1988 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 30, в. 6
1988 SOLID STATE PHYSICS Vol. 30, № 6

УДК 537.533

ЭФФЕКТ УВЛЕЧЕНИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Э. Нормантас, Г. Е. Пикус

Рассчитан ток увлечения в магнитном поле при поглощении света свободными электронами в изотропном полупроводнике. Показано, что ток увлечения включает ряд компонент, имеющих нехолловскую природу, возникающих при освещении линейно- или циркулярно-поляризованным светом. Установлено, что при большой концентрации электронов существенный вклад в ток дает продольная компонента электромагнитной волны, возникающая в магнитном поле.

Эффект увлечения электронов электромагнитной волной был впервые открыт в [1, 2]. В [1] и первых теоретических работах [3, 4] ток увлечения рассматривался как холловский ток в скрещенных переменных электрическом и магнитном полях. В последующих работах [5–8] было показано, что в классической теории наряду с холловским вкладом надо учитывать и сравнимый по величине вклад, обусловленный пространственной дисперсией высокочастотной проводимости. В [6, 7] было также установлено, что неоднородный разогрев электронов при больших временах релаксации по энергии может приводить к вкладу в ток, существенно превышающему два первых. Однако на эксперименте такие большие значения тока увлечения не наблюдались. В нашей работе [9] показано, что в обычных условиях наблюдения эффекта увлечения, а именно при измерении ЭДС на разомкнутых однородных образцах, когда контакты расположены вне освещенной области, компонента тока, обусловленная нагревом, в изотропных полупроводниках не дает вклада в измеряемую ЭДС. Если же электроды находятся на освещаемой поверхности, то невозможно разделить объемную ЭДС, связанную с нагревом электронов и ЭДС на контактах, зависящую от их геометрии и материала.

Вклад в ток увлечения, обусловленный нагревом, в принципе можно измерить, поместив образец в поперечное магнитное поле. При этом, как показано в [9], измеряемая ЭДС разомкнутого образца зависит от места расположения и формы измерительных электродов. При расчете тока увлечения в магнитном поле мы, как и в [10], будем рассматривать кубический полупроводник с изотропным невырожденным спектром. В отличие от [10] мы рассчитаем ток увлечения при произвольной зависимости времени релаксации от энергии. Последнее обстоятельство является существенным, так как в разомкнутом образце, в котором полный ток равен нулю, поперечная холловская ЭДС может возникать лишь в меру отличия холловских углов для тока увлечения и полевого тока, а также различного влияния на эти токи геометрии образца. Мы также покажем, что ток увлечения в магнитном поле включает ряд компонент, возникающих только при освещении циркулярно- или линейно-поляризованным светом, которые ранее не рассматривались.

Общее выражение для тока увлечения $\mathbf{j}_0$ в изотропном негиротропном кристалле можно записать в виде

$$\mathbf{j}_0 = k_1^{(0)}\mathbf{q}\,|\mathbf{E}|^2 + k_2^{(0)}\nabla|\mathbf{E}|^2 + k_3^{(0)}[\boldsymbol{\varkappa}\nabla|\mathbf{E}|^2]. \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{E}$ и $\mathbf{q}$ — напряженность электрического поля и волновой вектор электромагнитной волны, $\boldsymbol{\varkappa} = i[\mathbf{E}\mathbf{E}^*]/|\mathbf{E}|^2 = \frac{\mathbf{q}}{q}P_{\text{цирк}}$. В (1) и далее учтено, что $\mathbf{q} \perp E$, а $\varkappa \| \mathbf{q}$. В общем выражении для тока увлечения в магнитном поле $\mathbf{H}_0$ мы ограничимся членами, линейными по H_0, т. е. членами первого порядка по параметру $\Omega\tau_i$, где $\boldsymbol{\Omega}=e\mathbf{H}_0/mc$, m — эффективная масса, τ_i — время релаксации анизотропных компонент функции распределения. В этом приближении

$$\mathbf{j}_H = k_1^{(1)}[\Omega\mathbf{q}]\,|\mathbf{E}|^2 + k_2^{(1)}[\Omega\nabla\,|\mathbf{E}|^2] + k_3^{(1)}\varkappa(\Omega\nabla\,|\mathbf{E}|^2) + k_4^{(1)}(\Omega\varkappa)\nabla\,|\mathbf{E}|^2 +$$
$$+ k_5^{(1)}\Omega(\varkappa\nabla\,|\mathbf{E}|^2) + k_6^{(1)}\Omega(\varkappa\mathbf{q})\,|\mathbf{E}|^2 + k_7^{(1)}\varkappa(\Omega\mathbf{q})\,|\mathbf{E}|^2 +$$
$$+ k_8^{(1)}\left\{\mathrm{Re}\,[\mathbf{E}\mathbf{q}](\Omega\mathbf{E}^*) - \frac{1}{2}[\Omega\mathbf{q}]\,|\mathbf{E}|^2\right\}. \qquad (2)$$

Первые две компоненты в (2), а также третья и пятая компоненты при $k_3^{(1)} = -k_5^{1(1)}$, есть холловские компоненты от соответствующих вкладов тока $\mathbf{j}_0$ в (1). Компоненты 4—7 отличны от нуля лишь при возбуждении циркулярно-поляризованным светом, а последняя и при возбуждении линейно-поляризованным светом.

В следующих разделах мы рассчитаем коэффициенты $k_i^{(j)}$ в (1) и (2).

1. Функция распределения в магнитном поле

Функция распределения электронов $\mathscr{F}(\mathbf{r}, t)$ в поле электромагнитной волны определяется уравнением

$$\frac{\partial\mathscr{F}}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\mathscr{F} - e\left\{\tilde{\mathbf{E}} + \frac{1}{c}[\mathbf{v}\tilde{\mathbf{H}}]\right\}\nabla_p\mathscr{F} - \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}_0]\nabla_p\mathscr{F} = S(\mathscr{F}). \qquad (3)$$

Здесь $\tilde{\mathbf{E}} = 2\,\mathrm{Re}\,\mathbf{E}e^{-i\omega t}$, $\tilde{\mathbf{H}} = 2\,\mathrm{Re}\,\mathbf{H}e^{-i\omega t}$, $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r})\,e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}$, $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r})\,e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -i\frac{c}{\omega}\,\mathrm{rot}\,E$, ω и $\mathbf{q}$ — частота и волновой вектор света. $S(\mathscr{F})$ — столкновительный член. При этом предполагается, что амплитуды полей $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ заметно не меняются на длинах порядка длины волны света $\lambda=2\pi/q$, а также на длине релаксации по энергии. Для решения уравнения (3) используется метод итераций по $\tilde{\mathbf{E}}$ и $\tilde{\mathbf{H}}$. Указанный метод аналогичен использованному в [6, 7, 10, 11]. Поэтому мы, не излагая подробно ход расчетов, приведем лишь те выражения, которые требуются, чтобы ввести необходимые обозначения и указать некоторые важные особенности, не отмеченные в предыдущих работах.

Функция $\mathscr{F}$ записывается в виде

$$\mathscr{F}(t) = f_0 + 2\,\mathrm{Re}\,f_1 e^{-i\omega t} + f_2, \qquad (4)$$

где f_0 — равновесная функция распределения. Функции f_1 и f_2 определяются уравнениями

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v}\nabla f_1 - \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}_0]\nabla_p f_1 - e\mathbf{E}\nabla_p f_0 = S(f_1), \qquad (5)$$

$$\mathbf{v}\nabla f_2 - 2e\,\mathrm{Re}\left[\left(\mathbf{E}^* + \frac{1}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}^*]\right)\nabla_p f_1\right] - \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}_0]\nabla_p f_2 = S(f_2). \qquad (6)$$

Функции f_1 и f_2 раскладываются по параметру $qv\tau \simeq l/\lambda$

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= f_{10} + f_{11} = \mathbf{a}^{10}\mathbf{p} + a_0^{11} + a_{\alpha\beta}^{11}Q_{\alpha\beta}, \\ f_2 &= f_{20} + f_{21} = a_0^{20} + a_{\alpha\beta}^{20}Q_{\alpha\beta} + \mathbf{a}^{21}\mathbf{p} + a_{\alpha\beta\gamma}^{21}R_{\alpha\beta\gamma}, \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

$$Q_{\alpha\beta} = p_\alpha p_\beta - \frac{1}{3}p^2\delta_{\alpha\beta}, \quad R_{\alpha\beta\gamma} = p_\alpha p_\beta p_\gamma - \frac{1}{5}p^2(p_\alpha\delta_{\beta\gamma} + p_\beta\delta_{\alpha\gamma} + p_\gamma\delta_{\alpha\beta}),$$

$\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера. Предполагается, что все коэффициенты a^{ij} зависят только от энергии электрона ε.

Остановимся коротко на виде столкновительных членов. Согласно [6, 7, 11], для линейных, квадратичных и кубических по p компонент в (5), (6), преобразующихся по представлениям D_i группы вращения ($i=1, 2, 3$) соответственно.

$$S(f_i) = -f_i/\tau_i; \quad i = 1, 2, 3.$$

Компонента a_0^{20} описывает изменение изотропной части функции распределения, и для нее $S(a_0^{20})$ определяется механизмом релаксации по энергии. При доминирующем вкладе рассеяния на акустических фононах, согласно [6, 11],

$$S(a_0^{20}) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left\{ \varepsilon^{3/2} \tau_\varepsilon^{-1} \left[T \frac{\partial a_0^{20}}{\partial \varepsilon} + a_0^{20} (1 - 2f_0) \right] \right\}. \tag{8}$$

Здесь $\tau_\varepsilon = T\tau_{1\phi}/2ms^2$, где $\tau_{1\phi}$ — время релаксации импульса, обусловленное рассеянием на фононах; s — скорость звука.

Компонента a_0^{11} определяет переменный заряд $\tilde{\rho} = \operatorname{div} \tilde{\mathbf{j}} = 2 \operatorname{Re} \rho e^{-i\omega t}$. Этот заряд создает продольное электрическое поле $\tilde{E}' = 2 \operatorname{Re} \mathbf{E}' e^{-i\omega t}$, определяемое выражением

$$\mathbf{E}' = -i\mathbf{q} \frac{4\pi\rho}{\varepsilon_p q^2} = ie\mathbf{q} \frac{4\pi}{\varepsilon_p q^2} \int a_0^{11} d^3p, \tag{9}$$

где ε_p — диэлектрическая проницаемость решетки. Для расчета $S(a_0^{11})$ необходимо включить поле $\mathbf{E}'$ в кинетическое уравнение (5) и найти соответствующую компоненту $\mathbf{a}^{10}(\mathbf{E}')$. Согласно (6),

$$\mathbf{a}^{10}(\mathbf{E}) = \frac{e}{m} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\tilde{\tau}_1}{1 + \Omega^2 \tilde{\tau}_1^2} \mathbf{F}(\mathbf{E}), \tag{10}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{E}) = \mathbf{E} + \tilde{\tau}_1 [\mathbf{\Omega} \mathbf{E}] + \tilde{\tau}_1^2 \mathbf{\Omega} (\mathbf{\Omega} \mathbf{E}),$$

$$\tilde{\tau}_1^{-1} = \tau_1^{-1} - i\omega,$$

а уравнение для a_0^{11} имеет вид

$$-i\omega a_0^{11} + \frac{2}{3} \varepsilon \operatorname{div} \mathbf{a}^{10}(\mathbf{E}) = -\frac{2}{3} \varepsilon \operatorname{div} \mathbf{a}^{10}(\mathbf{E}'). \tag{11}$$

Выражение в правой части (11) и есть $S(a_0^{11})$. Используя (9), (10) и (11), его можно записать в виде

$$S(a_0^{11}) = -\frac{a_0^{11}}{\tau_0}, \tag{12}$$

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{4\pi\sigma(\omega, \Omega)}{\varepsilon_p} \left[1 + \frac{(\mathbf{\Omega}\mathbf{q})^2}{q^2} \frac{\langle [\tilde{\tau}_1(\Omega)]^3 \rangle}{\langle \tilde{\tau}_1(\Omega) \rangle} \right]. \tag{13}$$

Здесь

$$\langle [\tilde{\tau}(\Omega)]^\nu \rangle = \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\tilde{\tau}^\nu}{1 + \Omega^2 \tilde{\tau}^2} \varepsilon^{3/2} d\varepsilon \Bigg/ \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \varepsilon^{3/2} d\varepsilon,$$

$$\sigma(\omega, \Omega) = \frac{e^2 N}{m} \langle \tilde{\tau}_1(\Omega) \rangle,$$

N — концентрация электронов. При $\Omega\tau_1 \ll 1$ и $\omega\tau_1 \ll 1$ τ_0 есть максвелловское время релаксации τ_M, при $\omega\tau_1 \gg 1$ $\tau_0 = -i\omega/\omega_{пл}^2$, где $\omega_{пл} = (4\pi e^2 N/m\varepsilon_p)^{1/2}$ — плазменная частота.

Согласно (9), (10), (12), поле $\mathbf{E}'$ равно

$$\mathbf{E}' = -\frac{\mathbf{q}}{q^2(1 - i\omega\tau_0)} \frac{\langle [\tilde{\tau}_1(\Omega)]^2 \rangle (\mathbf{q} [\mathbf{\Omega} \mathbf{E}]) + \langle [\tilde{\tau}_1(\Omega)]^3 \rangle (\mathbf{\Omega}\mathbf{q})(\mathbf{\Omega}\mathbf{E})}{\langle \tilde{\tau}_1(\Omega) \rangle + \dfrac{(\mathbf{\Omega}\mathbf{q})^2}{q^2} \langle [\tilde{\tau}_1(\Omega)]^3 \rangle}. \tag{14}$$

Это поле $\mathbf{E}'$ необходимо учитывать далее во всех слагаемых наряду с $\mathbf{E}$, кроме a_0^{11}, так как оно уже учтено в (11). Однако можно поступить проще: учесть поле $\mathbf{E}'$ и в a_0^{11}, положив в (12) $S(a_0^{11}) = 0$.[1] Далее в § 2 мы используем второй путь. В сильном магнитном поле при частотах ω, близких к $\omega_{пл}$, также надо учитывать зависимость $\mathbf{q}$ от магнитного поля и поляризации света. При $\mathbf{H}_0 = 0$ в случае изотропного спектра, рассмотренного в [6, 7], $a_0^{11} \equiv 0$, так как $\operatorname{div} \mathbf{E} \equiv 0$. В многодолинном кубическом кристалле,

[1] Если τ_ε сравнимо или меньше τ_0, то в правую часть (11) необходимо включить слагаемое $S_\varepsilon(a_0^{11})$, аналогичное (8), не изменяющее $\tilde{\rho}$ и $\mathbf{E}'$.

рассмотренном в [11], сумма компонент a_0^{11} для всех долин равна нулю, т. е. переменный заряд $\tilde{\rho}$ и поле $\mathbf{E}'$ не возникают. В этом случае скорость релаксации компонент a_0^{11} для отдельных долин определяется междолинным временем релаксации $\tau_{\text{мд}}$. В рассмотренном в [11] пределе $\omega \gg \tau_1^{-1} \gg \tau_{\text{мд}}^{-1}$. В рассматриваемом там же случае одноосного кристалла поле в образце определялось из уравнений Максвелла с учетом электронного вклада в диэлектрическую проницаемость. Как указано выше, при этом следует считать $S(a_0^{11})=0$. В [10] ошибочно полагалось $S(a_0^{11}) = -a_0^{11}/\tau_1$.

Согласно (7), ток увлечения определяется компонентой $\mathbf{a}^{21}$,

$$\mathbf{j} = eN \int_0^\infty \mathbf{a}^{21} \varepsilon^{3/2} d\varepsilon \Bigg/ \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \varepsilon^{3/2} d\varepsilon. \tag{15}$$

Решение уравнений (5)—(7) методом итераций приводит к следующему выражению, определяющему компоненту $\mathbf{a}^{21}$,

$$\mathbf{a}^{21} = \frac{\tau_1}{1+\Omega^2\tau_1^2}\{\mathbf{B} + \tau_1[\mathbf{\Omega B}] + \tau_1^2\mathbf{\Omega}(\mathbf{\Omega B})\}. \tag{16}$$

Здесь

$$B_\alpha = -\frac{1}{m}\frac{\partial a_0^{20}}{\partial x_\alpha} - \frac{4}{5}\varepsilon\left(\frac{\partial a_{\alpha\beta}^{20}}{\partial x_\beta} - \frac{1}{3}\frac{\partial a_{\beta\beta}^{20}}{\partial x_\alpha}\right) + \frac{2e}{m}\operatorname{Re}\left(E_\alpha^*\frac{\partial a_0^{11}}{\partial \varepsilon}\right) + $$
$$+ 4e\operatorname{Re}\left(1+\frac{2}{5}\frac{\partial}{\partial \ln \varepsilon}\right)\left(E_\beta^* a_{\alpha\beta}^{11} - \frac{1}{3}E_\alpha^* a_{\beta\beta}^{11}\right) + \frac{2e}{mc}\operatorname{Re}[\mathbf{H}\mathbf{a}^{10}]_\alpha, \tag{17}$$

где $\mathbf{a}^{10}$ определяется формулой (10) в соответствии с (11), (12),

$$a_0^{11} = -\frac{2}{3}\tilde{\tau}_0\varepsilon \operatorname{div}\mathbf{a}^{10}, \tag{18}$$

$$\tilde{\tau}_0^{-1} = \tau_0^{-1} - i\omega,$$

а компоненты $a_{\alpha\beta}^{11}$ и $a_{\alpha\beta}^{20}$ определяются выражениями

$$a_{\alpha\beta}^{11} = \tilde{\tau}_2\left\{A_{\alpha\beta}^{(1)} + \frac{\tilde{\tau}_2[V_{\alpha\beta}^{(1)} + \tilde{\tau}_2 W_{\alpha\beta}^{(1)}]}{1+4\Omega^2\tilde{\tau}_2^2} + \frac{3\tilde{\tau}_2^3[\Delta_{\alpha\beta}^{(1)} + \tilde{\tau}_2\delta_{\alpha\beta}^{(1)}]}{(1+\Omega^2\tilde{\tau}_2^2)(1+4\Omega^2\tilde{\tau}_2^2)}\right\}. \tag{19}$$

Выражение для $a_{\alpha\beta}^{20}$ отличается от (19) заменой $\tilde{\tau}_2$ на τ_2 и $A^{(1)}$, $V^{(1)}$, $W^{(1)}$, $\Delta^{(1)}$, $\delta^{(1)}$ на $A^{(2)}$, $V^{(2)}$, $W^{(2)}$, $\Delta^{(2)}$, $\delta^{(2)}$ соответственно. Здесь

$$V_{\alpha\beta}^{(i)} = \Omega_\varepsilon(\delta_{\alpha\varepsilon\gamma}A_{\gamma\beta}^{(i)} + \delta_{\beta\varepsilon\gamma}A_{\gamma\alpha}^{(i)}),$$
$$W_{\alpha\beta}^{(i)} = \Omega_\varepsilon(\delta_{\alpha\varepsilon\gamma}V_{\gamma\beta}^{(i)} + \delta_{\beta\varepsilon\gamma}V_{\gamma\alpha}^{(i)}),$$
$$\Delta_{\alpha\beta}^{(i)} = \Omega_\alpha\Omega_\gamma V_{\beta\gamma}^{(i)} + \Omega_\beta\Omega_\gamma V_{\alpha\gamma}^{(i)},$$
$$\delta_{\alpha\beta}^{(i)} = \Omega_\alpha\Omega_\gamma W_{\beta\gamma}^{(i)} + \Omega_\beta\Omega_\gamma W_{\alpha\gamma}^{(i)},$$

$\delta_{\alpha\beta\gamma}$ — единичный антисимметричный тензор, а

$$A_{\alpha\beta}^{(1)} = -\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial a_\alpha^{10}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial a_\beta^{10}}{\partial x_\alpha}\right),$$

$$A_{\alpha\beta}^{(2)} = \frac{e}{m}\operatorname{Re}\left(E_\alpha^*\frac{\partial a_\beta^{10}}{\partial \varepsilon} + E_\beta^*\frac{\partial a_\alpha^{10}}{\partial \varepsilon}\right).$$

Функция a_0^{20}, удовлетворяющая условию

$$\int_0^\infty a_0^{20}\sqrt{\varepsilon}\, d\varepsilon = 0, \tag{20}$$

есть

$$a_0^{20} = \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\{|\mathbf{E}|^2 \operatorname{Re}\tilde{a}_2^{(1)} - \operatorname{Im}(\mathbf{\Omega}[\mathbf{EE}^*])\operatorname{Im}\tilde{a}_2^{(2)} + |(\mathbf{\Omega E})|^2\operatorname{Re}\tilde{a}_2^{(3)}\}, \tag{21}$$

$$\tilde{a}_2^{(n)} = -\frac{2}{3}\frac{e^2}{m^2 s^2}\left\{\int_0^\varepsilon \frac{\tilde{\tau}_1^n \tau_{1\phi} d\varepsilon}{1+\Omega^2\tilde{\tau}_1^2} - C_0^{(n)}\right\}.$$

Константы $C_0^{(n)}$ определяются из уравнения

$$\int_0^\infty \tilde{a}_2^{(n)}(\varepsilon)\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\,d\varepsilon = 0,$$

что обеспечивает выполнение условия (20).

2. Ток увлечения в слабых магнитных полях

В настоящем разделе мы рассчитаем ток увлечения, ограничившись линейными по $\mathbf{H}_0$ членами. Для этого разложим $\mathbf{B}$, определенное (17) по параметру $\Omega\tau$,

$$\mathbf{B} = \frac{e^2}{m^2}[\mathbf{B}^{(0)} + \mathbf{B}^{(1)}], \tag{22}$$

где $\mathbf{B}^{(n)} \sim (\Omega\tau)^n$. Аналогичное разложение для $\mathbf{a}^{21}$, согласно (16), имеет вид

$$\mathbf{a}^{21} = \mathbf{a}_{21}^{(0)} + \mathbf{a}_{21}^{(1)}, \tag{23}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{a}_{21}^{(0)} &= \frac{e^2}{m^2}\tau_1\mathbf{B}^{(0)}(\mathbf{E}),\\ \mathbf{a}_{21}^{(1)} &= \frac{e^2}{m^2}\tau_1\{\mathbf{B}^{(1)}(\mathbf{E}) + \tau_1[\mathbf{\Omega}\mathbf{B}^{(0)}(\mathbf{E})] + \mathbf{B}^{(0)}(\mathbf{E},\mathbf{E}')\}. \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Последнее слагаемое в $\mathbf{a}_{21}^{(1)}$ содержит произведение компонент $\mathbf{E}$ и $\mathbf{E}'$. При этом в $\mathbf{E}'$ достаточно удержать лишь члены, линейные по $\Omega\tilde{\tau}_1$.

Выражение для $\mathbf{B}^{(0)}(\mathbf{E})$ и $\mathbf{B}^{(0)}(\mathbf{E},\mathbf{E}')$ можно записать в виде

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{B}^{(0)}(\mathbf{E}) &= b_1^{(0)}\mathbf{q}\,|\mathbf{E}|^2 + b_2^{(0)}\nabla|\mathbf{E}|^2 + b_3^{(0)}[\boldsymbol{\varkappa}\nabla|\mathbf{E}|^2],\\ \mathbf{B}^{(0)}(\mathbf{E},\mathbf{E}') &= b_4^{(0)}\,\mathrm{Re}\,\{\mathbf{E}^*(\mathbf{q}\mathbf{E}')\}. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

В (25) учтено, что $(\mathbf{q}\mathbf{E}) = 0$ и $(\mathbf{E}^*\mathbf{E}') = 0$. Согласно (14), в линейном по $\Omega\tau$ приближении

$$\mathbf{E}^*(\mathbf{q}\mathbf{E}') = \frac{\langle\tilde{\tau}_1^2\rangle}{\langle\tilde{\tau}_1\rangle}\,\frac{1}{1 - i\omega\tau_0}\{-[\mathbf{\Omega}\mathbf{q}]\,|\mathbf{E}|^2 + [\mathbf{E}\mathbf{q}](\mathbf{\Omega}\mathbf{E}^*)\}. \tag{26}$$

Аналогичное разложение для $\mathbf{B}^{(1)}(\mathbf{E})$ имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{(1)} = {} & b_1^{(1)}[\mathbf{\Omega}\mathbf{q}]\,|\mathbf{E}|^2 + b_2^{(1)}[\mathbf{\Omega}\nabla|\mathbf{E}|^2] + b_3^{(1)}\boldsymbol{\varkappa}(\mathbf{\Omega}\nabla|\mathbf{E}|^2) + b_4^{(1)}(\mathbf{\Omega}\boldsymbol{\varkappa})\nabla|\mathbf{E}|^2 + \\ & + b_5^{(1)}\mathbf{\Omega}(\boldsymbol{\varkappa}\nabla|\mathbf{E}|^2) + b_6^{(1)}\mathbf{\Omega}(\boldsymbol{\varkappa}\mathbf{q})\,|\mathbf{E}|^2 + b_7^{(1)}\boldsymbol{\varkappa}(\mathbf{\Omega}\mathbf{q})\,|\mathbf{E}|^2 + \\ & + b_8^{(1)}\,\mathrm{Re}\left\{[\mathbf{E}\mathbf{q}](\mathbf{\Omega}\mathbf{E}^*) - \frac{1}{2}[\mathbf{\Omega}\mathbf{q}]\,|\mathbf{E}|^2\right\}. \end{aligned} \tag{27}$$

Коэффициенты $b_i^{(n)}$ выражаются через вещественные и мнимые части функций $g_j^{(n)}$

$$b_i^{(n)} = \sum_j\left[A_{ij}^{(n)}\,\mathrm{Re}\,g_j^{(n)} + B_{ij}^{(n)}\,\mathrm{Im}\,g_j^{(n)}\right]. \tag{28}$$

Здесь

$$\left.\begin{aligned} g_1^{(n)} &= \frac{1}{ms^2}\left[\int_0^\varepsilon \tilde{\tau}_1^{n+1}\tau_{1\phi}\,d\varepsilon - C^{(n)}\right]\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon},\\ g_2^{(n)} &= \tau_2\frac{\partial}{\partial\ln\varepsilon}\left(\tilde{\tau}_1^{n+1}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right),\\ g_3^{(n)} &= \left(1 + \frac{2}{5}\frac{\partial}{\partial\ln\varepsilon}\right)\tilde{\tau}_1^{n+1}\tilde{\tau}_2\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon},\\ g_4^{(n)} &= \left(1 + \frac{2}{5}\frac{\partial}{\partial\ln\varepsilon}\right)\tilde{\tau}_1\tilde{\tau}_2^{n+1}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon},\\ g_5^{(n)} &= \frac{1}{\omega}\tilde{\tau}_1^{n+1}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon},\\ g_6^{(n)} &= \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left(\varepsilon\tilde{\tau}_1^{n+1}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right), \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

где $C^{(n)}$ определяется из условия $\int\limits_0^\infty g_1^{(n)} \sqrt{\varepsilon}\, d\varepsilon = 0$. Отличные от нуля коэффициенты $A_{ij}^{(n)}$ и $B_{ij}^{(n)}$ для $n = 0, 1$ приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

$A_{ij}^{(0)}$						$B_{ij}^{(0)}$	
i	j					i	j
	1	2	3	5	6		3
1	0	0	0	-2	0	1	2
2	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{15}$	-2	0	0	3	2
4	0	0	0	2	$\frac{4}{3}$	4	$\frac{2}{3}$

Таблица 2

$A_{ij}^{(1)}$					$B_{ij}^{(1)}$						
i	j				i	j					
	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	0	0	-1	$-\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{2}{3}$	3	0	0
2	-2	-4	0	0	4	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{15}$	-2	-4	0	0
6	$-\frac{2}{3}$	1	0	0	5	0	0	0	2	0	0
7	$-\frac{4}{3}$	-3	0	0	6	0	0	0	0	-1	$-\frac{2}{3}$
8	0	0	2	$\frac{4}{3}$	7	0	0	0	0	-1	$\frac{2}{3}$
—					8	0	0	$-\frac{4}{3}$	-2	0	0

Используя (24)—(29) и табл. 1 и 2, мы рассчитали коэффициенты $k_i^{(n)}$ в разложении для токов $\mathbf{j}_0$ и $\mathbf{j}_H$ в (1) и (2). Предполагается, что времена релаксации $\tau_{1,2}(\varepsilon)$ степенным образом зависят от энергии

$$\tau_i(\varepsilon) = \tau_i \left(\frac{\varepsilon}{T}\right)^r. \tag{30}$$

Расчет проведен для невырожденного полупроводника для двух предельных случаев $\omega\tau_i \ll 1$ и $\omega\tau_i \gg 1$. В табл. 3 и 4 приведены значения соответствующих коэффициентов $k_i^{(n)}$ в единицах $e^3 N \tau_1^{n+2}/m^2 \omega$ при $\omega\tau_i \ll 1$ или в $e^3 N \tau_1^n/m^2 \omega^3$ при $\omega\tau_i \gg 1$. При этом оставлены только слагаемые, наибольшие по параметру $\omega\tau_i$ или $1/\omega\tau_i$ соответственно, а также по параметру $T/ms^2 \gg 1$.

Как показано в [9], при расчете поперечной ЭДС на разомкнутом образце наряду с током увлечения $\mathbf{j}_H$, определяемым (2), необходимо учитывать и холловский ток, создаваемый в магнитном поле H_0 полем φ_0, компенсирующим ток $\mathbf{j}_0$, определяемый (1). В результате поперечная ЭДС,

Таблица 3

	$\omega\tau \ll 1$
$k_1^{(0)}$	$-2\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}+2r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}$
$k_2^{(0)}$	$\dfrac{2}{3}\dfrac{T}{ms^2}\dfrac{\omega\tau_{1\text{ф}}}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left(r+\frac{1}{2}\right)^{-1}\left[\Gamma(3+2r)-\dfrac{\Gamma(2+r)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)\right]$
$k_3^{(0)}$	$-\dfrac{4}{5}r\omega^2\tau_2(\tau_1+\tau_2)\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}+4r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}$
	$\omega\tau \gg 1$
$k_1^{(0)}$	$-2\left(1+\dfrac{2}{5}r\dfrac{\tau_1+\tau_2}{\tau_2}\right)$
$k_2^{(0)}$	$\dfrac{2}{3}\dfrac{T}{ms^2}\dfrac{\omega\tau_{1\text{ф}}}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left(\frac{1}{2}-r\right)^{-1}\left[\Gamma(3)-\dfrac{\Gamma(2-r)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)\right]$
$k_3^{(0)}$	$-\dfrac{4}{5}r\dfrac{\tau_1+\tau_2}{\tau_2}$

создаваемая второй компонентой в (2), определяется не величиной $k_2^{(1)}$, а коэффициентом $\tilde{k}_2^{(1)}$,

$$\tilde{k}_2^{(1)}=k_2^{(1)}-\frac{\beta}{\sigma}k_2^{(0)}=k_2^{(1)}-\frac{\langle\tau_1^2\rangle}{\langle\tau_1\rangle}k_2^{(0)}=k_2^{(1)}-\tau_1k_1^{(0)}\frac{\Gamma(5/2+2r)}{\Gamma(5/2+r)}, \tag{31}$$

так как $\beta=Ne^2\langle\tau^2\rangle/m$ [12]. При $\omega\tau\ll1$

$$\tilde{k}_2^{(1)}=k_2^{(1)}\left\{1-\frac{\Gamma(5/2+2r)}{\Gamma(5/2+r)}\frac{\Gamma(3/2)\Gamma(3+2r)-\Gamma(2+r)\Gamma(5/2+r)}{\Gamma(3/2)\Gamma(3+3r)-\Gamma(2+r)\Gamma(5/2+2r)}\right\}, \tag{32}$$

при $\omega\tau\gg1$

$$\tilde{k}_2^{(1)}=k_2^{(1)}\left\{1-\frac{\Gamma(5/2+2r)}{\Gamma(5/2+r)}\frac{\Gamma(3)\Gamma(3/2)-\Gamma(2-r)\Gamma(5/2+r)}{\Gamma(3/2)\Gamma(3+r)-\Gamma(2-r)\Gamma(5/2+2r)}\right\}. \tag{33}$$

Видно, что при $r=0$ в обоих случаях $\tilde{k}_2^{(1)}=0$.

При преобладании рассеяния на примесях ($r=3/2$) при $\omega\tau\ll1$

$$\tilde{k}_2^{(1)}=0.49k_2^{(1)}, \tag{34}$$

при $\omega\tau\gg1$

$$\tilde{k}_2^{(1)}=0.06k_2^{(1)}. \tag{35}$$

Если коэффициент поглощения α мал, так что интенсивность света на длине образца L практически не меняется, т. е. $\alpha L\ll1$, то и ЭДС, создаваемая первой компонентой в (2), определяется не величиной $k_1^{(1)}$, а коэффициентом $\tilde{k}_1^{(1)}$, связанным с $k_1^{(1)}$ и $k_1^{(0)}$ соотношением, аналогичным (31). При $\omega\tau\ll1$

$$\tilde{k}_1^{(1)}=k_1^{(1)}\left\{1-\frac{\Gamma^2\left(\frac{5}{2}+2r\right)}{\Gamma(5/2+r)\Gamma(5/2+3r)}\left[1-\frac{1}{3}r\left(1-\frac{1}{1+\omega^2\tau_0^2}\times\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\times\frac{\Gamma^2(5/2+2r)}{\Gamma(5/2+r)\Gamma(5/2+3r)}\right)\right]^{-1}\right\}. \tag{36}$$

При $\omega\tau\gg1$

$$\tilde{k}_1^{(1)}=k_1^{(1)}\left\{1-\frac{\Gamma(5/2+2r)}{\Gamma(5/2+r)}\left(1+\frac{2}{5}r\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_2}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\Gamma(5/2+r)}{\Gamma(5/2)}\left(1+\frac{2}{5}r+\frac{4}{5}r\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)+\frac{1}{3}r\frac{\tau_0\left(1+\frac{1}{5}\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_2}\right)}{\tau_1(1+\omega^2\tau_0^2)}\right]^{-1}\right\}. \tag{37}$$

Таблица 4

	$\omega\tau \ll 1$
$k_1^{(1)}$	$-\dfrac{2\Gamma\left(\frac{5}{2}+3r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left\{1-\dfrac{1}{3}r\left[1+\dfrac{1}{1+\omega^2\tau_0^2}\dfrac{\Gamma^2\left(\frac{5}{2}+2r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+3r\right)\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)}\right]\right\}$
$k_2^{(1)}$	$\dfrac{2}{3}\dfrac{T}{ms^2}\omega\tau_{1\phi}\left(r+\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\dfrac{1}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left[\Gamma(3+3r)-\dfrac{\Gamma(2+r)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}\Gamma\left(\dfrac{5}{2}+2r\right)\right]$
$k_3^{(1)}$	$-\dfrac{8}{5}r\omega^2\tau_2(\tau_1+\tau_2)\,\Gamma\left(\dfrac{5}{2}+5r\right)\Big/\Gamma\left(\dfrac{5}{2}\right)$
$k_4^{(1)}$	$\dfrac{4}{3}\dfrac{T}{ms^2}\omega^2\tau_1\tau_{1\phi}\left(3r+\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\dfrac{1}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left[\Gamma(3+4r)-\dfrac{\Gamma(2+3r)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}\Gamma\left(\dfrac{5}{2}+r\right)\right]$
$k_5^{(1)}$	$-\dfrac{4}{5}r\omega^2\tau_2^2\left(1+2\dfrac{\tau_2}{\tau_1}\right)\Gamma\left(\dfrac{5}{2}+5r\right)\Big/\Gamma\left(\dfrac{5}{2}\right)$
$k_6^{(1)}$	$\dfrac{2}{3}r\dfrac{\omega\tau_1}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left\{\left(2+\dfrac{2}{5}\dfrac{\tau_2}{\tau_1}-\dfrac{3}{5}\dfrac{\tau_2^2}{\tau_1^2}\right)\Gamma\left(\dfrac{5}{2}+4r\right)+\dfrac{\Gamma^2\left(\frac{5}{2}+2r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)(1+\omega^2\tau_0^2)}\times\right.$ $\left.\times\left[\dfrac{\tau_0}{\tau_1}+2\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}+3r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+2r\right)}-\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}+2r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)}\right]\right\}$
$k_7^{(1)}$	$-\dfrac{2}{3}\dfrac{\omega\tau_1}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left\{\left[6+r\left(2-\dfrac{4}{5}\dfrac{\tau_2}{\tau_1}-\dfrac{9}{5}\dfrac{\tau_2^2}{\tau_1^2}\right)\right]\Gamma\left(\dfrac{5}{2}+4r\right)+\dfrac{r\Gamma^2\left(\frac{5}{2}+2r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)(1+\omega^2\tau_0^2)}\times\right.$ $\left.\times\left[\dfrac{\tau_0}{\tau_1}+2\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}+3r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+2r\right)}-\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}+2r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)}\right]\right\}$
$k_8^{(1)}$	$-\dfrac{4}{3}r\dfrac{1}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left[\Gamma\left(\dfrac{5}{2}+3r\right)+\dfrac{1}{1+\omega^2\tau_0^2}\dfrac{\Gamma^2\left(\frac{5}{2}+2r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)}\right]$

	$\omega\tau \gg 1$
$k_1^{(1)}$	$-2\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left[1+\dfrac{2}{5}r\left(1+2\dfrac{\tau_1}{\tau_2}\right)+\dfrac{\tau_0}{\tau_1}\dfrac{1}{1+\omega^2\tau_0^2}\dfrac{r}{15}\left(6+\dfrac{\tau_1}{\tau_2}\right)\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)}\right]$
$k_2^{(1)}$	$\dfrac{2}{3}\dfrac{T}{ms^2}\omega\tau_{1\phi}\left(\dfrac{1}{2}-r\right)^{-1}\dfrac{1}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left[\Gamma(3+r)-\dfrac{\Gamma(2-r)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}\Gamma\left(\dfrac{5}{2}+2r\right)\right]$
$k_3^{(1)}$	$-\dfrac{8}{5}r\left(1+\dfrac{\tau_1}{\tau_2}\right)\dfrac{\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}$

Таблица 4 (*продолжение*)

	$\omega\tau \gg 6$
$k_4^{(1)}$	$\frac{4}{3}\frac{T}{ms^2}\frac{\tau_{1\phi}}{\tau_1}\left(\frac{1}{2}-r\right)^{-1}\frac{1}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\left[\Gamma(3)-\frac{\Gamma(2-r)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)\right]$
$k_5^{(1)}$	$\frac{4}{5}r\Gamma\left(\frac{5}{2}+r\right)\Big/\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)$
$k_6^{(1)}$	$\frac{1}{\omega\tau_1}\frac{2}{15}r\left\{9+4\frac{\tau_1}{\tau_2}+\frac{1}{1+\omega^2\tau_0^2}\left(6+\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)\left[1+\frac{\tau_0}{\tau_1}\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}-r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\right]\right\}$
$k_7^{(1)}$	$-\frac{2}{\omega\tau_1}\left\{2+\frac{r}{5}\left(9+\frac{22}{3}\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)+\frac{r}{15(1+\omega^2\tau_0^2)}\left(6+\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)\left[1+\frac{\tau_0}{\tau_1}\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}-r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}\right]\right\}$
$k_8^{(1)}$	$\frac{4}{3}r\frac{\tau_0}{\tau_1}(1+\omega^2\tau_0^2)^{-1}\left(1+\frac{1}{5}\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_2}\right)-\frac{4}{5}\frac{r}{\omega^2\tau_1^2}\left(2-\frac{10}{3}\frac{\tau_1}{\tau_2}-\frac{11}{3}\frac{\tau_1^2}{\tau_2^2}\right)\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}-r\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}$

Здесь также при $r=0$ $\tilde{k}_1^{(1)}=0$.
При $r=3/2$ и $\omega\tau \ll 1$

$$\tilde{k}_1^{(1)}=k_1^{(1)}\left[1-\frac{2(1+\omega^2\tau_0^2)}{1+1.7(1+\omega^2\tau_0^2)}\right], \tag{38}$$

а при $\omega\tau \gg 1$

$$\tilde{k}_1^{(1)}=k_1^{(1)}\left[1-\frac{2.2(1+\omega^2\tau_0^2)}{\frac{\tau_0}{\tau_1}+17.5(1+\omega^2\tau_0^2)}\right]. \tag{39}$$

Из (31)—(38) видно, что величина и знак констант $\tilde{k}_{1,2}^{(1)}$ существенно зависят от параметра r.

Литература

[1] *Barlow H. E.* Proc. IRE, 1958, vol. 46, N 7, p. 1411—1413.
[2] *Данишевский А. М., Кастальский А. А., Рывкин С. М., Ярошецкий И. Д.* ЖЭТФ, 1970, т. 58, № 2, с. 544—550.
[3] *Гуревич Л. Э., Румянцев А. А.* ФТТ, 1967, т. 9, № 1, с. 75—78.
[4] *Гуревич Л. Э., Румянцев А. А.* ЖЭТФ, 1967, т. 53, № 3, с. 1144—1149.
[5] *Гуляев Ю. В.* Радиотехн. и электрон., 1968, т. 13, № 4, с. 688—695.
[6] *Перель В. И., Пинский Я. М.* ЖЭТФ, 1968, т. 54, № 6, с. 1889—1898.
[7] *Перель В. И., Пинский Я. М.* ФТТ, 1973, т. 15, № 4, с. 996—1003.
[8] *Брынских Н. А., Гринберг А. А., Имамов Э. З.* ФТП, 1971, т. 5, № 9, с. 1735—1738.
[9] *Нормантас Э., Пикус Г. Е.* ЖЭТФ, 1988, т. 94, № 6.
[10] *Пинский Я. М.* ФТТ, 1973, т. 15, № 5, с. 1450—1457.
[11] *Нормантас Э., Пикус Г. Е.* ФТТ, 1985, т. 27, № 10, с. 3017—3025.
[12] *Ансельм А. И.* Введение в теорию полупроводников. М.: Наука, 1978. 616 с.

Институт физики полупроводников
АН ЛитССР
Вильнюс
Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
25 января 1988 г.