

УДК 535.56

## ВЛИЯНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ДОБАВОЧНЫХ ВОЛН НА ИНТЕГРАЛЬНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ЭКСИТОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ

С. Б. Московский, А. Б. Новиков, Л. Е. Соловьев

Зависимость интегрального коэффициента экситонного поглощения (ИКЭП) от константы затухания тесно связана с нарушением дисперсионных соотношений Крамерса—Кронига для спектров пропускания. Оба этих явления могут быть интерпретированы единым образом на основе понятия об интерференции добавочных волн. Предложенная теория может быть применима в равной мере для поперечных и продольных экситонов.

Определим интегральный коэффициент поглощения  $S = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\omega) d\omega$ ,

где  $K(\omega)$  — коэффициент поглощения, экспериментально определяемый по закону Бугера как отношение интенсивности прошедшего через вещество света к падающему,  $I/I_0 = \exp [-K(\omega) z]$  ( $z$  — оптический путь). Таким образом,  $S$  по смыслу является площадью под спектральной кривой коэффициента поглощения. Как правило, для газов, жидкостей и твердых веществ  $S$  не зависит от температуры (константы затухания  $\gamma$ ). Однако в некоторых случаях такая зависимость была обнаружена в ряде полупроводниковых кристаллов в области экситонных линий поглощения [1–5]. В теоретических работах [6–9] зависимость  $S = S(\gamma)$  объяснялась влиянием пространственной дисперсии света (ПД).

Поскольку к рассматриваемому явлению может приводить не только ПД, но и, в частности, зависимость  $\gamma$  от частоты [1], нам представляется необходимым наряду с амплитудными исследованиями проводить исследования фазовых спектров пропускания. В этом случае непротиворечивые результаты измерений могут, по нашему мнению, разъяснить ситуацию и явиться доказательством определяющей роли ПД на температурную зависимость интегрального коэффициента экситонного поглощения (ИКЭП).

В настоящем сообщении сделана попытка единым образом описать ИКЭП совместно с установленными в [11] дополненными дисперсионными соотношениями (ДС) Крамерса—Кронига для функции пропускания. Непосредственный учет интерференции добавочных волн Пекара [12, 13] снимает при этом ограничения на толщину кристаллов, существующие в приближенной теории [9], в которой наиболее полно и последовательно рассматривалась ранее зависимость от  $\gamma$  контура экситонных линий поглощения и ИКЭП. Необходимость совместных амплитудно-фазовых исследований становится очевидной также в связи с тем, что нарушения ДС и возникновение зависимости ИКЭП от константы затухания возникают в теории при одних и тех же критических значениях  $\gamma_{kp}$ . Кроме того, причиной нарушения ДС могут послужить пространственные неоднородности кристалла, что автоматически учитывается при совместных амплитудно-фазовых исследованиях.

Зависимость ИКЭП от  $\gamma$  возникает в [9] вследствие интегрирования однозначной функции  $\kappa(\omega) = \text{Im } \tilde{n}(\omega)$  ( $\tilde{n}(\omega)$  — комплексный показатель преломления), получаемой при пренебрежении добавочными волнами, обладающими на заданной частоте более сильным поглощением. Разделение волн на обычные и добавочные осуществляется в точке спектра, где выполняется условие  $\kappa_+(\omega) = \kappa_-(\omega)$ . Однако возникновение добавочных волн является одним из наиболее характерных эффектов пространственной дисперсии [13], поэтому их учет при вычислении  $S(\gamma)$  является естественным обобщением.

Выражения для ИКЭП в области изолированного экситонного резонанса при учете добавочных волн можно получить, используя представление об аналитическом продолжении функции пропускания кристалла в верхнюю полуплоскость комплексной частоты ( $J_+(\omega)$ ) [11].

Рассмотрим поглощение света в кристаллах типа сульфида кадмия при наиболее простой геометрии:  $E \perp C_6$ ,  $k \perp C_6$ , где  $k$  — волновой вектор

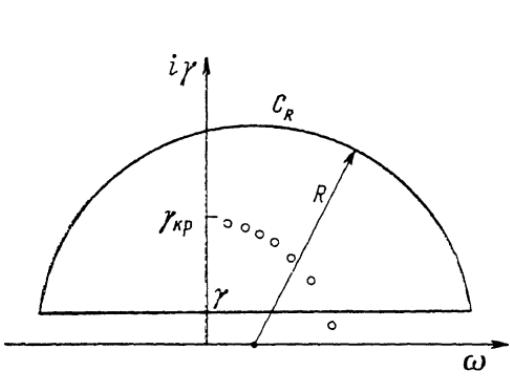


Рис. 1. Контур интегрирования в плоскости комплексной переменной  $\tilde{\omega} = \omega + i\gamma$ . Кружки — схематическое изображение координат.

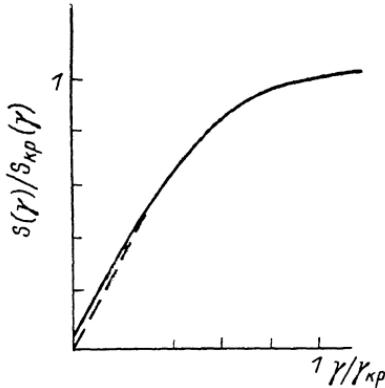


Рис. 2. Зависимость интегрального поглощения  $S$  от константы затухания  $\gamma$  в кристаллах CdS.  
Сплошная линия  $z=0.2$  мкм, штриховая —  $z=1.0$  мкм.

света,  $C_6$  — оптическая ось кристалла. Дисперсионное уравнение при этом выглядит следующим образом [10]

$$\epsilon_{\perp}(\omega, k) = \frac{c^2 k^2}{\omega^2},$$

а выражение для диэлектрической проницаемости в области изолированного резонанса есть

$$\epsilon_{\perp}(\omega, k) = \epsilon_{0\perp} \left( 1 - \frac{\omega_{LT}}{\tilde{\omega} - \omega_T - \frac{\hbar k^2}{2m^*}} \right). \quad (1)$$

Решение дисперсионного уравнения имеет вид  $n_{\pm}^2 = \epsilon + \eta \pm \sqrt{\eta^2 + \alpha}$ , где следует положить  $\epsilon = \epsilon_{0\perp}$ ,  $\eta = \frac{\tilde{\omega} - \omega_T - \beta_{\perp} \epsilon_{0\perp}}{2\beta_{\perp}}$ ,  $\alpha = \frac{\epsilon_{0\perp} \omega_{LT}}{\beta_{\perp}}$ ,  $\epsilon_{0\perp} = n_0^2$  — новая диэлектрическая проницаемость,  $\beta_{\perp} = \frac{\hbar \omega_T^2}{2m^* c^2}$ ,  $\omega_T$  — частота попечного экситона.  $\omega_{LT}$  — продольно-поперечное расщепление;  $m^*$  — эффективная масса экситона.

В качестве функции, характеризующей пропускание, следует взять  $\Theta(\omega) = \exp \left[ i \frac{\omega_T}{c} \Delta \tilde{n}(\omega) z \right]$ , где  $\Delta \tilde{n}(\omega) = \tilde{n}^*(\omega) - n_0 \tilde{n}^*(\omega) = n^*(\omega) + i \chi^*(\omega)$  — эффективный показатель преломления [14].

Интегральный коэффициент поглощения при этом можно выразить

$$S(\gamma, z) = -\frac{2}{z} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \ln \Theta(\tilde{\omega}, z) d\omega. \quad (2)$$

Здесь учтено, что  $K(\omega) = \frac{2\omega_T}{c} \kappa(\omega)$ . Интегрирование в приближении изолированного резонанса можно проводить по всей вещественной оси, так как формулы типа (1) не дают сопряженного резонанса в области отрицательных частот.

Преобразуя (2), получаем

$$S(\gamma, z) = \frac{2}{z} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} d\omega.$$

Данный интеграл удается взять, рассмотрев аналитическое продолжение подынтегральной функции в  $I_+(\tilde{\omega})$  и замкнув контур интегрирования на бесконечности. Введем интеграл

$$I = \int_C (\tilde{\omega} - i\gamma) \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} d\omega, \quad (3)$$

где замкнутый контур интегрирования  $C$  (рис. 1) состоит из прямолинейного участка  $C$ , определяемого равенством  $\operatorname{Im} \omega = \gamma$ , и участка полуокружности  $C_R$  в  $I_+(\omega)$  радиуса  $R$  с центром на вещественной оси. В соответствии с разбиением контура интегрирования интеграл (3) можно представить в виде суммы  $I = I_L + I_R$ . Тогда в пределе  $R \rightarrow \infty$  для искомого интегрального коэффициента поглощения получим

$$S = \frac{2}{z} \operatorname{Re} I_L = \frac{2}{z} \operatorname{Re}(I - I_R). \quad (4)$$

Следствием принципа причинности является аналитичность коэффициента пропускания в  $I_+(\omega)$ . Аналогичное утверждение справедливо и для функции  $\Theta(\tilde{\omega})$  [11]. Поэтому особенностями подынтегральной функции в (3) могут быть только нулевые точки  $\Theta(\tilde{\omega})$ , а для интеграла получаем

$$I = 2\pi i \sum_j (\tilde{\omega}_{0j} - i\gamma), \quad (5)$$

где  $\tilde{\omega}_{0j} = \omega_{0j} + i\gamma_{0j}$  — координаты нулей пропускания, находящихся внутри контура интегрирования, т. е. таких, что  $\gamma_{0j} > \gamma$ .

При вычислении интеграла  $I_R$  удобно перейти к безразмерной переменной  $\eta$ . Участок контура интегрирования  $C_R$  при этом перейдет в дугу полуокружности  $C_{R_1}$  в  $I_+(\eta)$  радиусом  $R_1 = R/2\beta_\perp$ , центр которой можно поместить в точку  $\eta = 0$  (см. контур в [9]). Опустив промежуточные выкладки, получаем

$$I_R = \frac{-\pi\alpha\beta_\perp\omega_T z}{2cn_0}, \quad (6)$$

что полностью совпадает с соответствующим результатом в [9]. Последнее легко понять, учитывая, что на дуге  $C_R$ , т. е. в удаленной от резонанса области  $I_+(\tilde{\omega})$ , влияние добавочных волн исчезающе мало, а эффективный показатель  $\tilde{n}(\tilde{\omega})$  и рассмотренный в [9] комплексный показатель преломления  $\tilde{n}(\omega)$  стремятся к одному и тому же (классическому) пределу.

Подставляя в (4) результаты (5) и (6), окончательно можно записать

$$S(\gamma, z) = \pi \left[ \frac{\alpha\beta_\perp\omega_T}{cn_0} - \frac{4}{z} \sum_j (\gamma_{0j} - \gamma) \right]. \quad (7)$$

Для нахождения координат нулей функции  $\Theta(\omega)$  необходимо задание дополнительных граничных условий (ДГУ). При этом в каждой точке спектра однозначно определяется соотношение амплитуд поляризационных волн

$$E_-(\omega)/E_+(\omega) \equiv q(\omega) = |q(\omega)| \exp[i\Phi(\omega)],$$

и условие  $\Theta(\omega)=0$  при пренебрежении отражением от второй границы кристалла может быть представлено в виде системы двух уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_T z}{c} [n_+(\omega) - n_-(\omega)] &= \Phi(\omega) + (2j-1)\pi, \\ \frac{\omega_T z}{c} [z_+(\omega) - z_-(\omega)] &= -\ln |q(\omega)|, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $j = 1, 2, \dots, N$ . Значения корней данной системы  $\tilde{\omega}_{0j}$  и их общее количество  $N$  зависят от толщины кристалла. Система (8) решается численно, причем область  $I_+(\omega)$ , в которой ведется поиск решений, должна быть разбита на  $N$  участков, в каждом из которых находится одно решение. Для осуществления такого разбиения нами рассматривались общие свойства функции  $q(\tilde{\omega})$ ,  $n_-(\tilde{\omega})$ ,  $z(\tilde{\omega})$  и проводилось приближенное аналитическое решение первого из уравнений (8). Решения (8)  $\tilde{\omega}_{0j}(z)$  были получены для ряда кристаллов  $A_2B_6$  в диапазоне толщин  $z=0 \dots 1.5$  мкм.

В качестве ДГУ при этом использовалось граничное условие Пекара — обращение в нуль экситонной составляющей поляризации на границе кристалла.

Следует заметить, что учет многократных отражений внутри кристалла не приводит к существенному усложнению расчетов  $S(\gamma, z)$ . Вывод формулы (7) в этом случае не изменится, если в функции пропускания подразумевается учет многократных отражений. Тогда для нахождения нулей пропускания в (8) вместо  $|q(\tilde{\omega})|$  и  $\Phi(\tilde{\omega})$  следует подставить соответственно амплитуду и фазу функции

$$q_1(\tilde{\omega}) = q(\tilde{\omega}) \frac{\tilde{n}_- \left[ \exp \left( 2i \frac{\omega_T}{c} \tilde{n}_+ z \right) - 1 \right]}{\tilde{n}_+ \left[ \exp \left( 2i \frac{\omega_T}{c} \tilde{n}_- z \right) - 1 \right]}.$$

В качестве начального приближения при этом можно использовать набор решений «двухлучевой» задачи. Все расчеты  $\tilde{\omega}_{0j}(z)$  производились нами с учетом многократных отражений.

Одно из общих свойств решений системы (8) для различных моделей ДГУ заключается в том, что мнимые координаты нулей пропускания всегда меньше критического затухания  $\gamma_{kp} = 2\sqrt{\varepsilon_{01}\omega_L T\beta_1}$ . Поэтому в области  $\gamma \geq \gamma_{kp}$  слагаемые, зависящие от  $\gamma$ , в (7) исчезают, и интегральный коэффициент поглощения перестает зависеть от затухания. Таким образом, отклонение интегрального коэффициента поглощения от своего классического (высокотемпературного) значения и нарушение классических дисперсионных соотношений [11] происходит в одной и той же области температур.

Используя понятие критического затухания, можно переписать (7)

$$S(\gamma, z) = \pi \gamma_{kp} \left( \frac{\omega_T \sqrt{\alpha}}{2cn_0} - \frac{4}{z} \sum_j \frac{\gamma_{0j} - \gamma}{\gamma_{kp}} \right). \quad (9)$$

Результаты вычислений по формуле (9) для кристаллов сульфида кадмия представлены на рис. 2.

Аналогичные соотношения легко вывести для более общей геометрии наблюдения, при которой возбуждаются смешанные экситоны. В этом случае экспериментальные исследования упрощаются.

Результаты сравнения предложенного теоретического рассмотрения с экспериментальными данными по одновременному наблюдению темпе-

ратурной зависимости ИКЭП и фазовых спектров пропускания кристаллов сульфида и селенида кадмия при двухчастотной регистрации будут опубликованы в дальнейшем.

### Л и т е р а т у р а

- [1] Voigt J. Phys. St. Sol. (B), 1974, vol. 64, N 2, p. 549—556.
- [2] Крейнгольд Ф. И.. Макаров В. Л. Письма в ЖЭТФ, 1974, т. 20, № 7, с. 441—445.
- [3] Bosacchi A., Bosacchi B., Franchi S. Phys. Rev. Lett., 1976, vol. 36, N 18, p. 1086—1089.
- [4] Ахмедиев Н. И., Голубев Г. П., Днепровский В. С., Жуков Е. А. ФТТ, 1983, т. 25, № 7, с. 2225—2227.
- [5] Носиков А. Б., Соловьев Л. Е., Талалаев В. Г. ФТТ, 1986, т. 28, № 6, с. 1931—1934.
- [6] Davidov A. S., Serikov A. A. Phys. St. Sol. (B), 1973, vol. 56, N 1, p. 351—363.
- [7] Nkoma J. S. Phys. St. Sol. (B), 1980, vol. 97, N 2, p. 657—662.
- [8] De Crscenzi M., Harbeck G. Sol. St. Commun., 1979, vol. 32, N 9, p. 777—781.
- [9] Ахмедиев Н. И. ЖЭТФ, 1980, т. 79, № 4, с. 1534—1543.
- [10] Агернович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экскитонов. М.: Наука, 1979, 432 с.
- [11] Московский С. Б.. Соловьев Л. Е. ЖЭТФ, 1984, т. 86, № 4, с. 1419—1430.
- [12] Пекар С. И. ЖЭТФ, 1957, т. 3, № 4, с. 1022—1036.
- [13] Киселев В. А., Разбираин Б. С., Уральцев И. И. Письма в ЖЭТФ, 1973, т. 18, № 8, с. 504—507.
- [14] Московский С. Б.. Соловьев Л. Е. Вестник ЛГУ, 1983, № 10, с. 85—87.

Ленинградский государственный  
университет им. А. А. Жданова  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
3 ноября 1987 г.  
В окончательной редакции  
7 января 1988 г.

---