

УДК 537.226

## ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ—ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Г. М. Генкин, В. В. Зильберберг, Н. В. Щедрина

Исследована диэлектрическая нелинейность (зависимость диэлектрической проницаемости кристалла от величины приложенного постоянного электрического поля) узкощелевых сегнетоэлектриков—полупроводников. Рассмотренная нелинейность обусловлена нелинейностью носителей в сегнетополупроводниках, которая приводит к изменению частоты мягкой моды в поле из-за межзонного электрон-фононного взаимодействия, а в следствие этого и изменению диэлектрической проницаемости. Показано, что такая нелинейность существенно больше (по оценкам для кристалла  $Pb_{1-x}Ge_xTe$  примерно на 2 порядка) диэлектрической нелинейности в сегнетодиэлектриках. Рассмотрен конденсатор с электрически управляемой емкостью на основе узкощелевых сегнето-полупроводников; показано, что в них характерное управляющее нелинейным конденсатором напряжение существенно меньше, чем в сегнетодиэлектриках.

Нелинейные свойства сегнетоэлектриков представляют значительный интерес. Диэлектрическая нелинейность (зависимость диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  от величины приложенного электрического поля) сегнетоэлектриков широко используется [1] в технике СВЧ (конденсаторы с электрически управляемой емкостью (нелинейный конденсатор, электрически перестраиваемые фильтры и т. д.). При этом характерные поля  $E_x$ , при которых нелинейность существенна, в широко используемых перовскито-подобных сегнетоэлектриках порядка десятков кВ/см.

В настоящей работе исследуется диэлектрическая нелинейность сегнетоэлектриков—полупроводников с узкой запрещенной зоной ( $\epsilon_g \leq (0.2 \div 0.3)$  эВ) типа  $A_4B_6$  и соединений на их основе:  $SnTe$ ,  $Pb_{1-x}Sn_xTe$ ,  $Pb_{1-x}Ge_xTe$ ; при этом, как будет показано ниже, в этом случае  $E_x$  существенно меньше. В рассматриваемых сегнетополупроводниках вблизи температуры  $T_c$  фазового перехода существенную роль играет межзонное [2-4]. Соответствующий вклад в частоту мягкой моды  $\omega_c$  определяется соотношением

$$\Delta(\omega_c^2) = \omega_0^2 \Pi, \quad (1)$$

где  $\omega_0$  — затравочная частота данного колебания;  $\Pi$  — поляризационный оператор, который во втором порядке по константе электрон-фононного взаимодействия  $\Lambda$  равен

$$\Pi = -2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \Lambda^2 \frac{f(\epsilon_2) - f(\epsilon_1)}{\epsilon_1(p) - \epsilon_2(p)}. \quad (2)$$

В [5] найдена частота мягкой моды, при этом  $\Pi$  вычислен в приближении  $T=0$ , поскольку температурная зависимость мягкой моды обусловлена в основном ангармонизмами [6]. Однако при рассмотрении воздействия электрического поля на сегнетополупроводники необходим учет зависимости поляризационного оператора  $\Pi$  от температуры электронной подсистемы. Это обусловлено тем, что частота мягкой моды зависит от элек-

<sup>1</sup> Внутризонное электрон-фононное взаимодействие, как показывают оценки, вносит существенно меньший вклад.

тронной функции распределения  $f(\varepsilon)$ , параметры которой (электронная температура) изменяются под действием электрического поля (разогрев носителей полем особенно велик в узкощелевых полупроводниках, где подвижность носителей велика).

Рассмотрим примесный узкощелевой полупроводник типа  $Pb_{1-x}Ge_xTe$ ,  $Pb_{1-x}Sn_xTe$ , в котором обычно носители вырождены [6]. Будем полагать, что энергетический спектр носителей является одномерным<sup>2</sup> и имеет следующий вид

$$\varepsilon_{1,2}(p_x) = \pm \sqrt{\Delta^2 \sin^2 \frac{p_x a}{2} + \frac{\varepsilon_g^2}{4}}, \quad (3)$$

где  $a$  — постоянная решетки,  $\Delta$  и  $\varepsilon_g$  — ширина разрешенной и запрещенной зон соответственно.

Вычисляя (2) при  $\varepsilon_g \gg \mu > \Theta$  и учитывая зависимость химического потенциала  $\mu$  от электронной температуры  $\Theta$ , найдем добавку к частоте мягкой моды  $\Delta\omega_c(\Theta)$  в параэлектрической фазе, обусловленную ненулевой электронной температурой

$$\Delta\omega_c(\Theta) = -\frac{3}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega_c(0)} \tau \Theta^2 \mu_0^{-1/2} \varepsilon_g^{-3/2}, \quad (4)$$

где  $\mu_0$  — энергия Ферми,  $\tau \geq 1$  — параметр образования мягкой моды (для одномерного электронного спектра  $\tau = \Delta^2 / 4\pi a^2 \Delta$ ). При этом формула (4) имеет место для  $\Delta\omega_c(\Theta) \ll \omega_c(0)$ , когда

$$\Delta(\omega_c^2(\Theta)) \approx 2\omega_c(0) \Delta\omega_c(\Theta).$$

Как следует из выражения (4), электрическое поле может изменить  $\Delta\omega_c(\Theta)$ , меняя величину запрещенной зоны  $\varepsilon_g$  и электронную температуру  $\Theta$ . Можно показать, что вклад благодаря эффекту увеличения в поле  $\varepsilon_g$  (эффект Керна—Харбеке) в полях  $E \leq 100$  В/см пренебрежимо мал по сравнению с вкладом, обусловленным разогревом носителей в поле. Функция  $\Theta(E)$  есть

$$\Theta = \frac{T}{2} (1 + \sqrt{1 + \gamma E^2}), \quad (5)$$

где  $T$  — температура решетки, и можно показать, что при рассеянии на акустических<sup>3</sup> фонах для вырожденных электронов

$$\gamma \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \frac{\varphi_0}{u_l} \right)^2 \frac{T}{\mu_0}, \quad (6)$$

где  $\varphi_0$  — подвижность электронов в слабом поле,  $u_l$  — скорость продольной акустической волны. Из (4)–(6) для относительного изменения частоты мягкой моды в поле  $E$ , обусловленного разогревом носителей, получаем

$$\frac{\Delta\omega_c^2(E)}{\omega_c} = -A \left( \frac{\omega_0}{\omega_c} \right)^2 \tau T^2 \mu_0^{-1/2} \varepsilon_g^{-3/2} \gamma E^2, \quad (7)$$

где для теплых носителей ( $\gamma E^2 < 1$ ) коэффициент  $A = 0.8$ , а для горячих ( $\gamma E^2 > 1$ )  $A = 0.4$ . Заметим, что так как частота мягкой моды  $\omega_c$  при  $T \rightarrow T_c$  убывает, то относительное изменение  $(\Delta\omega_c^2(E)/\omega_c) \sim (\omega_0/\omega_c)^2$  в критической области температур растет; для кристаллов с меньшей  $\varepsilon_g$  оно также больше.

Отметим, что зависимость  $\omega_c$  от величины электрического поля может быть обусловлена изменением электронного спектра  $\varepsilon_i(p)$  (в выражении (2) за счет непосредственного взаимодействия носителей с полем, приводя-

<sup>2</sup> Проведены расчеты также и для трехмерного спектра; качественно результаты не меняются и ниже не приводятся для краткости изложения. Заметим, что существование одномерного спектра в рассматриваемых кристаллах обсуждается в литературе [7, 8].

<sup>3</sup> Так как  $T_c \ll \Theta_D$ , где  $\Theta_D$  — температура Дебая, рассеянием на оптических фонах можно пренебречь.

щего, в частности, к нелинейности электронной подсистемы. При малых полях этот дополнительный вклад, пропорциональный  $E^2$ , дает аддитивную добавку к выражению (7), которая для одномерного спектра вида (3) пропорциональна максимуму из параметров  $(\mu_0/\epsilon_g) < 1$  и  $p_F a < 1$ , где  $p_F$  — импульс Ферми и ее относительная к (7) величина порядка  $10^{-1} \div 10^{-2}$ .

Имеется также прямое взаимодействие постоянного электрического поля с поляризацией, обусловленной мягкой фононной модой, которое приводит к «размытию» перехода в поле, а также к изменению частоты. Это изменение определяется фононным ангармонизмом, и соответствующий относительный вклад в частоту мягкой моды

$$\frac{\Delta\omega_c^\Phi(E)}{\omega_c} = \frac{\epsilon_0^\Phi E^2}{4\omega_c^4}, \quad (8)$$

где  $\epsilon_0$  — статическая диэлектрическая проницаемость,  $\Phi$  — константа фононного ангармонизма четвертого порядка, нормированная на число ячеек в единице объема  $N$ . Заметим, что именно эта нелинейность (фононная) определяет диэлектрическую нелинейность сегнетоэлектриков.

Кроме того, в сегнетополупроводниках необходимо учитывать изменение частоты мягкой моды, обусловленное омическим нагревом решетки кристалла на  $\Delta T$ . Этот вклад зависит от условий эксперимента и будет оценен ниже; очевидно, что

$$\frac{\Delta\omega_c^T(E)}{\omega_c} = \frac{1}{\omega_c^2} \Delta T \frac{\partial\omega_c^2}{\partial T}. \quad (9)$$

Фононная часть диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon(\omega)$  определяется частотой мягкой моды, и изменение ее под действием электрического поля приводит к диэлектрической нелинейности. Далее рассмотрим диэлектрическую нелинейность сегнетополупроводников на примере нелинейного конденсатора, в котором емкость на частоте  $\omega$  изменяется под действием приложенного управляющего постоянного поля  $E_0$ ; при этом на частотах  $\omega < \omega_c$  относительное изменение емкости  $\Delta c_\omega(E_0)/c_\omega(0)$  пропорционально относительному изменению частоты мягкой моды  $\Delta\omega_c(E_0)/\omega_c$ , а при  $\omega > \omega_c$  оно пропорционально также еще и малому параметру  $(\omega_c/\omega)^2$ .

Пользуясь формулами (7)–(9), находим относительное изменение емкости на частоте переменного поля  $\omega < \omega_c$

$$\frac{\Delta c_\omega(E_0)}{c_\omega(0)} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0 + \epsilon_\infty} \left\{ A \left( \frac{\omega_0}{\omega_c} \right)^2 \tau \frac{T^2}{\epsilon_g^{3/2} \mu_0^{1/2}} (E_0^2 - \frac{3\Phi\epsilon_0}{4\omega_c^4} E_0^2) - \frac{1}{\omega_c^2} \frac{\partial\omega_c^2}{\partial T} \Delta T \right\}. \quad (10)$$

Рассмотрим относительные потери нелинейного конденсатора. Для проводящей среды потери на частоте  $\omega$  определяются фактором  $4\pi\sigma(\omega)/\epsilon_0\omega$ , где  $\sigma(\omega) = \sigma(0)(\nu/\omega)^2$  при  $\omega \gg \nu$  и  $\nu^{-1} = \tau_m$  — среднее время релаксации импульса носителей. Поэтому для их уменьшения желательно иметь  $\omega \gg \nu$ , тем самым наилучшим является следующий частотный интервал нелинейного конденсатора  $\nu \ll \omega < \omega_c$ . В сегнетополупроводниках имеется также фононное затухание. При  $\omega < \omega_c$  в слабодемпфированных кристаллах  $\tan\delta = \Gamma\omega/\omega_c^2$ , где  $\Gamma$  — константа затухания мягкой моды, при этом, согласно [9], в рассматриваемых кристаллах мягкая мода является недодемпфированной  $\Gamma/\omega_c \ll 1$ . Таким образом, в кристаллах с большими  $\omega_c$  относительные потери меньше; заметим также, что в зависимости от частоты внешнего поля  $\omega$  полные относительные потери (электронные и фононные) минимальны в области некоторого частотного оптимума. Проведем все оценки для кристалла  $Pb_{1-x}Ge_xTe$ . Для этого кристалла оптимум по потерям находится в миллиметровом диапазоне длин волн в области  $\lambda \sim 1$  мм, где по оценкам при [6, 9, 10]  $\Gamma \sim 1 \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega_c \sim 15 \text{ см}^{-1}$ ,  $\sigma(0) \sim 5 \cdot 10^3 \Omega^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ ,  $\epsilon_0 \sim 10^4$ ,  $\nu \sim 1.5 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$  электронные потери —  $\tan\delta \approx 0.03$ , фононные —  $\tan\delta_{\text{фон}} \sim 0.04$ .

Оценки для относительного изменения емкости таковы (по [6]) при  $x \sim 0.02$ ,  $\varepsilon_g \sim 0.2$  эВ;  $\Phi_0 \sim 2 \cdot 10^4$  см $^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$  и для концентрации носителей  $n \sim 10^{18}$  см $^{-3}$   $\mu_0 \sim 10^{-2}$  эВ): в полях  $E_0 \sim 30$  В/см в окрестности температур  $T$ , где имеется смягчение критической моды ( $\omega_c/\omega_0 \sim 0.3$ , имеем  $(\Delta c''(E_0)/c_\omega(0)) \sim 0.3$ ; в области температур  $T$ , когда смягчение несущественно, такое относительное изменение емкости порядка 0.3 достигается в полях  $E_0 \sim 100$  В/см; фононная нелинейность при таких полях (пользуясь [8],  $\Phi \approx 3 \cdot 10^{64}$  Г $^{-1} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{Н}^{-1}$ ,  $N \sim 0.2 \cdot 10^{22}$  см $^{-3}$ ) дает  $(\Delta C^\Phi(E_0)/C_\omega(0)) \sim 10^{-4}$ ). Следует заметить, что именно фононная нелинейность, обусловленная ангармонизмом решетки, приводит к характерному полю нелинейности порядка  $10^4$  В/см, которая и имеет место в сегнетоизолютиках; тогда как нелинейность, обусловленная неомичностью электронов в полупроводниках, определяется существенно меньшим характерным полем. Конструктивно [1] нелинейные конденсаторы выполняются в виде тонких пленок сегнетоизолютика на хорошо теплопроводящих диэлектрических подложках для обеспечения наилучших условий теплоотвода; в этом случае нагрев легко оценить, пользуясь расчетом из [1]

$$\Delta T = \frac{Ph^2}{2\lambda_{T_2}} \left( \frac{2}{\pi} \ln \frac{H}{h} + \frac{\lambda_{T_2}}{\lambda_{T_1}} \right), \quad (11)$$

где  $h$  и  $H$  — толщины пленки и подложки соответственно;  $\lambda_{T_1}$  и  $\lambda_{T_2}$  — коэффициенты теплопроводности пленки и подложки;  $P = \sigma E_0^2$  — плотность выделяемой мощности. Пользуясь данными из [9] и [6]:  $(d\omega_c^2/dT) \sim -1.2$  см $^2 \text{К}^{-1}$ ,  $T_c \approx 76$  К для  $x \approx 0.02$   $\sigma \sim 5 \cdot 10^3$  Ом $^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  и типичными [1] размерами  $h \sim 10^{-4}$  см,  $H \sim 10^{-1}$  см и в качестве теплопроводящей подложки сапфиром, у которого [1] при  $T \approx 78$  К  $\lambda_{T_2} \sim 9$  Вт $\cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ , получаем, что  $(\Delta C''(E_0)/C_\omega(0)) \sim 5 \cdot 10^{-3}$  при  $E_0 \sim 30$  В/см.

В заключение отметим, что самым серьезным «конкурентом» рассмотренного эффекта является изменение емкости, обусловленное нагревом решетки кристалла, которое существенно зависит от условий теплоотвода и, в частности, при увеличении толщины пленки  $h$  растет как  $h^2$ ; тогда как фононная нелинейность в узкощелевых сегнетополупроводниках всегда меньше нелинейности, обусловленной нелинейностью электронного газа. Тем самым и характерное поле нелинейности (и управляющее нелинейным конденсатором напряжение) в узкощелевых сегнетополупроводниках примерно на 2 порядка меньше, чем в перовскитоподобных сегнетоизолютиках.

В заключение авторы выражают благодарность О. Г. Вендику за полезные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Сегнетоизолютики в технике СВЧ / Под ред. О. Г. Вендика. М., 1979. 272 с.
- [2] Консин П. И., Кристоффель Н. Н. Вибронная теория сегнетоизолютического. УФН, 1976, т. 120, № 3, с. 507—509.
- [3] Берсунер И. Б., Вестер Б. Г., Огурцов И. Я. Туннельные эффекты в многоатомных системах. УФН, 1975, т. 116, № 4, с. 605—641.
- [4] Гиршберг Я. Г., Тамарченко В. И. ФТТ, 1976, т. 18, № 4, с. 1066—1072.
- [5] Литвинов В. И., Волков В. Л., Дугаев В. К. ФТТ, 1980, т. 22, № 1, с. 57—62.
- [6] Takaoka S., Myrase K. Phys. Rev., 1979, vol. B20, N 7, p. 2823—2833.
- [7] Дугаев В. К., Литвинов В. И. ФТТ, 1983, т. 25, № 1, с. 136—143.
- [8] Литвинов В. И., Волков В. Л. ФТТ, 1980, т. 22, № 2, с. 617—619.
- [9] Dynamical Properties of IV—VI Compounds, Springer Tracts in Modern Physics, Springer-Verlag — Berlin, 1983, vol. 99, p. 101.
- [10] Ichiguchi F., Nishikawa S., Murase S. Sol. St. Commun., 1980, vol. 34, p. 309.

Горьковский политехнический  
институт им. А. А. Жданова  
Горький

Поступило в Редакцию  
1 апреля 1987 г.  
В окончательной редакции  
8 октября 1987 г.