УДК 537.312.62

ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ВТОРОГО РОДА

А. Вл. Гуревич

Рассмотрена вольт-амперная характеристика (ВАХ) сверхпроводников второго рода с макроскопическими случайными неоднородностями в локальной плотности критического тока. Показано, что такие неоднородности приводят к нелинейности ВАХ, причем в случае больших электрических полей E связанная с неоднородностями добавка к ВАХ является универсальной функцией E, пропорциональной $\ln E$ и $E^{-1/2}$ для трех и двумерного случаев соответственно. Ситуация при малых E рассмотрена в рамках самосогласованной теории среднего поля, которая приводит к линейной ВАХ в этой области E. Найдены перенормировки средних проводимости и плотности критического тока, обусловленные макронеоднородностями.

Неоднородности в сверхпроводниках второго рода приводят к размытию резистивного перехода, проявляющемуся в нелинейности их вольт-амперных характеристик (ВАХ) в слабых электрических полях. При теоретическом описании этого участка ВАХ используются два подхода. Первый основан на рассмотрении динамики вихревой решетки в рамках уравнений нестационарной сверхпроводимости с неоднородными константой электрон-фононного взаимодействия и электронной длиной свободного пробега [1]. Это позволяет описать ВАХ сверхпроводников со слабым пиннингом, когда деформация вихревой решетки является малой.

Другой подход применяется при описании ВАХ жестких сверхпроводников [2-5], для которых последовательная теория динамики магнитного потока отсутствует. Здесь рассматривается вязкое [6] движение вихря под действием однородного транспортного тока в некотором эффективном среднем поле, созданным другими вихрями и статистически распределенными центрами пиннинга. В этом случае ВАХ выражается через неизвестную заранее функцию распределения сил пиннинга, которая затем выбирается из тех или иных качественных соображений [2-5]. Этот подход не учитывает корреляцию в положении вихрей, в частности, образование пространственной «сетки» каналов, по которым в основном движутся вихри в неоднородном сверхпроводнике, и связанную с этим существенную неоднородность локальной плотности транспортного тока.

В настоящей работе рассматривается ВАХ сверхпроводников с сильным пиннингом, модулированным крупномасштабными (по сравнению с периодом вихревой решетки) слабыми случайными неоднородностями. Такие неоднородности, характерные, например, для жестких сверхпроводников, гранулированных пленок, сверхпроводящих керамик, могут быть обусловлены дислокационными сетками, вариациями химического состава, включениями другой фазы, макроскопическими полостями и т. д. [7, 8]. В этом случае микроструктура вихревой решетки несущественна, что позволяет не рассматривать конкретные механизмы ее динамики и пиннинга, а ограничиться задачей о стационарном распределении токов в случайно-неоднородной среде с нелинейной зависимостью плотности тока $\mathbf{j}$ от электрического поля $\mathbf{E}$ вида

$$j_i = j_c^{ik}(\mathbf{r})\frac{E_k}{|\mathbf{E}|} + \sigma_{ik}E_k, \tag{1}$$

где j_c^{ik} —компоненты локальной плотности критического тока, обусловленные мелкомасштабной частью силы пиннинга и являющиеся случайными функциями координат $\mathbf{r}$; σ_{ik} — тензор проводимости. Целью работы является нахождение усредненной ВАХ всего сверхпроводника.

1. Основные уравнения. Сильные поля

Рассмотрим слабонеоднородный сверхпроводник в сильном поперечном магнитном поле $\mathbf{H} = H\hat{\mathbf{z}}$, когда разность $\delta j_c(\mathbf{r}) = j_c(\mathbf{r}) - \langle j_c\rangle$ мала по сравнению со средней плотностью критического тока $\langle j_c(\mathbf{r})\rangle$. Тогда $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ испытывает в каждой точке малые отклонения от направления среднего электрического поля $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle = E\hat{\mathbf{x}}$ в результате обтекания током неоднородностей с пониженными значениями $j_c(\mathbf{r})$. В пренебрежении эффектом Холла это позволяет выбрать главные оси j_c^{ik} и σ_{ik} вдоль $\mathbf{z}$ и $\mathbf{x}$, тогда матрицы j_c^{ik} и σ_{ik} имеют лишь диагональные элементы $(j_c(\mathbf{r}), j_c(\mathbf{r}), j_k(\mathbf{r}))$ и $(\sigma, \sigma, \sigma_k)$ соответственно. Величины j_c и σ являются поперечными (по отношению к $\mathbf{H}$) плотностью критического тока и проводимостью, а j_k и σ_k — параметрами, определяющими их угловую зависимость от $\mathbf{H}$ из-за анизотропии вихревой решетки (кристаллическая анизотропия для простоты не учитывается)

$$j_c(\varphi) = j_c + \frac{j_k^2 - j_c^2}{2j_c}\varphi^2, \quad \sigma(\varphi) = \sigma + \frac{\sigma_k^2 - \sigma^2}{2\sigma}\varphi^2, \tag{2}$$

где $\varphi(\mathbf{r}) \ll 1$ — угол между $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ и плоскостью xy. По сравнению с $j_c(\mathbf{r})$ возможной зависимостью σ от $\mathbf{r}$ можно пренебречь, так как в жестких сверхпроводниках практически всегда $\sigma E \ll j_c$ [9].

Рассмотрим сначала случай, когда σ не зависит от E. Тогда усредненная ВАХ слабонеоднородного сверхпроводника имеет вид

$$j = \left\langle \frac{(E + \delta E_x)}{[(E + \delta E_x)^2 + \delta E_\perp^2]^{1/2}} \right\rangle j_c + \sigma E, \tag{3}$$

где $\delta\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ — возмущения электрического поля на фоне среднего значения $E\mathbf{x}$, $\delta E_\perp^2 = \delta E_y^2 + \delta E_z^2$, угловые скобки означают усреднение по реализациям $j_c(\mathbf{r})$, $j_c = \langle j_c(\mathbf{r})\rangle$. Условие $\operatorname{div}\mathbf{j} = 0$ приводит с учетом (1) к нелинейному уравнению для потенциала φ

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\sigma\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \left(E - \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\frac{j_c}{\tilde{E}}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\sigma + \frac{j_c}{\tilde{E}}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\sigma_k + \frac{j_k}{\tilde{E}}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\delta j_c, \tag{4}$$

$$\tilde{E}^2 = \left(E - \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2, \quad j_k = \langle j_k(\mathbf{r})\rangle, \quad \langle\delta\tilde{E}(\mathbf{r})\rangle = 0, \quad \delta j_c(\mathbf{r}) = j_c(\mathbf{r}) - j_c.$$

В этом разделе мы рассмотрим случай $j_c\sigma E \gg \langle\delta j_c^2\rangle$, когда $|\delta E(\mathbf{r})| \ll E$ (см. ниже). Тогда в (4) можно пренебречь нелинейными членами, что приводит к уравнению

$$\sigma\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \left(\sigma + \frac{j_c}{E}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \left(\sigma_k + \frac{j_k}{E}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial x}\delta j_c \tag{5}$$

с граничными условиями $\partial\varphi/\partial n = 0$ на боковой поверхности образца (отметим здесь сильную анизотропию дифференциальной проводимости $\tilde{\sigma}_x = \sigma$, $\tilde{\sigma}_y = \sigma + j_c/E$, $\tilde{\sigma}_z = \sigma_k + j_k/E$, зависящую от E). С точностью до квадратичных по $\delta E_\perp/E$ членов формула (3) для ВАХ сводится к

$$j = j_c + \sigma E - \frac{j_c}{2E^2}\langle\delta E_\perp^2\rangle. \tag{6}$$

Последнее слагаемое в (6) связано с локальными поворотами вектора $j_c\mathbf{E}/|\mathbf{E}|$ за счет неоднородностей. Решая линейное уравнение (5) с помощью Фурье-преобразования, подставляя результат в (6) и усредняя, находим

$$i = 1 + \varepsilon - \frac{1}{2}\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{(k_y^2 + k_z^2)\, k_x^2 F(\mathbf{k})}{[\varepsilon k_x^2 + (1+\varepsilon)(k_y^2 + s k_z^2)]^2}, \tag{7}$$

где $\varepsilon = \sigma E/j_c$, $i = j/j_c$, $F(\mathbf{k})$ — Фурье-компонента коррелятора $F(\mathbf{r}) = \langle \delta j_c(\mathbf{r})\, \delta j_c(0)\rangle / j_c^2$, $s = (\sigma_k E + j_k)/(\sigma E + j_c)$. Для изотропного пиннинга $F(\mathbf{k})$ зависит лишь от k, поэтому в (7) удобно перейти к сферическим координатам. Тогда интеграл по k равен $2\pi^{d-1}\langle \delta j_c^2\rangle / j_c^2$, где $\langle \delta j_c^2\rangle$ — дисперсия $\delta j_c(\mathbf{r})$, а d — размерность задачи ($d = 2$ для пленки толщиной $b \ll r_c$, где r_c — корреляционный радиус $\delta j_c(\mathbf{r})$). После интегрирования по углам имеем

$$i = 1 + \varepsilon - \frac{\eta}{4\sqrt{\varepsilon(1+\varepsilon)}\,(\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{1+\varepsilon})^2}, \quad d = 2, \tag{8}$$

где $\eta = \langle \delta j_c^2\rangle / j_c^2$. Формула для $i(\varepsilon)$ при $d = 3$ выражается через эллиптические интегралы. При $s = 1$ она упрощается и принимает вид

$$i = 1 + \varepsilon - \frac{\eta}{8}\left[\frac{(3\varepsilon + 2)}{\sqrt{1+\varepsilon}} \ln \frac{\sqrt{1+\varepsilon} + 1}{\sqrt{1+\varepsilon} - 1} - 6\right], \quad d = 3. \tag{9}$$

Таким образом, ВАХ случайно-неоднородного сверхпроводника оказывается универсальной функцией $i(\varepsilon, s)$ и не зависит от вида коррелятора $F(r)$. Этот вывод согласуется с результатом, полученным из микроскопической теории для случая слабого пиннинга [1]. Асимптотики $j(E)$ таковы: $j - j_c - \sigma E \backsim E^{-2}$ при $\sigma E \gg j_c$, а если $\sigma E \ll j_c$, то

$$j = j_c + \sigma E - \frac{\langle \delta j_c^2\rangle}{4\sqrt{j_c \sigma E}}, \quad d = 2, \tag{10}$$

$$j = j_c + \sigma E - \frac{\langle \delta j_c^2\rangle}{8\,(j_c j_k)^{3/2}}\left[(j_c + j_k)\ln \frac{16 j_c j_k}{e^4 (j_c + j_k)^2 \sigma E} + 2\sqrt{j_c j_k}\right], \quad d = 3, \tag{11}$$

где e — основание натуральных логарфимов.

Таким образом, наличие макронеоднородностей приводит к нелинейности ВАХ и возрастанию дифференциальной проводимости с уменьшением E. Отметим, что при $d=3$ возникает логарифмическая зависимость j от E, характерная также и для термоактивационного крипа магнитного потока, причем вклад в ВАХ, связанный с неоднородностями, уменьшается с ростом анизотропии критического тока $s = j_k/j_c > 1$.

2. Слабые поля. Приближение среднего поля

Полученные выше формы справедливы при малости возмущений электрического поля $\delta\mathbf{E}(\mathbf{r})$ по сравнению с его средним значением, т. е. при малости безразмерных дисперсий $p = \langle \delta E_x^2\rangle / E^2$, $q = \langle \delta E_y^2\rangle / E^2$, $r = \langle \delta E_z^2\rangle / E^2$. Полагая $|\delta\mathbf{E}| \ll E$ и вычисляя величины $\langle \delta E_{x,y,z}^2\rangle$ с помощью Фурье-преобразования уравнения (5), находим, что при $\varepsilon \ll 1$

$$p = 0.5\eta\varepsilon^{-3/2}, \quad q = 0.5\eta\varepsilon^{-1/2}, \quad d = 2, \tag{12}$$

$$p = \frac{\eta}{2\varepsilon\sqrt{s}}, \quad q = \frac{\eta}{2\sqrt{s}} \ln \frac{\beta_q}{\varepsilon}, \quad r = \frac{\eta}{2s^{3/2}} \ln \frac{\beta_r}{\varepsilon}, \quad d = 3, \tag{13}$$

где $\beta_q(s) \sim 1$ и $\beta_r(s) \sim 1$ — не зависящие от ε параметры. Возмущения продольного поля δE_x становятся порядка E при $\varepsilon \lesssim \eta s^{-1/2}$ ($d=3$) либо $\varepsilon \lesssim \eta^{2/3}$ ($d=2$), в то время как поперечные возмущения $\delta E_{y,z}$ и соответственно характерные углы поворота вектора $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ остаются малыми. В результате условие применимости формул (10), (11) $p(\varepsilon) \ll 1$ сводится к малости нелинейных добавок к $j(E)$ по сравнению с σE.

В области $p(\varepsilon) \sim 1$ необходимо решение уже нелинейного уравнения (4), что можно сделать лишь приближенно. Рассмотрим здесь самосогласованную модель среднего поля, позволяющую получить для ВАХ замкнутое выражение. Для этого перепишем уравнение (4) в виде

$$\tilde{\sigma}_x \frac{\partial E_x}{\partial x} + \tilde{\sigma}_y \frac{\partial E_y}{\partial y} + \tilde{\sigma}_z \frac{\partial E_z}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x} \delta j_c, \tag{14}$$

где $\tilde{\sigma}_{x,y,z}$ — точные дифференциальные проводимости, являющиеся в данном случае функционалами от $\delta\mathbf{E}(\mathbf{r})$. Действуя далее в духе приближения эффективной среды [10], заменим флуктуирующие величины $\tilde{\sigma}_x$, $\tilde{\sigma}_y$, $\tilde{\sigma}_z$ их средними значениями σ_x, σ_y и σ_z, т. е.

$$\sigma_x = \sigma + j_c \int \frac{(\delta E_y^2 + \delta E_z^2) P(\delta\mathbf{E})\, d^3\delta\mathbf{E}}{[(E+\delta E_x)^2 + \delta E_y^2 + \delta E_z^2]^{3/2}}, \tag{15}$$

$$\sigma_y = \sigma + j_c \int \frac{[(E+\delta E_x)^2 + \delta E_z^2] P(\delta\mathbf{E})\, d^3\delta\mathbf{E}}{[(E+\delta E_x)^2 + \delta E_y^2 + \delta E_z^2]^{3/2}}, \tag{16}$$

$$\sigma_z = \sigma_k + j_k \int \frac{[(E+\delta E_x)^2 + \delta E_y^2] P(\delta\mathbf{E})\, d^3\delta\mathbf{E}}{[(E+\delta E_x)^2 + \delta E_y^2 + \delta E_z^2]^{3/2}}, \tag{17}$$

где $P(\delta\mathbf{E})$ — функция распределения случайных величин δE_x, δE_y и δE_z. При таком подходе эффективные проводимости σ_x, σ_y и σ_z оказываются нелинейными функциями среднего поля E, в то время как само уравнение (14) для возмущений $\delta\mathbf{E}(\mathbf{r})$ остается линейным. Для гауссовских флуктуаций $\delta j_c(r)$ это позволяет сразу записать $P(\delta\mathbf{E})$,

$$P(\delta\varepsilon) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{pqr}} \exp\left(-\frac{\delta\varepsilon_x^2}{2p} - \frac{\delta\varepsilon_y^2}{2q} - \frac{\delta\varepsilon_z^2}{2r}\right), \tag{18}$$

где $\delta\varepsilon = \delta\mathbf{E}/E$, а дисперсии $p(\varepsilon)$, $q(\varepsilon)$ и $r(\varepsilon)$ должны находиться самосогласованно в результате решения уравнения (14). Интегрирование в (15)—(17) удобно проводить, воспользовавшись тождеством

$$(x^2+y^2+z^2)^{-3/2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} s^2 \exp[-s^2(x^2+y^2+z^2)]\, ds,$$

тогда выражения для средних безразмерных проводимостей $g_{x,y,z} = E\sigma_{x,y,z}/j_c$ приводятся к следующему виду

$$g_x = \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{2\pi p}} \int_0^1 \frac{[(\lambda+\mu)(1-t) + 2\lambda\mu t]\sqrt{t}\, e^{-t/2p}}{(1-t+\lambda t)^{3/2}(1-t+\mu t)^{3/2}}\, dt, \tag{19}$$

$$g_y = \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{2\pi p}} \int_0^1 \frac{(1-t)\, e^{-t/2p}}{(1-t+\lambda t)^{3/2}(1-t+\mu t)^{1/2}} \frac{dt}{\sqrt{t}}, \tag{20}$$

$$g_z = \varepsilon s + \frac{s}{\sqrt{2\pi p}} \int_0^1 \frac{(1-t)\, e^{-t/2p}}{(1-t+\lambda t)^{1/2}(1-t+\mu t)^{3/2}} \frac{dt}{\sqrt{t}}, \tag{21}$$

где $\lambda = q/p$, $\mu = r/p$. Для замыкания уравнений (19)—(21) необходимо выразить λ, μ и p через g_x, g_y и g_z, что можно сделать, переходя в линейном уравнении (14) к Фурье-компонентам φ_k и выполняя соответствующие усреднения. Тогда в интересующем нас сильно анизотропном случае $g_x \ll g_y$, g_z получаем аналогично (13) для $d=3$

$$p = \frac{\eta}{2g_x\sqrt{g_y g_z}}, \tag{22}$$

$$\lambda=\frac{g_x}{g_y}\left(\ln\frac{4\sqrt{g_y g_z}}{(\sqrt{g_y}+\sqrt{g_z})\sqrt{g_x}}-1-\frac{\sqrt{g_z}}{\sqrt{g_y}+\sqrt{g_z}}\right). \tag{23}$$

Выражение для μ получается из (23) заменой g_z на g_y и g_y на g_z. Для тонкой пленки $\mu=0$, а

$$p=\frac{\eta}{2g_y^{1/2}g_x^{3/2}}, \quad \lambda=\frac{g_x}{g_y}, \quad d=2. \tag{24}$$

Усредняя формулу (3) с помощью функции распределения (18), находим выражение для ВАХ в модели среднего поля

$$i=\varepsilon+\frac{1}{\sqrt{2\pi p}}\int_0^1\frac{(1-t)\,e^{-t/2p}}{(1-t+\lambda t)^{1/2}(1-t+\mu t)^{1/2}}\frac{dt}{\sqrt{t}}. \tag{25}$$

При $p\ll 1$ из (25) следует, что $i=1+\varepsilon-0.5\,(\lambda+\mu)\,p$, тем самым мы возвращаемся к формуле (6) предыдущего параграфа.

Соотношение (25) вместе с системой трех трансцендентных уравнений (19)—(21) для g_x, g_y и g_z ($d=3$) либо двух уравнений для g_x и g_y при $d=2$ составляют замкнутую систему уравнений модели среднего поля. Эти уравнения, так же как и формула (7), описывают универсальную ВАХ случайно-неоднородного сверхпроводника, не зависящую от вида коррелятора $F\,(\mathbf{r})$.

Система (19)—(21) не имеет особенностей при $\varepsilon=0$, поэтому величины $p\,(\varepsilon)$, $\lambda\,(\varepsilon)$ и $\mu\,(\varepsilon)$ при $\varepsilon=0$ остаются конечными, причем $p\,(0)\sim 1$, а параметры $\lambda\,(0)\ll 1$, $\mu\,(0)\ll 1$ в силу малости углов отклонения $\mathbf{j}\,(\mathbf{r})$ от направления среднего тока при $\eta\ll 1$. Для $p\sim 1$ и $\lambda\ll 1$, $\mu\ll 1$ основной вклад в интеграл (19) дает область $t\simeq 1$, что приводит после интегрирования по t к соотношению

$$g_x=\varepsilon+\sqrt{\frac{2}{\pi p}}\exp\left(-\frac{1}{2p}\right), \tag{26}$$

которое не зависит от λ и μ. Вклад второго члена в (26) становится существенным при $\varepsilon\lesssim\varepsilon_c\sim\eta^{d/4}s^{-1/2}$, когда $p\,(\varepsilon)\sim 1$ (см. (12), (13)). При $\varepsilon\ll\varepsilon_c$ наличие ε в (19)—(21) приводит лишь к малым поправкам к величинам $g_x\,(\varepsilon)$, $g_y\,(\varepsilon)$ и $g_z\,(\varepsilon)$, которые в нулевом приближении перестают зависеть от ε. Тогда из (26) следует, что при $\varepsilon\ll\varepsilon_c$ параметр $\gamma=\exp\times\times(-1/2p)/\sqrt{2\pi p}\sim\varepsilon_c\ll 1$, а из (20), (21), (25), — что $g_y=1$, $g_z=s$ и $i=1+\varepsilon-0.5\,(\lambda+\mu)\,p$ с точностью $\sim\gamma\ll 1$. Таким образом, перенормировки поперечных проводимостей g_y и g_z и формулы (6) для ВАХ оказываются малыми в меру $\gamma\ll 1$, а модель среднего поля сводится к формулам предыдущего раздела, в которых необходимо лишь заменить «затравочную» продольную проводимость $g_x=\varepsilon$ на перенормированную неоднородностями среднюю проводимость, даваемую формулой (26).

Комбинируя формулы (6), (24) и (26), находим следующее выражения для $i\,(\varepsilon)$ и $\lambda\,(\varepsilon)$ при $d=2$

$$\varepsilon=\lambda-\frac{2\lambda^{3/4}}{\sqrt{\pi\eta}}\exp\left(-\frac{\lambda^{3/2}}{\eta}\right), \tag{27}$$

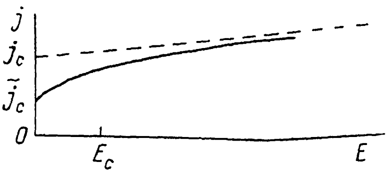
$$i=1+\varepsilon-\frac{\eta}{4\sqrt{\lambda}}. \tag{28}$$

При $d=3$ получаем аналогично из (6), (22), (23), (26), что

$$\varepsilon=g_x-2\sqrt{\frac{g_x}{\pi\eta_0}}\exp\left(-\frac{g_x}{\eta_0}\right), \tag{29}$$

$$i=1+\varepsilon-\frac{\eta_0}{4}\left[\left(1+\frac{1}{s}\right)\ln\frac{4\sqrt{s}}{e^2(1+\sqrt{s})\sqrt{g_x}}+\frac{1}{\sqrt{s}}\right], \tag{30}$$

где $\eta_0=\eta s^{-1/2}$. Результаты предыдущего раздела получаются из (27)—(30) при $\varepsilon \gg \varepsilon_c \sim \eta_0^{d/3}$. В частности, при $\varepsilon \gg \varepsilon_c$ величина $p(\varepsilon)$ возрастает с уменьшением ε согласно соотношениям (12), (13), а при $\varepsilon \lesssim \varepsilon_c$ перестает зависеть от ε, выходя на константу $p(0) \sim \ln \frac{1}{\eta_0}$. Аналогичным образом для величин $\lambda(0)$ и $\mu(0)$ имеем оценку $\lambda(0) \sim \varepsilon_c$ и $\mu(0) \sim \lambda(0)/s$, что согласуется с предположением $\lambda \ll 1$ и $\mu \ll 1$, сделанным при выводе формулы (26).



Качественная зависимость $j(E)$ показана на рисунке. При $E \ll E_c \sim j_c \eta_0^{d/3}/\sigma$ ВАХ является линейной с дифференциальной проводимостью

$$\tilde{\sigma} = \left[1 + \frac{1}{2u(1+6u)}\right]\sigma, \quad d=2, \tag{31}$$

$$\tilde{\sigma} = \left[1 + \frac{1+s^{-1}}{4u(1+2u)}\right]\sigma, \quad d=3, \tag{32}$$

где параметр $u=\lambda^{3/2}/\eta$ при $d=2$ и $u=g_x/\eta_0$ при $d=3$ является соответственно корнем уравнений (27), (29) с $\varepsilon=0$, откуда $u \sim \ln 1/\eta$. Из (27)—(30) следует, что происходит также и перенормировка плотности критического тока $\tilde{j}_c$, причем

$$(j_c - \tilde{j}_c)/j_c = \eta^{2/3}/4u^{1/3}, \quad d=2, \tag{33}$$

$$(j_c - \tilde{j}_c)/j_c = \frac{\eta_0}{4}\left[\left(1+\frac{1}{s}\right)\ln\frac{4\sqrt{s}}{e^2(1+\sqrt{s})\sqrt{u\eta_0}} + \frac{1}{\sqrt{s}}\right], \quad d=3. \tag{34}$$

3. Обсуждение результатов

Таким образом, случайные макронеоднородности в $j_c(\mathbf{r})$ приводят к нелинейности ВАХ сверхпроводников даже при линейной локальной зависимости резистивного тока $j_n=\sigma E$ от E. Эта нелинейность проявляется при $E \lesssim E_c$ и приводит к возрастанию дифференциальной проводимости сверхпроводника $\tilde{\sigma}$ с уменьшением E и падению плотности критического тока $\tilde{j}_c$ (см. рисунок). Перенормировка $\tilde{j}_c$ для тонких пленок является более сильной, чем для массивных сверхпроводников.

Для жестких сверхпроводников, например, характерные величины $j_c \sim 10^5$ А/см^2, $\sigma \sim 10^5$ Ом$^{-1}$ см$^{-1}$, $\eta \sim 10^{-1}$—10^{-2} [7-9], откуда при $d=3$ имеем $E_c \sim 10^{-2}$—10^{-4} В/см. Для таких E становится существенным джоулев нагрев, приводящий к тому, что резистивное состояние в области $E \gg E_c$ вообще не может быть реализовано [9] и наблюдаема лишь часть ВАХ при $E \ll E_c$. В рамках модели среднего поля макронеоднородности приводят при $E \ll E_c$ лишь к перенормировке проводимости $\tilde{\sigma}$ (см. (31), (32)), не нарушая линейности ВАХ, характерной для режима вязкого течения вихрей [6]. За исключением области крипа магнитного потока ($E \lesssim 10^{-6}$ В/см) такой линейный участок ВАХ действительно наблюдался в жестких сверхпроводниках [9], которые зачастую весьма неоднородны [7, 8]. В сверхпроводниках же со слабым пиннингом может наблюдаться и часть ВАХ при $E \gg E_c$.

Физически нелинейность ВАХ связана с сильной анизотропией дифференциальной проводимости сверхпроводника ($g_x \ll g_y, g_z$), зависящей от электрического поля. Эта анизотропия проявляется при обтекании током неоднородностей с пониженными $j_c(\mathbf{r})$. В результате возникает зависимость от E средней x-компоненты плотности критического тока $j_c\langle\cos\theta\rangle$, где $\theta(E) \sim \delta E_\perp/E$ — характерный угол отклонения $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ от направления среднего поля. Величина $\theta(E)$ возрастает с уменьшением E из-за появления все большего числа областей сверхпроводника с $j_c(\mathbf{r}) > j$, вблизи которых происходит искривление линий тока. Это приводит к возрастанию дифференциальной проводимости

$$\tilde{\sigma} = \sigma - j_c \left\langle \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial E} \right\rangle$$

с уменьшением E. Перенормировка $\tilde{j}_c$ связана с тем, что движение вихрей в макронеоднородном сверхпроводнике, например тонкой пленке, происходит по переплетенной «сетке» непрерывных каналов, соединяющих боковые края пленки. По мере уменьшения напряжения V число таких каналов уменьшается и при $V=0$ пропадает последний из них. Соответствующее значение средней по сечению плотности тока является макроскопической плотностью критического тока всего сверхпроводника. Эта величина, очевидно, меньше $\langle j_c(\mathbf{r})\rangle$, так как вихри в основном движутся по областям с пониженными локальными значениями $j_c(\mathbf{r})$.

Переход из сверхпроводящего в резистивное состояние в макронеоднородном сверхпроводнике можно, таким образом, рассматривать как нелинейную задачу теории протекания [11]. При этом бесконечному кластеру соответствует возникновение первого канала для вихрей, соединяющего боковые края пленки при повышении j. Решеточный аналог этой задачи можно сформулировать на языке задачи связей [12] на квадратной решетке, когда каждая связь имеет ВАХ вида $I_i=(I_c^i+GV_i)\,\mathrm{sgn}\,V_i$ при $V_i\neq 0$ и $I_i=C_i$ при $V_i=0$. Здесь I_i и V_i — ток и напряжение в i-й связи, G — ее полная проводимость, I_c^i — критический ток, являющийся случайной функцией i, а C_i — константы, которые находятся из законов Кирхгофа. Тогда ВАХ при $E\to 0$ можно представить в виде $E \backsim (j-\tilde{j}_c)^\beta$, где β — критический индекс, а $\tilde{j}_c$ играет роль порога протекания. Изложенная в предыдущем параграфе самосогласованная модель среднего поля дает $\beta=1$, а для $\tilde{j}_c$ — формулы (33), (34).

В заключение рассмотрим влияние на полученные результаты нелинейности резистивного тока $j_n(E)=\sigma E$ в (1). При $E \gg E_c$ учет этого сводится к замене σ в последних членах формул (10), (11) на дифференциальную проводимость $\tilde{\sigma}_n=dj_n/dE$. В случае $E \ll E_c$ результат зависит от конкретного вида $j_n(E)$. Рассмотрим, например, ситуацию при достаточно малых E, когда неравновесные эффекты при движении вихрей [1] и джоулев нагрев [9] несущественны, а нелинейность в $j_n(E)$ в основном связана с крипом магнитного потока. Тогда $j_n=j_1\ln(E/E_0)$, где j_1 и E_0 — константы материала, а $\tilde{\sigma}_n=j_1/E$, т. е. величина $\varepsilon=\tilde{\sigma}_n E/j_c=j_1/j_c$ не зависит от E. В этом случае вклад в ВАХ, обусловленный макронеоднородностями, приводит лишь к перенормировке $\tilde{j}_c$. При $j_1(T)\gg\eta_0^{d/3}j_c$ величину $\tilde{j}_c$ можно получить из формул (10), (11), что дает

$$\tilde{j}_c(T)=j_c-\langle\delta j_c^2\rangle/4\sqrt{j_c j_1(T)}, \quad d=2, \tag{35}$$

$$\tilde{j}_c=j_c-\frac{\langle\delta j_c^2\rangle}{8\,(j_c j_k)^{3/2}}\left[(j_c+j_k)\ln\frac{16 j_c j_k}{e^4 (j_c+j_k)^2 j_1(T)}+2\sqrt{j_c j_k}\right], \quad d=3. \tag{36}$$

Если крип магнитного потока имеет термоактивационный характер, то при низких температурах ($T\ll T_c$), как известно, $j_1(T)\backsim T$ [9]. В этом случае вклад от макронеоднородностей в $\tilde{j}_c(T)$ при $j_1(T)\gg\eta_0^{d/3}j_c$ и $T\ll T_c$ пропорционален $T^{-1/2}$ для $d=2$ и $\ln T$ для $d=3$, если пренебречь зависимостями от T всех остальных параметров, кроме $j_1(T)$. Отметим, что при низких температурах наблюдалось и более сложное поведение $j_1(T)$ при изменении T [9, 13], что в силу (35), (36) должно отражаться и на температурной зависимости $\tilde{j}_c(T)$.

Приношу благодарность Р. Г. Минцу за обсуждение результатов.

Литература

[1] *Larkin A. I., Ovchinnicov Yu. N.* In: Modern Problems in Condensed Matter Sciences. Ed. D. N. Lancenberg and A. I. Larkin. North-Holland, Amsterdam, Oxford, N. Y., 1986, vol. 12, p. 493—542.

[2] *Baixeras J., Fournet G.* J. Phys. Chem. Sol., 1967, vol. 28, N 8, p. 1541—1547.
[3] *Magradze O. V., Matyushkina L. V., Shukhman V. A.* J. Low Temp. Phys., 1984, vol. 55, N 5/6, p. 475—483.
[4] *Прохоров В. Г., Каминский Г. Г., Третьяченко К. Г., Пан В. М.* ФНТ, 1986, т. 12, № 7, с. 684—688.
[5] *Hampshire D. P., Jones H.* J. Phys. 1987, vol. C 20, N 23, p. 3533—3552.
[6] *Горьков Л. П., Копнин Н. Б.* УФН, 1975, т. 116, № 3, с. 413—448.
[7] *Hulm J. K., Matthias B. T.* In Superconductor Materials Science. Ed. S. Foner and B. Schvartz. N. Y. — London; Plenum, 1981, vol. 68, p. 1—62.
[8] *Hillmann H.* Ibid, p. 275—388.
[9] *Гуревич А. Вл., Минц Р. Г., Рахманов А. Л.* Физика композитных сверхпроводников. М.: Наука, 1987. 240 с.
[10] *Kirkpatrick S.* Rev. Mod. Phys., 1973, vol. 45, N 4, p. 574—578; AIP Conf. Proc. 1978, vol. 40, p. 99.
[11] *Иоффе Л. Б., Ларкин А. И.* ЖЭТФ, 1981, т. 81, № 2, с. 707—718.
[12] *Шкловский Б. И., Эфрос А. Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979. 416 с.
[13] *Митин А. В.* ЖЭТФ, 1987, т. 93, № 8, с. 590—1004.

Институт высоких температур АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
15 декабря 1987 г.