностей $u(hr) - u(-hr)$, которые обращаются в нуль в позициях атомов. На этом основании исключаем φ'_1 из рассмотрения. Остается

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 \sim \varphi(r) \exp(ik_1 r); \quad \varphi(r) = \sum v(h_i r); \quad i = 1, \dots, 4, 13, \dots, 16; \\ v(r) = u(r) + u(-r). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Таким образом, сейчас был несколько обобщен введенный в [9] принцип, согласно которому не учитываются БВ, обращающиеся в нуль в позициях атомов.

3. Пусть D_5 — параметрическое НКП. Можно показать, что минимизация суммы Φ инвариантов произвольного порядка, составленных из коэф-

НКП	h_1	h_2	h_{23}	h_{25}
D'_1	e	f	e	f
D'_2	e	$-f$	$-e$	f
D'_5	$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & c \\ c & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & e \\ e & 0 \end{pmatrix}$

коэффициентов $c_j = \rho_j \exp(i\theta_j)$ ($j=1, 2, 3, 4, 5$), относящихся к D_5 , приводит, в частности, к решению

$$M(\mathbf{r}) \sim \sum c_i \psi_i + c_i^* \psi_i^* \sim \varphi(\mathbf{r}) [e_x \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \theta) - e_y \sin(\mathbf{k}\mathbf{r} + \theta)].$$

Это спираль в том смысле, что при $\varphi(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{a})$ сдвиг вдоль Z на τ сопровождается поворотом на $k\tau$ моментов атомов.

4. Оценим инварианты, квадратичные по c_j и линейные по $u_{\mu\nu}$. Их легко получать, выяснив, по каким НП группы $m\bar{3}m$ преобразуются трансляционно инвариантные произведения $c_j c_k^*$ и $u_{\mu\nu}$. Оказывается, что из принадлежащих D_5 величин c_j и диагональных компонент $u_{\mu\mu}$ можно составить инварианты ($u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$)

$$J_1 = (c_1 c_1^* + \dots + c_6 c_6^*) u, \quad J_2 = (c_1 c_1^* + c_2 c_2^*) u_{xx} + (c_3 c_3^* + c_4 c_4^*) u_{yy} + (c_5 c_5^* + c_6 c_6^*) u_{zz}, \\ J_3 = (c_2 c_2^* + c_3 c_3^*) u_{xx} + (c_1 c_1^* + c_4 c_4^*) u_{yy} + (c_4 c_4^* + c_5 c_5^*) u_{zz}.$$

Будем считать, что в энергию эти J_l входят с коэффициентами α_l , и выясним, какие α_l обменные и какие α_l обращаются в нуль при $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \pi/\tau$. Весьма существенно, что для решения этого вопроса нельзя ограничиться рассмотрением лишь параметрического НКП D_5 , а нужно также привлечь НКП D_2 , поскольку его БВ входят в разложение $M(\mathbf{r})$.

Обозначим через c'_i коэффициенты в $M(\mathbf{r})$ при БВ ψ'_i НКП D_2 . Соответственно получим дополнительные инварианты

$$J_4 = (c'_1 c'_1{}^* + \dots + c'_3 c'_3{}^*) u, \quad J_5 = c'_1 c'_1{}^* u_{xx} + c'_2 c'_2{}^* u_{yy} + c'_3 c'_3{}^* u_{zz}.$$

В рассматриваемом случае одного вектора $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1$ в энергию входят части J_l , относящиеся к \mathbf{k}_1 , т. е. в энергию входит сумма

$$S(\mathbf{k}_1) = \alpha_1 (c_1 c_1^* + c_2 c_2^* + c'_1 c'_1{}^*) u + \alpha_3 (c_2 c_2^* u_{xx} + c_1 c_1^* u_{yy} + c'_1 c'_1{}^* u_{zz}) + \\ + (\alpha_4 - \alpha_1) c_1 c_1^* u + \alpha_2 (c_1 c_1^* + c_2 c_2^* + c'_1 c'_1{}^*) u_{xx} + (\alpha_5 - \alpha_2 - \alpha_3) c'_1 c'_1{}^* u_{zz}.$$

При произвольном повороте ортов e_α не меняются выражения в скобках при α_1 и α_2 , так как c_1, c_2 и c'_1 — коэффициенты в $M(\mathbf{r})$ при функциях $e_y \varphi_1, e_x \varphi_1$ и $e_z \varphi_1$ соответственно. Поэтому α_1 и α_2 имеют в основном обменный характер и по модулю велики. Остальные коэффициенты в $S(\mathbf{k}_1)$ неинвариантны относительно поворота ортов и, следовательно, необменные и малы: $\alpha_3 \approx 0, \alpha_4 \approx \alpha_1, \alpha_5 \approx \alpha_2$.

Совершим теперь предельный переход $k \rightarrow 0$ и потребуем, чтобы при этом получилось то же выражение для энергии, какое имеют место, если с самого начала рассматривать случай звезды $\mathbf{K} = 0$. Для последней в роли перестановочного НКП выступает единичное $T^1(\mathbf{K} = 0) = D_1(\mathbf{K} = 0)$ группы $Im\bar{3}m$. Преобразующая по $D_1(\mathbf{K} = 0)$ функция совпадает с $v(\mathbf{r})$ из (4), если на $v(\mathbf{r})$ наложить условия: $v(\mathbf{r}) = v(h_3 \mathbf{r}) = v(h_3 \mathbf{r})$ при $k \rightarrow 0$. (Если $M(\mathbf{r})$ считать δ -образной, указанные условия выполняются автоматически; в общем случае, как и условие $\varphi'_1 = 0$, его приходится навязывать).

Переход $k \rightarrow 0$ сопровождается переходами $c_1, c_1^* \rightarrow M_y, c_2, c_2^* \rightarrow M_x, c'_1, c'_1{}^* \rightarrow M_z$,

$$S(\mathbf{k}_1) \rightarrow S(\mathbf{M}) = \alpha_1 M^2 u + \alpha_3 (M_x^2 u_{xx} + M_y^2 u_{yy} + M_z^2 u_{zz}) + (\alpha_4 - \alpha_1) M_z^2 u + \\ + \alpha_2 M^2 u_{xx} + (\alpha_4 - \alpha_2 - \alpha_3) M_z^2 u_{zz}.$$

где M_α — компоненты вектора ферромагнетизма. Если же исходить из звезды $\mathbf{K} = 0$, то получим всего два инварианта: $M^2 u$ и $M_x^2 u_{xx} + M_y^2 u_{yy} + M_z^2 u_{zz}$. Отсюда следует, что при $k \rightarrow 0$ обращается в нуль обменный коэффициент α_2 .

Аналогично можно показать, что $\alpha_2 \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \pi/\tau$. Кроме того, имеется инвариант с недиагональными $u_{\mu\nu}$. Он необменный, им и необменным J_3 пренебрегаем. Не рассматриваем также J_4 и J_5 , поскольку ограничиваемся случаем простой спирали.

То обстоятельство, что α_2 — обменный коэффициент, объясняет значительную деформацию в Eu. Отметим также, что из факта обращения α_2 в нуль при $k=0, \pi/\tau$ следует, что при теоретическом рассмотрении неизомеримых структур нельзя ограничиваться инвариантами, построенными для точек высокой симметрии в k -пространстве (даже если используется модель с производными по координатам).

5. Определим $u_{\mu\mu}$, обусловленные магнитным переходом. Для случая $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $2\delta = \pi$ запишем энергию с учетом магнитоупругих инвариантов

$$\Phi = \frac{1}{2} \rho^2 [a_1 + a_2 u_{zz} + a_3 (u_{xx} + u_{yy})] + \frac{1}{4} K \rho^4 + \frac{1}{2} \Lambda u^2 + \delta (u_{yy} u_{zz} + u_{xx} u_{zz} + u_{xx} u_{yy}), \quad (5)$$

где $a_2 - a_3 = \alpha_2$, $a_3 = \alpha_1$, K — некоторый коэффициент. Минимизируя (5) по ρ и $u_{\mu\mu}$, найдем, что

$$u_{zz} = -\rho^2 \frac{(2\Lambda + \delta)(a_3 - a_2) + \delta a_3}{2\delta(3\Lambda + 2\delta)}, \quad u_{xx} = u_{yy} = \rho^2 \frac{\Lambda(a_3 - a_2) - \delta a_2}{2\delta(3\Lambda + 2\delta)}, \quad (6)$$

$$\rho^2 = -\frac{a_1}{K(1 + \chi)}, \quad \chi = \frac{2\Lambda(a_3 - a_2)^2 + \delta(a_2 - 4a_3)a_2}{2K\delta(3\Lambda + 2\delta)}. \quad (7)$$

Значение Φ в минимуме равно

$$\Phi_m = -\frac{a_1^2}{4K(1 + \chi)}. \quad (8)$$

Для оценки Λ и δ воспользуемся данными [2] для поликристаллического европия, экстраполируем их на монокристалл и примем, что $\lambda_{xxxx} - \lambda_{xxyy} - 2\lambda_{xyxy} = 0$. Найдем, что $\Lambda = 2.55$, $\delta = -1.84$ в единицах 10^{-11} дин/см² и далее

$$u_{zz} = q^2 \rho^2 [3.26(a_3 - a_2) - 1.84a_3], \quad u_{xx} = -q^2 \rho^2 [2.55(a_3 - a_2) + 1.84a_2], \quad (9)$$

где $2\delta(3\Lambda + 2\delta)q^2 = -1$. Данные эксперимента ($u_{zz} > 0 > u_{xx}$) и (6) заставляют принять, что $a_3 - a_2 > 0$. На основании данных рисунка при оценке можно принять вблизи 90 К, что $u \approx 0$ и, следовательно, $a_2 + 2a_3 \approx 0$.

Значения $u_{\mu\mu}$ для ферромагнитной фазы (неважно, имеет или не имеет она место в европии) получаются из (9) при $a_2 = a_3$

$$u_{zzf} = u_{xxf} = \delta \rho^2 q^2 a_{3f} \approx -2\rho^2 q^2 a_{3f}. \quad (10)$$

Эти значения можно считать характерными для ферромагнетиков. Хотя значения a_3 для спиральной и ферромагнитной фаз, безусловно, различны, тем не менее из (9), (10) следует, что вполне реальна ситуация, при которой u_{zz} в (9) заметно больше u_{zz} в (10). Подчеркнем также, что разность $\Delta u = u_{zz} - u_{xx}$ для спиральной фазы — величина того же порядка, что и, например, u_{xx} .

Проверим, не противоречат ли теоретические выводы «треугольнику» на рисунке между кривыми $c_{\text{тегр}}$ и $a_{\text{тегр}}$. В точке I пересечения $c_{\text{тегр}}$ с продолжением прямой $a_{\text{куб}}$ имеем $u_{zz} = 0$. Приняв это равенство в качестве определяющего, получим для точки I

$$u_{xxI} = -\frac{\rho^2 a_3}{2(2\Lambda + \delta)}, \quad \left(\frac{\Delta V}{V}\right)_I = u = 2u_{xxI}.$$

т. е. $u_{xx} < 0$, $\Delta V < 0$. Такие же неравенства имеют место в точке 2 схождения кривых $c_{\text{тегр}}$ и $a_{\text{тегр}}$. Движение от температуры фазового перехода к точке 2 на плоскости параметров a_2 и a_3 соответствует перемещение от некоторой точки на прямой $2a_3 = -a_2$ к какой-то точке на прямой $a_3 = a_2$. Всюду $a_3 > 0$, а в некоторой точке P $a_2 = 0$. В этой точке $u_{zzP} > 0$, $u_{xxP} < 0$.

Полученные заключения о знаках $u_{\mu\mu}$ и ΔV согласуются с рисунком. При этом под $u_{\mu\mu}$ понимались отклонения от значений, которые имели бы компоненты тензора деформаций при отсутствии магнитного упорядочения. Коэффициенты a_j можно выразить через производные обменных взаимодействий атомов по расстоянию.

6. Формулы (5)—(10) применимы несколько ниже точки перехода, но они не указывают на скачок $u_{\mu\mu}$ и на то, что переход экспериментально выглядит как переход первого рода. Мы предполагаем, что срыву на переход первого рода весьма содействует сильная тетрагональность спиральной фазы. Когда a_1 становится отрицательным, образуются малых размеров зародышевые области с магнитным упорядочением и хаотическим распределением растяжений по трем кристаллографическим осям C_4 . Корреляции чисто магнитного характера между зародышами незначительны как в силу короткодействия обменных сил, так и ввиду отсутствия магнитных моментов у зародышей. Но ввиду значительных растяжений вдоль осей спиралей возникают сильные механические напряжения, что приводит к эффективным значениям Λ и δ , отличающимся от таковых вдали от точки фазового перехода и препятствующим возрастанию ρ . При сближении границ зародышей в некоторый момент оси спиралей выстраиваются в одном направлении, Λ и δ принимают обычные значения, u_{zz} испытывает скачок, ρ резко возрастает, что может быть экспериментально принято за скачок.

Разумеется, возможно стандартное объяснение скачка ρ в рамках, например, теории, описанной в [10] (условие: $K(1+\chi) < 0$). Однако получающийся результат — обратная пропорциональность скачка ρ коэффициенту при инварианте 6-го порядка — представляется парадоксальным.

Несколько слов о левой вершине «треугольника» на рисунке. Разность Δu зависит от температуры уже хотя бы из-за изменения расстояний между атомами. В европии она, в частности, обращается в нуль около 35 К. В нуль обращается и энергия, пропорциональная $(\Delta u)^2$, так что на первый план выступает магнитное взаимодействие. Возможно, при 35 К появляется доменная структура, обеспечивающая кубичность при более низких температурах.

Л и т е р а т у р а

- [1] Nereson N. G., Olsen C. E., Arnold G. P. Phys. Rev., 1964, vol. 135, N 1a, p. A176—179.
- [2] Бурханов А. М., Гражданкина Н. П., Факидов И. Г. ФТТ, 1967, т. 9, № 3, с. 748—749.
- [3] Rosen M. Phys. Rev., 1968, vol. 166, N 2, p. 561—564.
- [4] Cohen R. L., Hüfner S., West K. W. Phys. Rev., 1969, vol. 184, N 2, p. 263—270.
- [5] Барский И. М., Боярский Л. А., Диковский В. А. ФТТ, 1974, т. 15, № 10, с. 3092—3096.
- [6] Булатов А. С., Долженко В. Ф. ПТЭ, 1985, № 5, с. 206—208.
- [7] Ковалев О. В. ФТТ, 1965, т. 7, № 1, с. 103—110.
- [8] Ковалев О. В. Неприводимые представления пространственных групп. Киев: Изд-во АН УССР, 1961. 154 с.
- [9] Ковалев О. В. ФТТ, 1963, т. 5, № 12, с. 3156—3163.
- [10] Изюмов Ю. А., Сыромятников В. Н. Фазовые переходы и симметрия кристаллов. М.: «Наука», 1984. 248 с.

Харьковский
физико-технический институт
АН СССР
Харьков

Поступило в Редакцию
22 апреля 1987 г.
В окончательной редакции
12 августа 1987 г.