УДК 537.311.322; 548 537.611.47

ВЛИЯНИЕ ДОМЕННЫХ СТЕНОК НА ПОДВИЖНОСТЬ НОСИТЕЛЕЙ ТОКА В ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Б. В. Егоров

Теоретически рассмотрен вклад, вносимый доменными стенками в подвижность носителей тока в ферромагнитных полупроводниках. В рамках приближения среднего поля для спинов магнитных атомов доменная стенка представляет собой потенциальный барьер для электронов, который электроны с малыми энергиями могут преодолеть только путем туннелирования. Вычислена низкоэнергетическая асимптотика коэффициента прохождения через барьер и для невырожденного электронного газа определена подвижность в случае, когда длина свободного пробега электронов не меньше толщины стенки.

Рассеяние носителей, обусловленное доменными стенками, и вклад этого рассеяния в сопротивление многодоменных ферромагнитных металлов подробно исследовались в ряде работ [1-5]. Влияние доменных стенок в основном связывалось с изменением траекторий движения электронов в поле с неоднородной магнитной индукцией. В отличие от металлов в полупроводниках, как правило, определяющим является s—f-обменное взаимодействие, приводящее из-за расщепления зоны по спину к тому, что при низких температурах практически все электроны имеют одинаковое направление спина, коллинеарное намагниченности. Поэтому в разных доменах спины электронов различны и при переходе из одного домена в другой электрону необходимо повернуть свой спин. При этом в области стенки неизбежно увеличение энергии электронов, связанное как с возможной здесь неколлинеарностью их спинов и намагниченности, так и с изменением амплитуд обеих спинорных компонент их волновых функций, т. е. доменная стенка представляет собой потенциальный барьер, необычный в том смысле, что соответствующий оператор недиагонален по спиновым переменным.

В работе рассмотрено уравнение Шредингера для электрона в s—f-обменном поле, создаваемым спинами магнитных атомов, соответствующими двухдоменному ферромагнетику. Исключением переменных, связанных с поворотом спина электрона в определенном приближении, оно сводится к уравнению Шредингера для бесспиновой частицы в потенциале с барьером в области стенки. В случае, когда высота барьера велика по сравнению с характерной энергией носителей, прохождение электронов через этот барьер носит характер квантового туннелирования, что может существенно повлиять на транспортные свойства электронов в полупроводнике при низких температурах. Для определения вклада междоменного туннелирования в подвижность вычисляется коэффициент прохождения для малых энергий; поскольку при уменьшении характерной энергии электрона коэффициент прохождения уменьшается, то это ведет к росту сопротивления, вносимого доменными стенками при понижении температуры при независимой от температуры концентрации носителей (если электронный газ невырожден).

Уравнение Шредингера. Волновую функцию электронов будем определять из уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi_\nu-\sum_{\nu'}A\,(\mathbf{S}\,(\mathbf{r})\,\mathbf{s}_e)_{\nu\nu'}\psi_{\nu'}=E\psi_\nu. \tag{1}$$

Индекс ν ($\nu=1$, 2) нумерует спинорные компоненты плавной огибающей ψ_ν (r) блоховских функций электрона. S (r) — вектор спина магнитных атомов, усредненный по макроскопическому объему, значительно меньшему характерных размеров неоднородности S (r), определяемых толщиной доменной стенки.

В записи формулы (1) не учтены квантовые флуктуации спинов магнитных атомов (т. е. образование магнитных поляронов [6-9]). Они могут лишь незначительно изменить (при $A<0$) эффективную массу носителей в меру малости параметра $|A|/(\Delta E+2|A|S)$ (ΔE — величина порядка ширины зоны проводимости), который мы будем считать малым. Ограничимся также низкими температурами $T\ll T_c$ и пренебрежем тепловыми флуктуациями S (r). Векторы S (r) ‖ M (r) (M — намагниченность) определяются доменной структурой рассматриваемого магнетика. Для простоты ограничимся случаем, когда в стенке изменяется только направление S, но не его модуль $|\mathbf{S}|=S=\mathrm{const}$ (т. е. величина магнитной анизотропии не слишком велика).

Для решения уравнения (1) удобно выразить волновую функцию электрона ψ_ν (r) в новых переменных, введенных в [10]

$$\left.\begin{aligned}\psi_1(\mathbf{r})&=\rho\cos\frac{\theta}{2}e^{i\,(\varphi_1-\varphi_2/2)},\\ \psi_2(\mathbf{r})&=\rho\sin\frac{\theta}{2}e^{i\,(\varphi_1+\varphi_2/2)}.\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

В (2) вместо двух комплекснозначных компонент электронного спинора введены четыре вещественные функции r, причем $\rho^2=|\psi_1|^2+|\psi_2|^2$ — плотность вероятности, а направление единичного вектора $\mathbf{n}\,(n_z=\cos\theta,\ n_y=\sin\theta\cos\varphi_2,\ n_x=\sin\theta\cos\varphi_2)$, определяемого углами θ, φ_2 некоторой сферической системы координат, ось Z которой является осью квантования спина, совпадает с направлением вектора, определяемого матричным элементом $\sum_{\nu,\nu'}\langle\psi_\nu(\mathbf{r}')\,|\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,\mathbf{s}_{e\nu\nu'}\,|\,\psi_{\nu'}(\mathbf{r}')\rangle$, т. е. определяет направление «локального» спина электрона в точке r.

Уравнение (1) в переменных (2) примет вид системы уравнений

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\rho+\frac{\hbar^2}{2m}\rho\left[(\nabla\sigma)^2+\frac{1}{4}(\nabla\theta)^2+\frac{1}{4}\sin^2\theta\,(\nabla\varphi_2)^2\right]-A\mathbf{S}\mathbf{n}\rho=E\rho, \tag{3а}$$

$$\nabla(\rho^2\nabla\sigma)=0,\quad \nabla\sigma=\nabla\varphi_1-\frac{\cos\theta}{2}\nabla\varphi_2,$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{2}\Delta\theta\rho-(\nabla\sigma\nabla\varphi_2)\sin\theta\rho-\frac{1}{2}\cos\theta\sin\theta\rho\,(\nabla\varphi_2)^2+\\&+\nabla\theta\nabla\rho-\rho l^{-2}\cos\theta_0\sin\theta+\rho l^{-2}\sin\theta_0\cos\theta\cos(\varphi_2-\varphi_0)=0,\\&\nabla\rho\nabla\sigma+\cos\theta\,(\nabla\varphi_2\nabla\theta)\rho+\sin\theta\,(\nabla\varphi_2\nabla\rho)+\\&+\frac{\rho}{2}\sin\theta\Delta\varphi_2-\rho l^{-2}\sin\theta\sin(\varphi_2-\varphi_0)=0.\end{aligned}\right\} \tag{3б}$$

В формулах (3) $l=(\hbar^2/2m\,|A|\,S)^{1/2}$ определяет характерную длину, на которой спин электрона подстраивается под направление намагниченности S (r), определяющееся углами θ_0 (r) и φ_0 (r); σ (r) в классическом пределе совпадает с функцией действия.

Второе уравнение в формуле (3а) является условием непрерывности плотности потока вероятности. Уравнения (3) эквивалентны при любых S (r) исходному уравнению Шредингера (1). Рассмотрим их решения в случае ферромагнетика, состоящего из двух доменов, направления намагниченности в которых составляют между собой угол $\Delta\varphi$. Пусть ось Z перпендикулярна плоскости доменной стенки, а вектор намагниченности изменяется в плоскости $\theta_0=\pi/2$, $\varphi_0(-\infty)=-\Delta\varphi/2$, $\varphi_0(\infty)=\Delta\varphi/2$. Фактически ось квантования спина Z может быть связана с плоскостью доменной стенки любым другим способом и результат от этого не зависит. Предположим также, что потенциальный барьер $V(z)$ характеризуется малым отношением $V_{\max}2ma^2/\hbar^2$, a — его характерный размер, тогда в уравнениях (3б) можно пренебречь членами $d\rho/dz$ и переписать их в виде

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2}\frac{d^2\theta}{dz^2}-\frac{1}{2}\cos\theta\sin\theta\left(\frac{d\varphi_2}{dz}\right)^2+\frac{1}{l^2}\cos\theta\cos(\varphi_2-\varphi_0)-\\ &\qquad-\frac{d\sigma_z}{dz}\frac{d\varphi_2}{dz}\sin\theta=0,\\ &\frac{d\sigma_z}{dz}\frac{d\theta}{dz}+\cos\theta\frac{d\varphi_2}{dz}\frac{d\theta}{dz}+\frac{1}{2}\sin\theta\frac{d^2\varphi_2}{dz^2}-\\ &\qquad-\frac{1}{l^2}\sin(\varphi_2-\varphi_0)=0,\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

где $\sigma_z(z)=\sigma-k_xx-k_yy$, а k_x, k_y — компоненты квазиимпульса по осям, параллельным доменной стенке, вдоль которых сохраняется трансляционная инвариантность.

Решая уравнения (4) относительно $\theta(z)$ и $\varphi_2(z)$ и подставляя полученные решения в (3а), сведем задачу к эффективному уравнению типа уравнения Шредингера для бесспиновой частицы с волновой функцией

$$\tilde{\psi}(\mathbf{r})=\rho\exp i(\sigma_z(z)+k_xx+k_yy)$$

в некотором потенциале, определяемом $\theta(z)$, $\varphi_2(z)$, $\varphi_0(z)$.

Эффективный потенциал. При решении уравнений (4) ограничимся рассмотрением электронных состояний с энергиями, значительно меньшими $|A|S$, что соответствует $k_Б T \ll |A|S$. В этом случае $|d\sigma_z/dz|\sim|k_z|\ll l^{-1}$, и члены, содержащие $d\sigma_z/dz$ в (4), можно считать малыми. При выполнении противоположного условия электронный спектр может быть получен из (1) по теории возмущений, этот случай тривиален и здесь рассматриваться не будет.

Уравнения (4) необходимо дополнить граничными условиями, отражающими коллинеарность спина электрона намагниченности вдали от доменной стенки, т. е. $\theta(\pm\infty)=\pi/2$, $\varphi_2(-\infty)=-\Delta\varphi/2\operatorname{sign}A$, $\varphi_2(\infty)=$ $=\operatorname{sign}A\;\Delta\varphi/2$.

Решение (4) можно получить для двух противоположных предельных случаев отношения длины подстройки l к толщине доменной стенки l_w.

При $l_w\gg l$ направление $\mathbf{n}$ адиабатически следует направлению намагниченности и, согласно (4),

$$\theta=\frac{\pi}{2}+O\left(\frac{l^2}{l_w^2}\right),\quad \varphi=\varphi_0(z)+\frac{\operatorname{sign}Al^2}{2}\frac{d^2\varphi_0(z)}{dz^2}.\tag{5}$$

Подставляя эти выражения в уравнения (3а), получим, что они эквивалентны уравнению Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\tilde{\psi}-|A|S\tilde{\psi}+\frac{\hbar^2}{8mS^2}\tilde{\psi}\left(\frac{dS}{dz}\right)^2+\frac{\hbar^2l^2}{4mS^4}\times$$
$$\times\left[\left(\frac{d^2S}{dz^2}\right)^2-\left(\frac{dS}{dz}\right)^4\right]\tilde{\psi}=E\tilde{\psi},\tag{6}$$

из которого (3а) получаются, если отделить в нем вещественную и мнимую части. Выражение (6) справедливо не только в тех случаях, когда $\mathbf{S}(\mathbf{r})$ изменяется в одной плоскости, но и в общем случае. Учет малых членов $\sim d\sigma_z/dz$ в уравнениях (4) приводит к небольшой перенормировке эффективной массы в области стенки $1/m\to(1/m)(1+l^2(d\mathbf{S}/dz)^2/2S^2)$.

При $l_w\ll l$, когда в области доменной стенки происходит быстрый разворот намагниченности, решения уравнений (4) можно получить, считая

$\varphi_0 = \mathrm{const}$ справа и слева от стенки и сшивая полученные выражения. В результате получим

$$\left.\begin{aligned} &\theta(x) = \frac{\pi}{2}, \\ &\varphi_2(z) = \operatorname{sign} A\left[\frac{\Delta\varphi}{2} - 4 \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\frac{\Delta\varphi}{8} e^{-\sqrt{2} z/l}\right)\right], \quad z > 0, \\ &\varphi_2(z) = \operatorname{sign} A\left[-\frac{\Delta\varphi}{2} + 4 \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\frac{\Delta\varphi}{8} e^{\sqrt{2} z/l}\right)\right], \quad z < 0, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где $z = 0$ соответствует середине доменной стенки.

Подставляя $\theta(z)$ и $\varphi_2(z)$ в (3б), получим эквивалентное уравнение Шредингера для бесспиновой частицы в виде

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\tilde{\psi} - |A|S\tilde{\psi} + \frac{\hbar^2}{ml^2}\sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{4} e^{-\sqrt{2}|z|/l}\right)\tilde{\psi} = E\tilde{\psi}. \tag{8}$$

Формулы (6) и (8) справедливы только для состояний вблизи дна зоны проводимости, когда $k_z^2 \ll \max[l^{-2}, l_w^{-2}]$, т. е. для них доменная стенка представляет собой классически непроницаемый потенциальный барьер, прохождение сквозь который связано с квантовым туннелированием.

Коэффициент прохождения и подвижность. Вычислим коэффициент прохождения через потенциальный барьер $V(z)$, образуемый стенкой, для медленных электронов, когда выполнено условие $E_1 = E + |A| S - \hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)/2m \ll V(0)$, сначала для кристаллов, в которых выполнено условие $l \ll l_w$. В этом случае для $V(z)$ необходимо пользоваться формулой (7). Имея в виду, что при малой магнитной анизотропии зависимость $\mathbf{S}(z)$ задается формулой [11]

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_0(z) = \frac{2\Delta\varphi}{\pi} \operatorname{arctg}\exp[z/l_w], \tag{9}$$

$\Delta\varphi = \pi$ для 180° доменов и $\Delta\varphi = \pi/2$ для 90° доменов, получим в главном приближении по l^2/l_w^2 из (6)

$$V(z) = \frac{\hbar^2 \Delta\varphi^2}{2m\pi^2 l_w^2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 z/l_w}. \tag{10}$$

Для потенциала (10) коэффициент прохождения вычисляется точно и его низкоэнергетическая асимптотика определяется выражением [12]

$$D = \frac{\pi^2 k_z^2 l_w^2}{\operatorname{ch}^2\left(\frac{\pi}{3}\sqrt{\left(\frac{2\Delta\varphi}{\pi}\right)^2 - 1}\right)}, \quad \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} = E_1. \tag{11}$$

В противоположном предельном случае $l \gg l_w$, когда значение потенциала задается формулой (8), найти величину D точно в аналитическом виде нельзя. Однако мы оценим его низкоэнергетическую асимптотику, основываясь на численной малости, связанной с тем, что в зависимости $V(z)$ от угла между направлениями намагниченности в разных доменах $\Delta\varphi$ эта величина входит с малым коэффициентом $1/4$. Поэтому оценку D можно получить, вычисляя ее для малых $\Delta\varphi$, пользуясь теорией возмущений, и продлевая зависимость на значения $\Delta\varphi = \pi/2$ и π, вносимую погрешность при этом можно оценить также в духе теории возмущений.

Исключая из уравнения (8) переменные x и y и интегрируя по z, преобразуем (8) к виду

$$\left.\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial z}\right|_{z_1} - \left.\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial z}\right|_{z_2} = \frac{2m}{\hbar^2}\int_{z_2}^{z_1}[V(z) - E_1]\tilde{\psi}\,dz, \quad z_1 > 0 > z_2. \tag{12}$$

Поскольку $E_1 \ll V(0)$, то в интеграле можно пренебречь E_1. Считая функцию $\tilde{\psi}(z)$ медленной, разложим ее под интегралом, оставляя два первых члена

$$\int_{z_2}^{z_1} V(z)\tilde{\psi}(z)\,dz \approx \tilde{\psi}(0)\int_{z_2}^{z_1} V(z)\,dz + \frac{1}{2}\tilde{\psi}''(0)\int_{z_2}^{z_1} z^2 V(z)\,dz \approx$$

$$\approx \tilde{\psi}(0)\left[\int_{z_2}^{z_1} V(z)\,dz + \frac{mV(0)}{\hbar^2}\int_{z_2}^{z_1} V(z)\,z^2 dz\right]. \qquad (13)$$

При малых $\Delta\varphi$ (а $V \sim \Delta\varphi^2$) второе слагаемое в (13) можно считать поправкой высшего порядка малости. Ограничиваясь только первым слагаемым, полагая $k_z^{-1} \ll z_1 \ll l$, $k_z^{-1} \ll |z_2| \ll l$ и принимая во внимание, что при таких значениях координат можно считать $\tilde{\psi}(z_2) = Be^{ik_z z_2}$, $\tilde{\psi}(z_1) = e^{ik_z z_1} + Ce^{-ik_z z_1}$, найдем из (12), (13) условия непрерывности $\tilde{\psi}$ и $\tilde{\psi}'$

$$D = |B|^2 = \frac{\hbar^2 k_z^2}{64m\,|A|\,S\,\sin^4\Delta\varphi/4}. \qquad (14)$$

Оценим поправки, вносимые следующим членом разложения по $\Delta\varphi$, в случае, когда они максимальны, т. е. при $\Delta\varphi = \pi$. При этом отношение

$$mV(0)\int_{-\infty}^{\infty} V(z)\,z^2 dz \Big/ \hbar^2 \int_{-\infty}^{\infty} V(z)\,dz \approx {}^1/_8 \ll 1,$$

т. е. вклад следующих членов численно мал и они не могут существенно изменить полученное значение D даже при $\Delta\varphi = \pi$.

Считая электронный газ невырожденным и вычисляя поток носителей, проходящих через стенку, используя формулы (11), (14), можно получить формулу для компоненты плотности тока, перпендикулярной стенке,

$$\left.\begin{aligned} j = \beta U, \quad \beta &= \frac{e^2 n\,(k_Б T)^{1/2}\,\pi^{3/2} l_w^2 m^{1/2}}{2\hbar^2\,\mathrm{ch}^2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\left(\frac{2\Delta\varphi}{\pi}\right)^2 - 1}\right)}, \quad l_w \gg l, \\ \beta &\approx \frac{e^2 n\,(k_Б T)^{1/2}}{m^{1/2}\,128\sqrt{\pi}\,|A|\,S\,\sin^4\Delta\varphi/4}, \quad l \gg l_w, \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

где n — концентрация носителей, U — падение напряжения на стенке. Дополнительное сопротивление, вносимое стенками, приводит к появлению в выражении для обратной подвижности μ^{-1} слагаемого μ_1^{-1},

$$\mu_1^{-1} = en/\beta l_0, \qquad \mu^{-1} = \mu_0^{-1} + \mu_1^{-1}, \qquad (16)$$

где l_0 — среднее расстояние между доменными стенками, μ_0^{-1} — обратная подвижность, связанная с другими механизмами рассеяния. Поскольку $\beta \sim T^{1/2}$, то вклад доменных стенок в сопротивление увеличивается при понижении температуры и при низких температурах в достаточно совершенных кристаллах может быть сравним с вкладом других механизмов, стремящимся при $T \to 0$ к конечному пределу.

Для типичных значений параметров широкозонных магнитных полупроводников $l_w \sim 10^{-6}$ см, а значения l меньше или в крайнем случае того же порядка, поэтому, как правило, $l_w > l$. Из формул (15) и (16) для $\Delta\varphi = \pi$, $l_w = 10^{-6}$ см, $m = 0.5\,m_0$ для пластинки толщиной 0.1 см ($l_0 \sim 10^{-3}$ см) и $T = 5$ К получаем $\mu_1 = 1$ м^2/В·с.

Автор благодарен М. А. Кривоглазу за обсуждение и ценные замечания.

Литература

[1] *Захаров Ю. В., Маньков Ю. И., Хлебопрос Р. Г.* ЖЭТФ, 1973, т. 65, № 1, с. 242—248.
[2] *Хлебопрос Р. Г., Захаров Ю. В., Маньков Ю. И.* ФТТ, 1974, т. 16, № 1, с. 115—121.
[3] *Захаров Ю. В., Маньков Ю. И., Титов Л. С.* ФНТ, 1986, т. 12, № 3, с. 408—416.

[4] *Cabrera G. G., Falikov L. M.* Phys. St. Sol. (b), 1974, vol. 61, N 2, p. 539—549.
[5] *Cabrera G. G.* J. Phys. F, 1977, vol. 7, N 5, p. 827—836.
[6] *Изюмов Ю. А., Медведев М. В.* ЖЭТФ, 1970, т. 59, № 8, с. 553—560.
[7] *Shastry B. S., Mattis D. C.* Phys. Rev. B, 1981, vol. 24, N 9, p. 5340—5348.
[8] *Allan S. R., Edwards D. M.* J. Phys. C: Sol. St. Phys., 1982, vol. 15, N 11, p. 2151—2163.
[9] *Auslender M. I., Irkhin V. Yu., Katsnelson M. I.* J. Phys. C: Sol. St. Phys., 1984, vol. 17, N 2, p. 669—681.
[10] *Egorov B. V., Krivoglaz M. A.* Phys. St. Sol. (b), 1978, vol. 86, N 2, p. 781—794.
[11] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
[12] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1974. 752 с.

Институт металлофизики АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
24 сентября 1987 г.